SCM/Notícies

Juny 2000. Número 13

Report de la Junta

Abans de començar aquest repàs de les activitats dutes a terme els darrers mesos, volem recordar-vos que des del dia 28 d'abril la secretaria de la Societat Catalana de Matemàtiques es troba als nous locals del carrer M. Aurèlia Capmany, 14–16. És la nostra voluntat que aquest canvi d'ubicació redundi en benefici dels serveis que la Societat ofereix a tots els seus socis.

Concursos de problemes

La fase catalana de la XXXVI Olimpíada Matemàtica es va celebrar els dies 10 i 11 de desembre, simultàniament a Barcelona, Lleida i Tarragona. Els set guanyadors van participar en la fase espanyola, que va tenir lloc a les Illes Balears entre el 29 de març i l'1 d'abril, i han obtingut tres medalles de plata i tres de bronze.

D'altra banda, en la prova Cangur-2000, celebrada el dia 16 de març, han participat un total de 5.906 alumnes d'educació secundària corresponents a 299 centres escolars de Catalunya i la província de Castelló. Aquestes quantitats representen, respectivament, uns importants augments del 42,5 % i del 22,5 % respecte la participació de l'any anterior.

Aquest any s'ha dut a terme també la primera edició experimental del concurs telemàtic de resolució de problemes Relleus-2000, amb el qual es pretén complementar la tasca que es fa amb el Cangur, fomentant la participació col·lectiva i l'ús d'eines telemàtiques. En l'acte d'entrega dels premis Cangur, el dia 11 de maig, es van repartir també els premis d'aquest concurs.

Si voleu més informació sobre algun dels concursos esmentats, us recomanem que visiteu les pàgines web de la Societat, on trobareu la descripció en detall del seu funcionament, dades estadístiques, relació de premiats, etc.

Premis

En l'acte d'entrega de premis de l'Institut d'Estudis Catalans, que tingué lloc el dia 26 d'abril, es va fer entrega del Premi Evariste Galois per a estudiants, que atorga la Societat. Enguany el premiat ha estat Manuel Sanchón Rodellar, amb el treball *Models matemàtics per a la transmissió de VIH/SIDA*.

El Premi Felix Klein, instaurat per la EMS i l'Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik Kaiserlauten, s'entregarà per primer cop aquest any i es farà durant la sessió de premis del 3ECM. El premi està destinat a científics joves que hagin utilitzat mètodes matemàtics no trivials per resoldre problemes industrials. La Societat va considerar oportú presentar algun candidat i l'escollit va ser Ramon Codina, del CIMNE, pel treball *Simulació del flux aerodinàmic en els grans edificis.*

Trobada

La tercera edició de la Trobada Matemàtica de la SCM es va celebrar el dia 24 de març a l'Aula Magna de l'edifici de La Nau de la Universitat de València, emmarcada dins del programa dels Cinc Segles d'aquesta universitat. Volem destacar tant l'èxit d'aquesta experiència d'organització conjunta com l'elevat nombre de participants i la qualitat de les conferències que s'impartiren.

2000: Any Mundial de les Matemàtiques

L'acte de celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques es va fer el dia 7 de març al Paranimf de la Universitat de Barcelona. Hi assistiren al voltant de cinc-centes persones i totes les valoracions rebudes han estat molt positives. La nostra intenció és que les conferències i parlaments que es van fer en aquesta jornada quedin recollides en una publicació.

També ha estat un èxit de públic el cicle «Cinema i Matemàtiques» programat a la Filmoteca de Catalunya entre el 26 i el 30 d'abril. Us convidem a continuar participant i donant difusió a les activitats futures, entre les quals es compten les accions al Metro de Barcelona, un acte al Parlament de Catalunya i les Jornades de Literatura Científica *Literatura i matemàtiques: geometria d'un acostament*, organitzades conjuntament amb l'Associació d'Escriptors en Llengua Catalana i l'IEC, que es faran els dies 26 i 27 de maig.

D'altra banda, la SCM ha estat també representada en actes commemoratius de l'Any Mundial de les Matemàtiques organitzats per altres institucions, com ara la Jornada Matemàtica al Congrés dels Diputats, el dia 21 de gener, o la inauguració al Senat de l'exposició «Las medidas y las Matemáticas», el dia 17 de febrer; així com en el congrés RSME-2000 celebrat a Madrid entre el 27 i el 29 de gener.

Altres temes

En un escrit dirigit a l'alcalde de Barcelona, s'ha sol·llicitat la denominanció d'un carrer o plaça de la ciutat amb el nom carrer/plaça de les Matemàtiques.

S'ha establert un conveni amb la Universitat de Barcelona per tal que els cursos organitzats per la SCM siguin oferts com a crèdits de lliure elecció als estudiants d'aquesta universitat.

La SCM va estar representada per Sebastià Xambó i Agustí Reventós en la reunió de degans de Santiago de Compostela, de la qual informarem en el proper *Notícies*.

Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques

Barcelona, del 10 al 14 de juliol de 2000

Ja vénen!

Tot acaba arribant. Després de quatre anys de feina molt dura, feta per molta gent, el congrés ja és més amunt de la ratlla de l'horitzó. Ja el veiem venir i en sentim el soroll. Ve carregat de promeses. Ens porta cares velles i cares noves. N'esperem l'arribada amb la mateixa il·lusió amb què esperàvem, anys enrere, que arribés la cavalcada.

No us el deixeu perdre. Segur que tothom hi pot trobar alguna cosa que l'interessarà molt: sentir en Wiles, veure les publicacions més noves de les editorials, veure i comprar vídeos de matemàtiques, sentir parlar d'ordinadors quàntics, participar en una taula rodona sobre les matemàtiques del segle vint-i-u, o només viure l'emoció d'estar voltat dels millors matemàtics d'Europa.

Inscripcions i informació

`http://www.iec.es/3ecm/`
`http://www.si.upc.es/3ecm/`

En aquestes adreces de web trobareu fins i tot els articles (en format pdf) que aniran al llibre d'actes del congrés.

Programa previst

Diumenge, 9 de juliol
14.00 – 20.00 recepció dels participants.

Dilluns, 10 de juliol
08.00 – 11.00 recepció dels participants;
11.00 – 13.00 cerimònia inaugural i lliurament de premis;
13.00 aperitiu;
15.00 – 16.00 conferència plenària (Wiles);
16.15 – 17.15 conferència plenària (Dijkgraaf);
17.30 – 18.30 conferència plenària (Simó).

Dimarts, dimecres i dijous
09.00 – 09.50 conferències invitades (5 en paral·lel);
10.10 – 11.00 conferències invitades (5 en paral·lel);
11.30 – 13.00 minisimposis (10 en paral·lel);
13.30 – 14.30 projecció de vídeos.

Dimarts i dijous
15.00 – 15.45 conferències premiats (3 en paral·lel);
16.00 – 16.45 conferències premiats (3 en paral·lel);
17.00 – 19.00 taules rodones (3 en paral·lel);
17.00 – 19.00 demostracions de programari.

Dimecres
15.00 – 16.00 conferència plenària (Lenstra);
16.30 – 17.30 conferència plenària (Vignéras);
21.00 sopar al Palau de Pedralbes.

Divendres, 14 de juliol
09.00 – 10.00 conferència plenària (Meyer);
10.30 – 11.30 conferència plenària (Föllmer);
12.00 – 13.00 conferència plenària (Viro);
15.00 – 16.00 conferència plenària (Manin);
16.30 – 18.30 taula rodona
(*Shaping the 21st Century*);
18.30 – 19.00 cerimònia de cloenda.

Us esperem al Palau de Congressos!

Any Mundial de les Matemàtiques 2000

Jornada Matemàtica al Congrés dels Diputats

Per commemorar la celebració de l'any 2000 com a Any Mundial de les Matemàtiques, el Congrés dels Diputats va organitzar el passat 21 de gener, a la pròpia seu del Congrés, concretament a la Sala de Columnes, un acte amb el següent programa:

10.30 Obertura
Federico Trillo-Figueroa Martínez-Conde
President del Congrés dels Diputats
Angel Martín Municio
President de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
José Luis Fernández Pérez
President del Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas 2000

11.15 Conferència
Jacques-Louis Lions, Collège de France.
«Es posible describir en lenguajes matemático e informàtico el mundo de lo inanimado y del ser vivo?».
Presentat per Jesús Ildefonso Díaz Díaz de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

12.00 Pausa

12.30 Conferència
David Nualart i Rodón, UB.
«Las matemáticas en la actividad política».
Presentat per María Teresa Riera i Madurell, diputada per les Illes Balears.

16.00 Taula rodona
«La enseñanza de las matemáticas en España»
Miguel de Guzman y Ozámiz, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
Luis Balbuena Castellano, Institut d'Educació Secundària Viera y Clavijo.
María Jesús Luelmo Verdú, Institut d'Educació Secundària San Mateo.
María Victoria Sánchez García, Univ. de Sevilla.
Sebastià Xambó Descamps, UPC.

18.00 Conferència
José Manuel Sánchez Ron, Universitat Autònoma de Madrid.
«José Echegaray y la matemática como instrumento de regeneración.» Presentat per Antonio Martinon Cejas, diputat per Santa Cruz de Tenerife.

Clausura
Joan Marcet i Morera, vicepresident del Congrés dels Diputats.

L'acte va tenir un gran èxit de públic fins al punt que la Sala de Columnes va quedar petita i molts dels assistents van haver de seguir l'acte des d'una altra sala del Congrés a través d'un circuit tancat de televisió.

Un atemptat d'ETA a Madrid el mateix matí del 21 de gener, el primer després de la treva, va desviar l'atenció de la premsa aquell dia, de manera que l'acte dels matemàtics al Congrés no va rebre el ressò mediàtic que buscava i es mereixia.

De tota manera pensem que és important que un tal acte s'hagi celebrat, ja que és una manera de facilitar que la societat en general i la classe política en particular conegui el món de les matemàtiques, els nostres problemes i ambicions, i es valori la nostra tasca.

Felicitem doncs, els impulsors de la idea al Congrés, els diputats-matemàtics Antonio Martinon i Maria Teresa Riera, i els altres dos organitzadors, en Jesús Ildefonso Díaz i José Luis Fernández per la seva tasca.

L'origen d'aquest acte és en la proposició no de llei que prèviament havia aprovat el Parlament Espanyol.

L'acte va començar amb unes paraules del president del Congrés, Federico Trillo, que va dir que sempre havia estat partidari d'obrir el Parlament a la societat i que per això va donar suport incondicional a la proposta d'Antoni Martinon i Teresa Riera. Va fer una mica de broma per comentar que els parlamentaris només utilitzen la suma per comptar vots i que malauradament hi ha persones que es dediquen a restar o dividir en lloc de dedicar-se a sumar. També va posar de manifest que el primer acte de l'any 2000 coincidia amb l'últim acte de la legislatura, ja que s'acabaven de dissoldre les Cambres.

Les matemàtiques a l'Acadèmia de Ciències

La conferència d'**Angel Martín Municio**, president de la Real Academia de Ciencias, va consistir en un ràpid repàs històric des de Pitàgores, Arquímedes, Euclides, etc. passant per l'*Ars Magna* de Cardano i l'inici a España de la Academia Real Matemática fundada per Felip II el 25 de desembre de 1552, sent el seu primer director l'impulsor d'aquesta idea Juan de Herrera. El 25 de febrer de 1847 es va transformar en l'actual Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Parlant ja de matemàtics espanyols va glossar molt i molt elogiosament la figura del Premi Nobel José de Echegaray, autor de llibres sobre geometria superior, física matemàtica i càlcul de variacions. Zoel Garcia de Galdeano, de la Universitat de Saragossa, fundador de *El Progreso Matemàtico*, primera revista espanyola de matemàtiques. D'Eduardo Torroja va citar el seu tractat *Geometría de la Posición*.

Però sobretot es va centrar en les figures de Rey Pastor i Puig Adam i la seva influència a Espanya i Amèrica. És el moment en què els matemàtics espanyols comencen a relacionar docència i investigació i comencen a ser coneguts fora d'Espanya.

Va acabar aquest recorregut citant el Quixot: «. . . ha de saber las matemáticas, porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad de ellas».

L'any mundial a Espanya

A continuació va parlar el president del Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas 2000, **José Luis Fernández**.

Va emfatitzar que les matemàtiques han de ser considerades tan humanístiques, almenys, com les disciplines que habitualment reben aquest nom. La manera lògica d'organitzar-ne la informació i l'anàlisi per extreure'n conclusions proporciona una eina eficaç per a prendre decisions, administrar recursos, comparar alternatives, etc. i per tant la matemàtica ha de formar part del bagatge intel·lectual de tothom.

Va reivindicar més hores per a l'ensenyament de les matemàtiques, tant a l'educació general com en la formació dels mestres. També va considerar urgent una adaptació de la matemàtica en general al món dels ordinadors. Va dir que la investigació matemàtica espanyola està particularment mal integrada amb la resta de la investigació científica i amb les seves potencials aplicacions i va reclamar un Pla Nacional de Matemàtiques per abordar aquests problemes.

Va parlar de la possibilitat d'ampliar la tradicional carrera de matemàtiques a una enginyeria matemàtica per formar professionals que puguin desenvolupar la seva tasca professional a la industria o a les empreses. Molta feina doncs per aquest any 2000.

Descripció del món de l'inanimat i del ser viu en llenguatge matemàtic i informàtic

A continuació el professor **Jacques-Louis Lions** (pare del medalla field) va impartir una conferència amb el títol «Es posible describir en lenguajes matemàtico e informàtico el mundo de lo inanimado y del ser vivo?»

Sense voler ser exhaustius destaquem alguns dels punts abordats per Lions. A partir de la frase de Galileu «L'Univers està escrit en llenguatge matemàtic» constata que les matemàtiques i la informàtica han desenvolupat un *mètode universal per a l'estudi dels sistemes* que consta de tres etapes:

1. La modelització matemàtica.
2. L'anàlisi i la simulació.
3. El control, o intervenció, sobre els sistemes.

Un model es podria definir com un conjunt d'equacions, relacions i restriccions que conté (si el model és adequat!) tota la informació buscada. El que fa possible l'existència dels models són les notacions i catalogacions, per un costat, i la universalitat de les lleis matemàtiques per un altre. Va recordar la importància que Leibnitz concedia a les notacions per la possibilitat de tenir guardada molta informació en fórmules senzilles i contundents. I respecte a la universalitat va posar com a exemple les equacions electromagnètiques de Maxwell i les equacions de Fourier sobre la transmissió de la calor, que empren totes elles les mateixes eines posades en marxa per Leibnitz.

Respecte a l'anàlisi i simulació comenta que extreure informació d'un sistema matemàtic no lineal és complicat i que aquí és on intervenen els ordinadors amb la seva extraordinària capacitat de càlcul.

Respecte al control posa com a exemple la missió Apollo de la NASA. Una sonda enviada a la Lluna ha de seguir una trajectòria calculada prèviament. Però petites variacions, per exemple en l'impuls dels motors, fan necessari introduir correccions sobre la marxa dels càlculs previs. S'ha de tenir control sobre el sistema. Més ambiciós és voler controlar el clima a partir del model i d'actuar sobre ell.

Va acabar posant exemple de ciències com la química supramolecular, biologia molecular, etc. que tenen necessitat ja de models matemàtics i de resoldre complicades equacions matemàtiques que potser en pocs anys serà possible abordar.

Les matemàtiques en l'activitat política

A continuació en **David Nualart** va parlar de les matemàtiques en l'activitat política, conferència que reproduïm íntegrament pel seu interès i també perquè molt amablement ens ha brindat el text.

Com eina per a l'estudi quantitatiu i la modelització de fenòmens, les matemàtiques estan presents en totes les disciplines, i en particular en les ciències polítiques. Qüestions fonamentals com la mesura del poder polític del president d'una nació, el repartiment d'escons entre diverses formacions polítiques en funció del nombre de vots, l'elecció d'una estratègia en una situació de conflicte o establir un sistema de votació just i raonable es poden abordar a partir de teories matemàtiques adequades com la teoria de jocs, la teoria de l'elecció social o la programació entera.

En aquesta conferència intentaré presentar algunes d'aquestes qüestions amb l'objectiu de mostrar el paper que juguen les matemàtiques a la vida política.

Sistemes de votació i índexs de poder

Un dels elements bàsics de la política és la noció de poder. Aquesta noció té diversos aspectes però a nosaltres ens interessa el poder relacionat amb un determinat sistema de votació en què cada votant emet un SÍ o un NO a una certa proposició. Si cada votant té un sol vot i s'utilitza la regla de la majoria, tots tindran el mateix poder. No obstant, hi ha situacions en les quals no es segueix el principi d'«una persona, un vot». Per exemple, els accionistes d'una empresa tenen un número de vots en funció de les accions que posseeixen. També en una associació econòmica entre tres països A, B i C pot passar que per tenir més pes, al país A li corresponguin tres vots i B i C tinguin un vot cadascun. Vol dir això que A té el triple de poder que B o C? La resposta és clarament no, perquè B i C no tenen cap poder si se segueix la regla de la majoria per a prendre acords. Es tracta llavors d'introduir una mesura quantitativa del poder de cada votant entès com la seva capacitat per a influir en les decisions.

Suposem que en un *sistema de votació ponderat* hi ha n votants $A_1, \ldots, A_n$ i cada votant té assignat un cert nombre de vots $v(A_1), \ldots, v(A_n)$. Per a completar la descripció d'aquest sistema de votació s'ha d'especificar una quota q que és el mínim nombre de vots necessaris per aprovar un acord. Representarem aquest sistema de votació per la notació

$$[q : v(A_1), \ldots, v(A_n)]$$

El primer índex numèric per a avaluar el poder en els sistemes de votació va ser proposat el 1954 per Shapley i Shubik. L'índex de poder de Shapley-Shubik d'un votant concret A_i es defineix com el nombre $N(A_i)$ de permutacions del votants en què A_i és un element decisiu (o *pivot*) respecte dels votants que el precedeixen, dividit pel nombre total de permutacions, és a dir

$$\frac{N(A_i)}{n!}$$

Que A_i sigui un pivot en una ordenació dels votants vol dir que els votants anteriors a A_i no formen una coalició guanyadora, però en incloure A_i la coalició es transforma en guanyadora.

Per exemple, examinem el cas d'un sistema de votació ponderat amb tres votants, A, B i C, que tenen 50, 48 i 2 vots, respectivament. Podem imaginar que aquests votants són accionistes d'una empresa que posseeixen el 50 %, el 48 % i el 2 % de les accions. Si els acords es prenen per majoria simple, la quota és de 51 vots i expressarem aquest sistema de votació com [51:50,48,2]. Per calcular l'índex de Shapley-Shubik de cada votant, en la taula següent hem enquadrat el votant pivot en cada una de les 6 possibles ordenacions:

$$\begin{array}{ccccccccc} A & \boxed{\text{B}} & C & B & \boxed{\text{A}} & C & C & \boxed{\text{A}} & B \\ A & \boxed{\text{C}} & B & B & C & \boxed{\text{A}} & C & B & \boxed{\text{A}} \end{array}$$

D'aquí es dedueix que A té un índex de poder de $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, mentre que B i C tenen un índex igual a 16. Observem que B i C tenen el mateix índex de poder, encara que B tingui 24 vegades més vots que C.

L'índex de Shapley-Shubik representa una fracció del poder total en el sentit que la suma de tots els índexs és 1. D'altra banda, aquest índex es pot emprar per a mesurar l'augment de poder en fer coalicions. Per exemple, considerem un sistema amb 100 votants en què cadascun té un vot. L'índex de poder de cada votant es 0,01. No obstant, si 12 votants decideixen votar conjuntament, l'índex de poder d'aquest grup de votants passa a ser de $\frac{12}{89}$ =0,135 que és més gran que la suma dels índexs individuals. En general si hi ha n votants i apareix un bloc de mida b, l'índex de poder del bloc es calcula mitjançant la fórmula $\frac{b}{n-b+1}$, que correspon a l'índex d'un votant amb b vots en un sistema on els restants $n - b$ votants tenen un sol vot.

Un índex de poder diferent va ser introduït el 1965 per l'advocat dels Estats Units John Banzhaf. L'índex de Banzhaf d'un votant es defineix com el nombre de coalicions guanyadores a què pertany aquest votant i que perdrien si desertés. En qualsevol coalició guanyadora, un votant que és capaç de causar-li la derrota en desertar es diu un votant basculant. Contràriament al que passava amb l'índex de Shapley-Shubik, aquí les coalicions es compten sense tenir en compte l'ordenació dels votants. En el sistema [51:50,48,2], els índexs de Banzhaf serien 3, 1, 1, ja que A és basculant en les coalicions $\{A, B, C\}, \{A, B\}$ i $\{A, C\}$, mentre que B és basculant en $\{A, B\}$ i C ho és en $\{A, C\}$. L'índex de Banzhaf s'acostuma a normalitzar, és a dir, dividir per la suma total dels índexs, i així, en aquest exemple obtindríem els índexs normalitzats $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}$ i $\frac{1}{5}$.

Aquests dos índexs no proporcionen una solució perfecta al problema de la mesura quantitativa del poder a causa de certes paradoxes. Per exemple, en passar de la distribució de vots $[8 : 5, 3, 1, 1, 1]$ a $[8 : 4, 4, 1, 1, 1]$ el primer votant té menys vots però augmenta el seu índex de Banzhaf de 0,47 a 0,5 perquè els tres últims votants es converteixen en innecessaris per a qualsevol coalició guanyadora. L'índex de Shapley-Shubik no presenta aquesta paradoxa, però pot passar que en augmentar el nombre total de votants l'índex d'un votant augmenti encara que la seva fracció de vots disminueixi. D'altra banda, aquests índexs poden donar valors molt diferents. Per exemple, el bloc de 12 votants en un sistema de 100 membres té un índex de Banzhaf de 0,632, mentre que l'índex de Shapley-Shubik era de 0,135.

Els índexs de poder es poden calcular per a sistemes de votació més complexos que els sistemes ponderats, definits mitjançant un determinat conjunt de coalicions guanyadores. Es diu que dos sistemes de votació són equivalents si tenen les mateixes coalicions guanyadores. Es pot demostrar que hi ha sistemes equivalents a un sistema ponderat, i d'altres que no ho són. Per exemple, el Consell de Seguretat de les Nacions Unides està format per 15 països, cinc d'ells, els membres permanents, amb dret a vet. Per aprovar una resolució es requereixen 9 dels 15 vots. Aquest sistema de votació és equivalent a un sistema ponderat de quota 39, amb 7 vots per a cada membre permanent i 1 per a cada membre no permanent. En canvi, el sistema de votació federal dels Estats Units d'Amèrica, en el qual el president té dret de vet excepte si s'arriba als dos terços dels vots no és un sistema ponderat. És curiós observar que en aquest sistema l'índex de Shapley-Shubik del president és 0,16, mentre que el de Banzhaf és 0,04.

Els índexs de Shapley-Shubik i de Banzhaf aporten una mesura del poder des de perspectives diferents, essent l'índex de Shapley-Shubik més indicat si hi ha un ventall d'opinions sobre la majoria de qüestions sobre les quals han de decidir els votants, mentre que el de Banzhaf seria preferible si la pregunta no admetés un conjunt ampli d'opinions. En conclusió, el problema de la mesura del poder en un sistema de votació no està completament resolt, existint diversos models matemàtics possibles.

Els sistemes de votació SÍ-NO són casos particulars de jocs de n persones, i l'índex de Shapley-Shubik procedeix de la noció de valor Shapley del joc. La teoria de jocs proporciona un model matemàtic simple per a situacions de conflicte, que en alguns casos ha aportat un nou punt de vista a successos que en un principi semblaven intractables per la seva enorme complexitat.

La teoria de l'elecció social

Fins ara hem considerat sistemes de votació amb dues alternatives: SÍ i NO. Si existeixen més de dues alternatives el problema es torna més complicat. Cada individu tindrà un cert ordre de preferència entre les diferents alternatives i es planteja el problema de convertir les diferents preferències individuals en una sola elecció per a tot el grup. Aquesta és la qüestió bàsica en la denominada teoria de l'elecció social. Per a il·lustrar aquest problema, considerem el cas de tres opcions a, b i c, i suposem que les sis possibles ordenacions de preferència entre elles tenen els següents percentatges d'acceptació:

abc	*acb*	*bac*	*bca*	*cab*	*cba*
22 %	23 %	15 %	29 %	7 %	4 %

Observem que l'alternativa a és preferida sobre les altres per un 45 %, l'alternativa b per un 44 % i l'alternativa c per un 11 %, no obstant l'ordenació *abc* no és la que té més vots. Per tant no queda clar com elegir una ordenació a partir de les preferències particulars.

Una regla o procediment d'agregació que permeti elegir una ordenació entre les alternatives a partir de preferències particulars es diu *funció de benestar social*. Com exemples de funcions de benestar social poden citar-se:

(a) El mètode de la *majoria relativa* consisteix en ordenar les alternatives segons el nombre de vegades que apareixen com millor opció. En primer lloc apareixerà l'alternativa amb major nombre de vots encara que no tingui la majoria absoluta. A l'exemple anterior, l'ordenació guanyadora seria la *abc*.

(b) El procediment denominat *índex de recompta de Borda* consisteix a puntuar de 1 a n les alternatives de cada llista individual, i després sumar els punts de cada alternativa per arribar a una classificació final.

(c) El mètode de *comparació per parelles* col·loca l'alternativa x davant de l'alternativa y si més del 50 % dels individus prefereixen x a y. En l'exemple anterior, a guanya a b per 52 % a 48 %, a guanya a c per 60 % a 40 %, i b guanya a c per 66 % a 34 %. Per tant l'ordenació final és *abc*. El problema amb aquest mètode és que la relació obtinguda pot no ser transitiva, és a dir, pot passar que a guanyi a b, b guanyi a c i, no obstant, a no guanyi a c.

Donada aquesta diversitat de mètodes, es poden apuntar diverses propietats que hauria de tenir un mètode raonable:

(i) *Domini universal*: Qualsevol preferència individual és legítima.

(ii) *El principi Pareto*: Si hi ha unanimitat de considerar una alternativa millor que una altra llavors el procediment d'agregació hauria de col·locar sempre l'alternativa millor davant de la pitjor.

(iii) *Independència d'alternatives irrellevants*: L'ordenació social de dues alternatives només depèn de la seva ordenació en cada llista individual i no de la seva relació amb altres alternatives.

El 1951, l'economista Kenneth Arrow va demostrar un teorema d'impossibilitat que afirma que si hi ha més de dues alternatives, qualsevol funció de benestar social que compleixi les propietats anteriors coincideix amb les preferències d'un cert individu, que varia segons quina sigui la funció, i podríem parlar d'una certa dictadura. Aquest resultat és sorprenent i ens diu que és impossible trobar un mètode d'agregació just i raonable.

A partir d'aquest teorema, diversos autors han intentat obtenir resultats positius modificant les propietats anteriors. Per exemple, hi ha situacions en què la hipòtesi de domini universal no té sentit. Això passa, en particular, quan les possibles alternatives estan ordenades de forma natural com l'ordenació d'esquerra a dreta dels partits polítics. En tal cas, se suposa que les preferències individuals són unimodals respecte a tal ordenació, la qual cosa significa que fixada la millor alternativa per a un individu, en allunyar-nos en qualsevol de les dues direccions trobem alternatives menys preferides. En aquesta situació, Black demostrà el 1958 que la relació obtinguda mitjançant el mètode de comparació per parelles és transitiva i per tant constitueix el mètode més apropiat en aquest cas.

El 1966 es va introduir una noció de coherència que reflecteix d'una altra manera la idea de similitud entre llistes i que també implica la transitivitat de la llista obtinguda mitjançant el mètode de comparació per parelles. Podem concloure per tant que, encara que no hi ha un mètode matemàticament perfecte, en alguns casos poden trobar-se procediments d'agregació que funcionen bé.

El repartiment proporcional d'escons

De forma més concreta, les matemàtiques intervenen en el problema del repartiment proporcional d'escons entre diverses formacions polítiques en funció del nombre de vots. Aquest és un cas particular del problema de l'assignació proporcional entera. Problemes anàlegs serien l'assignació d'escons del Congrés dels Diputats a les províncies en proporció a la població de cadascuna d'elles o l'assignació de llocs escolars als pobles en proporció a la població. Molts problemes d'assignació de recursos en economia admeten plantejaments semblants.

Suposem que s'ha de repartir una quantitat h d'escons a n formacions polítiques. A partir del número de vots $v_1, \ldots, v_n$, poden calcular-se les quotes, definides com la part del nombre d'escons proporcional al nombre de vots:

$$q_i = \frac{v_i}{v_1 + \cdots + v_n} h\,.$$

Aquestes quotes sumen h, però, en general, no són nombres enters. Una solució al problema de l'assignació proporcional entera consistirà en trobar números enters $a_1, \ldots, a_n$ pròxims a les quotes i que sumen h.

Es planteja llavors el problema de com construir un mètode adequat d'assignació proporcional entera. Al llarg de la història s'ha utilitzat essencialment el mètode basat en les restes i els mètodes basats en divisors. L'assignació obtinguda en cada cas surt d'una idea simple i acaba essent la solució d'un problema d'optimització.

El mètode més simple és el dels Restants Majors. S'assigna en primer lloc a cada partit la part entera de la seva quota $[q_i]$, després s'ordenen de major a menor els restants $q_i - [q_i]$ i s'assigna un escó més a cadascun dels partits amb major resta fins a completar els h escons. Aquest mètode té la bona propietat que dóna solucions que difereixen de la quota en menys d'un escó. No obstant, presenta paradoxes inacceptables com que en augmentar el número d'escons de la circumscripció hi hagi partits que rebin menys representants. Aquesta és la denominada paradoxa d'Alabama ja que el 1880 aquest Estat tenia dret a 8 representants si la mida de la Cambra era de 299, però només a 7 representants si la mida era de 300. En aquest cas, el Congrés dels Estats Units va elegir una mida de 325 escons, amb la qual cosa es va produir un repartiment just. D'altra banda, pot passar que en comparar dues eleccions diferents un determinat partit hagi obtingut més vots però menys escons. A aquesta paradoxa se la denomina paradoxa dels vots. Aquestes paradoxes qualifiquen el mètode dels Restants Majors de poc raonable i condueixen a la recerca de mètodes alternatius.

El denominat mètode dels divisors té dos ingredients: per una part s'elegeix una forma d'arrodonir fraccions a quantitats enteres. En general, l'arrodonit d'un número real x serà un número enter que designarem per $[x]_{red}$ que diferirà de x en menys d'una unitat. Fixat un divisor d, es divideix el número de vots de cada partit v_i per d, i s'arrodoneix el resultat. La solució s'obté llavors elegint un divisor d de forma que la suma de les fraccions arrodonides $[\frac{v_i}{d}]_{red}$

sigui igual al nombre d'escons a repartir h, és a dir,

$$\sum_{i=1}^{n}[\frac{v_i}{d}]_{red} = h\,.$$

Existiran tants mètodes diferents com formes d'arrodonir. Els exemples d'arrodoniment més simples són:

(i) La part entera del número, $[x]$, o arrodoniment cap avall.

(ii) La part entera més una unitat, $[x]+1$, o arrodoniment cap amunt.

(iii) La part entera del número més 0,5, $[x+0{,}5]$, que és l'enter més pròxim a x.

En general, una forma d'arrodonir ve definida per l'elecció d'uns números $r(s)$ compresos entre cada parell d'enters consecutius s i $s+1$:

$$0 \leq r(0) \leq 1 \leq r(1) \leq 2 \leq r(2) \leq 3 \leq \dots$$

Es defineix llavors l'arrodoniment d'un número real x comprès entre $r(s)$ i $r(s+1)$ com $s+1$.

El cas particular d'una funció additiva del tipus $r(s) = s + m$, on m és un valor fixat de l'interval [0,1], dóna lloc a l'arrodoniment $[x]_{red} = [x-m]+1$.

Un procediment pràctic per aplicar el mètode dels divisors associat a l'arrodoniment del tipus $r(s)$ consisteix a fer una taula de les fraccions $\frac{v_i}{r(j)}$, per a $i = 1,\dots,n$, i $j = 1,\dots,h$. A continuació es localitzen a la taula les h fraccions més grans i s'assignen al partit i tants escons com el nombre d'aquestes fraccions que tinguin per numerador v_i.

S'han utilitzat històricament diverses funcions $r(s)$:

(i) El mètode associat a $r(s) = s+1$ és el conegut mètode de d'Hondt i fou introduït per Jefferson per al repartiment d'escons en el Congrès dels Estats Units en 1794. L'arrodoniment utilitzat en aquest mètode és simplement la part entera.

(ii) Si $r(s) = s + 0{,}5$, s'obté el mètode St. Laguë, desenvolupat per Webster com alternativa al mètode de Jefferson que afavoria als grans Estats.

(iii) Si prenem $r(s) = s$, tindrem el mètode dels Divisors Petits o d'Adams.

(iv) El mètode associat a $r(s) = s + 0{,}4$, fou inventat per Condorcet.

En relació a mètodes més complicats pot citar-se el de Hill-Huntington o de la Mitja Geomètrica que utilitza els números $r(s) = \sqrt{s(s+1)}$, i el de Dean o de la Mitja Harmònica basat en $r(s) = \frac{2s(s+1)}{2s+1}$. Des d'un punt de vista matemàtic el problema de l'assignació proporcional entera es pot atacar com un problema de programació entera. És a dir, es tracta d'optimitzar una determinada funció objectiu, sota un conjunt de restriccions que en el nostre cas consistiran a imposar que el vector solució $(a_1,\dots,a_n)$ tingui les components enteres no negatives i de suma h. La funció objectiu dependrà de cada mètode. Per exemple, el mètode dels Restants Majors correspon a la minimització de la funció

$$\sum_{i=1}^{n} |a_i - q_i|$$

igual a la suma dels valors absoluts de les diferències entre les assignacions i les quotes. El mètode de la Mitja Geomètrica correspon a la minimització d'una funció definida com la suma ponderada dels quadrats de les diferències entre el nombre de vots per escó de cada partit, $\frac{v_i}{a_i}$, i la mitjana de vots per escó $\frac{v}{h}$, on $v = v_1 + \dots + v_n$ és el nombre total de vots. És a dir, la funció

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(\frac{v_i}{a_i} - \frac{v}{h})^2\,.$$

Donada la diversitat de mètodes, com elegirem el més raonable? Un procediment habitual en matemàtiques consisteix a imposar certes propietats desitjables, com en el cas de l'elecció social, i després buscar un mètode que compleixi. Entre aquestes propietats podem citar:

1. Verificació de la quota: cap diferència entre escons i quota és superior a la unitat.
2. Monotonia respecte a la quantitat d'escons: en augmentar el número h d'escons de la circumscripció cap partit hauria de rebre menys escons, per a una distribució fixada de vots.
3. Monotonia respecte als vots: en comparar els resultats de dues eleccions, si el nombre de vots d'un partit augmenta i el d'un altre disminueix, no ha de passar que el primer tingui menys escons i el segon més.
4. Homogeneïtat: la solució no s'altera si es multiplica el nombre de vots per un factor $\lambda > 0$.

El 1982, els matemàtics Balinski i Young varen demostrar que no és possible definir un mètode d'assignació que sigui homogeni, monòton respecte als vots i verifiqui la quota. Es tracta, per tant, d'un teorema d'impossibilitat semblant al d'Arrow que ens porta a prescindir d'alguna de les propietats anteriors.

Verificar la quota implica exigir molt als partits grans i poc als petits. Si a un partit que té quota de 0,5 se li assigna un escó, rep el doble i es verifica la quota, mentre que a un altre partit al qual correspongui una quota de 13,5 pot rebre com a màxim 14 escons per verificar la quota, cosa que no sembla justa. Per tant, les limitacions que marca la quota no corresponen a la idea de proporcionalitat. D'altra banda, un mètode d'assignació que no sigui monòton és susceptible de manipulació política en benefici d'un o diversos partits.

Per tot això sembla més important la monotonia que la verificació de la quota.

Altres dues propietats interessants són la consistència i l'exactitud.

Que un mètode sigui consistent significa que les parts proporcionals d'una assignació han de ser proporcionals. És a dir, si en una elecció en què participen més de dos partits, als partits A i B se'ls atorga a_1 i a_2 escons, respectivament, llavors, si només haguessin participat aquests dos partits i el número d'escons a assignar hagués estat $a_1 + a_2$, l'assignació hauria de ser la mateixa. L'exactitud significa que si les quotes són enteres el mètode d'assignació hauria de donar com a solució les mateixes quotes.

Balinski i Young van demostrar també que si un mètode és exacte, monòton, consistent, homogeni i continu respecte als vots, ha de ser necessàriament un mètode de divisors. D'això es dedueix que els mètodes de divisors són els únics candidats raonables com a mètodes d'assignació proporcional entera.

Dintre dels mètodes de divisors, semblen especialment interessants els mètodes basats en la família paramètrica de funcions $r(s) = s + \mu$ on μ és un número entre 0 i 1. Una anàlisi més a fons d'aquests mètodes es pot fer introduint una noció de biaix com a mesura de la tendència sistemàtica a afavorir uns partits a costa d'altres: grans en front de petits, o viceversa. Es diu que un mètode de divisors basat en $r(s)$ és no esbiaixat si fixada una assignació $a = (a_1, \dots, a_n)$ i un divisor d, la mitja dels vectors de vots $(v_1, \dots, v_n)$ que donen per solució l'assignació a amb el divisor d és igual al vector $(da_1, \dots, da_n)$, suposant que els vots v_i són quantitats aleatòries amb distribució uniforme en l'interval $[dr(a_i - 1), dr(a_i)]$, per $i = 1, \dots, n$. És a dir, un mètode de divisors basat en $r(s)$ serà no esbiaixat si es compleix

$$a_i = \frac{r(a_i - 1) + r(a_i)}{2},$$

per tot $i = 1, \dots, n$.

Es pot demostrar que l'únic mètode de divisors no esbiaixat és el corresponent a $r(s) = s + 0{,}5$. D'altra banda, si ens restringim als mètodes de la forma $s+m$, si $m > 0{,}5$, el mètode és esbiaixat a favor dels partits més votats i si $m < 0{,}5$ el mètode és esbiaixat a favor dels partits menys votats.

En el nostre país, l'elecció del Congrés dels Diputats comporta dos problemes d'assignació que es resolen mitjançant mètodes diferents. Per una part, la distribució dels escons entre les províncies, deixant a part Ceuta i Melilla i els 2 escons que automàticament rep cadascuna de les altres províncies, es fa mitjançant el mètode dels Restants Majors. D'altra banda, l'assignació d'escons als partits s'efectua mitjançant el mètode de d'Hondt, amb una barrera inicial del 3 % per poder participar. Com hem vist, el mètode de d'Hondt és el mètode de divisors associat a l'arrodoniment cap avall. La utilització d'aquest mètode no esbiaixat que afavoreix els grans partits es justifica per raons d'estabilitat del sistema.

Un examen global dels resultats de les set eleccions generals que hi ha hagut en el nostre país mostra una baixa proporcionalitat entre el nombre total de vots i el nombre total d'escons rebuts per cada partit.

Si es sumen les quotes i els vots de cada circumscripció a què es presenta cada partit, s'observa que els partits d'àmbit autonòmic reben un nombre d'escons semblant a la seva quota, els dos partits més votats d'àmbit nacional en reben més que la seva quota, el tercer partit d'àmbit nacional rep aproximadament la meitat dels escons que corresponen a la seva quota i els restants partits d'àmbit nacional tendeixen a desaparèixer. Aquesta baixa proporcionalitat no es deu només al mètode de d'Hondt sinó principalment a l'existència de moltes circumscripcions petites. La combinació d'aquests dos factors pot donar lloc a situacions paradoxals com ara que un partit tingui globalment més vots però menys diputats, com ha succeït recentment a les eleccions de Catalunya.

En un interessant estudi publicat recentment a la revista de la Sociedad Española de Matemática Aplicada, Balinski i Ramírez proposen diverses modificacions al sistema electoral espanyol en el marc de la Constitució, amb l'objecte d'augmentar la proporcionalitat. Concretament, aquests autors suggereixen augmentar la mida de la Cambra al màxim i assignar únicament un escó inicial per província, repartint els altres mitjançant el mètode de St. Laguë. A més, com alternativa al mètode de Hondt per a repartir els escons en funció del nombre de vots, proposen el mètode de divisors basat en l'arrodoniment $s + \frac{2}{3}$. Aquest mètode, és el que afavorint els partits grans, perjudica menys el tercer partit, suposant que com a molt tres partits aconsegueixin representació. En efecte, es pot demostrar que $\frac{2}{3}$ és el valor mínim de μ per al qual un mètode del tipus $s + \mu$ no primi el restant del tercer partit sobre els altres dos ni el restant del segon partit sobre el del primer. D'altra banda, amb aquest mètode el tercer partit obté un escó sempre que la seva quota superi el valor $\frac{2}{3}$.

En conclusió, l'elecció d'un mètode de repartiment és una decisió política ja que no existeix cap mètode òptim, encara que les matemàtiques puguin ajudar a trobar la solució que millor s'ajusti a unes circumstàncies determinades.

Taula rodona

Transcrivim íntegrament la intervenció del president de la Societat Catalana de Matemàtiques **Sebastià Xambó** pel seu interès i també perquè molt amablement ens ha brindat el text. «El desenvolupament de la societat i les matemàtiques a la Universitat»

Com a matemàtic vull expressar primer la meva satisfacció, i m'agradaria que aquest fos el sentiment de tothom, pel fet que el Congrés del Diputats reaccionés davant l'«Any Mundial de les Matemàtiques», en què acabem d'entrar, donant suport a les seves finalitats, primer aprovant la corresponent proposició no de llei, i ara amb l'organització d'aquesta Jornada Matemàtica. Per a les persones que de política no tenim més noció que la transmesa per la televisió i els diaris, aquest fet resulta fins i tot sorprenent, ja que la fructificació d'aquest tipus d'iniciatives tan sols sembla concebible si la vida parlamentària ordinària és més rica i matisada del que permeten entreveure els mitjans de comunicació.

En tot cas és un deure congratular el Congrés dels Diputats, i totes les persones que han fet possible aquesta Jornada, encara que només fos pel fet que, se sigui o no conscient d'això, el tema de les matemàtiques, i la seva ensenyança a tots els nivells, és important per a la societat en general. Les iniciatives del congrés reconeixen implícitament aquesta valoració, la qual cosa, d'altra banda, es troba en línia amb el segon punt de la declaració de Rio de Janeiro, és a dir, amb promulgar que *la matemàtica és una de les principals claus per al desenvolupament.*

Aquesta afirmació adquireix substància tan sols recordant el paper que històricament han jugat les matemàtiques a la Ciència, particularment la física, i en la tècnica. Va ser Galileu el primer que va constatar la importància d'aquest paper amb una expressiva metàfora: «el llibre de la natura està escrit amb caràcters matemàtics». Aquest és sens dubte el cas de l'extens primer capítol sobre la «naturalesa mecànica», que és la que escrutava Galileu, la importància fonamental de la qual en la societat actual és visible per qualsevol, sigui en el transport, la indústria, o els viatges interplanetaris.

La metàfora va reaparèixer en el capítol sobre la «naturalesa elèctrica», iniciat en el segle passat, l'escriptura del qual ha prosseguit amb vigor creixent durant el segle XX. És clar que l'actual civilització no seria possible sense la comprensió i domini de l'electricitat i el magnetisme, a totes les escales, i al mateix temps aquesta comprensió i domini no serien possibles sense les matemàtiques.

A aquest paper instrumental de les matemàtiques s'hi ha d'afegir un paper encara més central que ha emergit «progressivament» en les últimes dècades amb les noves tecnologies informàtiques i de comunicació. Totes les anàlisis indiquen que ens dirigim cap a un *món digital*, un món en el qual la part més important de l'economia estarà formada per productes digitals i del qual tenim ja indicis amb els discos compactes, la telefonia mòbil i la televisió digital. Ara bé, aquesta digitalització massiva cap on tendeix el món és en bona part un procés matemàtic: la informació digitalitzada (incloent el diner) de fet no és més que números, i els tractaments als quals s'ha de sotmetre aquesta informació per a la seva transmissió, «emmagatzament» i ús no són més que operacions matemàtiques sobre aquests números. Encara més, la garantia que aquestes operacions són segures i eficients ve proporcionada per teoremes matemàtics, el descobriment i demostració dels quals no va tenir, en general, res a veure amb les aplicacions.

En tot cas vivim un moment històric en què les ciències físiques, la tecnologia i les matemàtiques convergeixen en un punt que fa possible objectes com el disc compacte o el telèfon mòbil. El paper de les matemàtiques aquí no és instrumental, sinó un component més dels sistemes. En els dos casos citats, per exemple, la qualitat del funcionament depèn de manera molt crucial de l'ús de codis autocorrectors, que són esquemes matemàtics de codificació i descodificació descoberts durant les últimes dècades i que permeten que la qualitat de la música del disc compacte no es vegi alterada de manera inacceptable per defectes de la superfície del disc o per la seva gradual deterioració per l'ús.

El món digital a què ens hem referit, distribuït en la xarxa, es diu *ciberespai*, i es parla obertament de la seva *colonització*. Es parla també, més enllà de la societat de la informació, de la del coneixement. Crec que aquest fenomen s'ha de veure com una oportunitat històrica per a un país com el nostre on la tradició matemàtica no ha tingut la força de la d'altres països, però que afortunadament en el darrer quart de segle ha remuntat fins arribar a nivells internacionals molt respectables. Altres ja s'estan movent organitzadament, i no veig cap raó perquè aquí no puguem fer el mateix, perquè no puguem donar el passos adequats per ocupar un lloc en la societat del coneixement.

D'acord amb el que he exposat, resulta clar que és important per al país, sobretot pel que fa a la seva futura economia, que siguin capaços de garantir que el ciutadà corrent tingui uns coneixements adequats de matemàtiques (eradicar l'anumerisme hauria de ser l'objectiu) i, al mateix temps, que el nombre i qualitat dels matemàtics (juntament amb el de científics i enginyers), i dels mitjans a la seva disposició, siguin suficients.

Però en les actuals circumstàncies no sembla fàcil assolir plenament aquests objectius. Si per un costat hi ha indicis fidedignes que el creixement (almenys quantitatiu) de la investigació en matemàtiques ha estat espectacular, ja que actualment Espanya produeix el 4 % dels articles en aquesta matèria, i que l'ensenyança en les facultats té molts aspectes positius, hi ha un bon nombre de dificultats i problemes diversos. Intentaré destacar-ne uns quants dels que em semblen més importants, i suggerir, encara que sigui de manera molt preliminar i a títol dialèctic, algunes de les idees i línies de treball que em semblen indispensables per poder avançar en el sentit esmentat.

Una primera qüestió és la preparació dels estudiants que arriben a la universitat. Aquest punt va ser el focus, en el Regne Unit, de l'informe Howson encarregat per la Societat Matemàtica de Londres, l'Institut de Matemàtiques i les seves aplicacions i la Real Societat d'Estadística (*Tackling the Matemathical Problem,* 1995). No tenint constància de l'existència d'un informe global sobre la mateixa qüestió a Espanya, però havent detectat certament una preocupació general sobre el problema, són necessaris alguns comentaris.

En el cas del Regne Unit, s'afirma que els canvis recents en l'ensenyança de les matemàtiques a primària i secundària poden haver estat avantatjosos per a alguns estudiants, però no han construït els fonaments per a mantenir la quantitat i qualitat dels matemàticament competents i han estat altament desavantatjosos per a tots els que han de continuar la seva formació matemàtica després de secundària. És bastant segur que una bona part d'aquestes afirmacions són aplicables al nostre sistema educatiu i que l'actual situació afavoreix la tendència que ho siguin.

Per exemple, sembla que actualment, almenys en algunes comunitats autònomes, hi ha més demanda que oferta per les places d'ensenyança de les matemàtiques, de manera que un nombre significatiu queda cobert per especialistes en altres matèries. Sigui com sigui, potser seria convenient, per sortir de dubtes d'una manera objectiva i lluny de qualsevol apriorisme, que un grup de treball qualificat pogués delinear i formular amb precisió quina és la nostra situació real.

Les recomanacions de l'informe Howson varen ser que es creés una comissió encarregada de presentar sintèticament l'estat de l'educació matemàtica des de primària fins a la universitat i d'assegurar directrius sòlides i adequat suport a totes les persones que la imparteixen, o que estan involucrades en la seva organització. Aquest grup hauria d'assegurar que les diverses qüestions siguin debatudes obertament i extensament per tots els sectors implicats. A més, el procés per identificar representants apropiats de l'educació terciària hauria d'incloure consultes a societats científiques i professionals.

Es donen actualment les condicions per a què una iniciativa d'aquesta envergadura tingui sentit en el nostre país? Jo crec que sí, i que val la pena examinar-la amb cura. És difícil imaginar avenços significatius sense un coneixement detallat de la nostra realitat i dels nostres propis problemes.

Ara voldria fer uns comentaris sobre la qüestió de la matemàtica pura *versus* la matemàtica aplicada. No voldria que la meva posició a favor d'explorar totes les possibles aplicacions de la matemàtica, i que els esforços en aquesta direcció augmentin substancialment en els anys venidors, fos entesa com una oposició al desenvolupament de la matemàtica pura. Més aviat és el contrari: ja que la història ens mostra que les aplicacions de les idees matemàtiques acostumen a aparèixer molt després del seu desenvolupament teòric, considero obligat que les administracions públiques tinguin sempre en compte aquest fet en la distribució dels recursos i en l'avaluació dels resultats. Amb una visió merament utilitària i curta de mires, els estudis del grec Apol·loni sobre les seccions còniques, que més d'un mil·lenni varen ser la clau que va permetre a Kepler descobrir les seves famoses lleis, es valorarien com irrellevants; els treballs de Galois sobre les condicions de resolubilitat de les equacions algebraiques, en què es van introduir els cossos finits que actualment s'utilitzen per a la construcció efectiva de codis autocorrectors, s'haurien deixat de costat amb simples disquisicions teòriques; o els treballs de Riemann sobre les idees fonamentals subjacents a la geometria, que varen ser la base, entre altres, de les teories d'Einstein, s'haurien considerat meres especulacions. El *tempo* de les matemàtiques sol ser, doncs, molt més llarg que el d'un mandat electoral o fins i tot que el d'una o diverses generacions, i crec que per a un país seria insensat ignorar-ho a l'hora de prioritzar el destí dels recursos.

Un altre aspecte que cal comentar és el del binomi docència-investigació. A l'estudi encarregat per la Societat Matemàtica Americana amb l'objectiu de donar recomanacions útils per a la direcció de departaments de matemàtiques en la pròxima dècada (*Towards Excellence: Leading a Mathematics Department in the* 21^{st} *Century*, 1999, referència que agraeixo a Manuel de Leon) s'aposta per un perfil de departament tal que la seva missió inclogui un compromís d'excel·lència tant en la investigació com en la docència. Encara que el model en qüestió no és directament transferible al nostre entorn, algunes de les seves característiques sí que ho són, amb totes les matisacions que es vulgui.

Per un costat es continua afirmant que a la universitat s'ha de continuar amb la recerca de qualitat. Però és ben conegut que aquest afany comporta sovint que la docència sigui considerada com una molèstia per a la carrera investigadora i que, conseqüentment, la seva qualitat sigui baixa en moltes ocasions. La recomanació de l'informe és precisament que aquesta tendència s'ha d'invertir si es desitja que el departament sobrevisqui saludablement als canvis a mig i llarg termini.

S'ha de fer notar que per docència s'entén no només la de les assignatures de la llicenciatura pròpiament dita, sinó també les que s'imparteixen en altres estudis (docència externa) i les incloses en els estudis propis per a preparar els estudiants respecte de les feines reals que trobaran. De fet, es considera indispensable incloure en el pla docent una proporció equilibrada dels tres tipus d'assignatura, ja que en general resulta ser la manera més assequible de concretar la necessària contribució des de la docència de les matemàtiques a la realització de la missió de la universitat. S'insisteix, a més, que el millor perfil del docent és el d'un professor amb curiositat intel·lectual sobre l'ensenyança, amb una dedicació adequada, i que és a més responsable de tirar endavant un bon programa d'investigació.

Per a promoure la innovació en la docència, poden tenir un paper molt important les noves tecnologies i per això convindria que tots els centres poguessin disposar dels mitjans apropiats. Avui, per exemple, es pot impartir una classe, o una sessió de laboratori, mitjançant un videoprojector amb el qual es presenten, segons convingui, els conceptes i resultats matemàtics, en hipertext i gràfics d'alta qualitat; o l'expressió transparent dels algorismes pertinents, mitjançant llenguatges d'última generació; o l'execució dels mateixos *in situ*, invocant un programa apropiat. Però en general el professorat no disposa d'aquests mitjans, ni d'una connexió a Internet des de l'aula, per la qual cosa ha de retrocedir al sistema clàssic de guix i pissarra, o a tot estirar al projector de transparències.

En la innovació en matèria d'investigació considero que és molt important que en els estudis de llicenciatura s'introdueixin elements d'iniciació a la investigació, ja que l'inici formal a aquestes feines segons els programes de doctorat passa en una edat que considero massa tardana. El model de Projecte Tecnològic introduït a la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya és un pas positiu en la direcció indicada, ja que l'estudiant que elegeix aquesta modalitat ha de presentar un projecte, ha de desenvolupar-lo (sota la supervisió d'un tutor) i ha de redactar i defensar una memòria sobre el treball realitzat i els resultats aconseguits. S'obté així una preparació excel·lent, comparable a la del projecte de fi de carrera d'un enginyer o un arquitecte, tant per prosseguir la investigació en matemàtiques com per a accedir a altres treballs. Però possiblement s'hagi d'anar més enllà, no en el sentit d'allargar-ho o de complicar el projecte tecnològic, sinó en el de fomentar l'esperit crític i l'actitud investigadora davant qualsevol problema o situació.

Taula rodona. Continuació

La intervenció a la taula rodona de **Miguel de Guzman**, de la Real Academia de Ciencias, va versar sobre «El sentit de l'educació matemàtica i l'orientació actual del nostre sistema educatiu».

Va parlar dels Pitagòrics, de com van començar a percebre en la seva contemplació matemàtica les harmonies més profundes presents a l'Univers en què vivim. I de com en aquesta contemplació basaven la seva vida ètica i religiosa, de manera que la matemàtica era en certa manera una guia de contemplació i de comportament que els portava a respectar tots els éssers vius i a afavorir les relacions amb tots els sers tan humans com divins. Una lliçó d'humanisme ecològic que hem desaprofitat, convertint l'educació matemàtica en una rutina buida en el moment en què seria més necessari fer ús de la capacitat forjadora i integradora del quefer matemàtic.

Pensa que la matemàtica és capaç d'estimular alguns dels aspectes ètics importants que una educació moderna hauria de contemplar com a objectius. Per justificar aquesta afirmació comenta que el matemàtic accepta amb gaubança una veritat científica sigui qui sigui qui l'hagi trobat i contradigui o no les seves expectatives prèvies, sent això un signe de generositat. El sentiment de profunda humilitat davant la multitud de veritats encara per descobrir és una de les actituds ètiques importants que la matemàtica pot estimular. El fet que els teoremes dels grecs siguin avui igualment vàlids fa sentir una responsabilitat comuna de fer progressar la nostra cultura.

També l'acceptació del consens, que en matemàtica podria ser l'acceptació del sistema axiomàtic on ens situem, és un concepte important a la nostra societat que la matemàtica pot fomentar.

També la matemàtica és llibertat, com ja va dir Cantor, i aventura.

Va acabar citant alguns elements de l'estructura del sistema educatiu que impedeixen que els joves rebin en la seva educació matemàtica els grans beneficis que aquesta els pot proporcionar.

1. La formació que reben els professors d'ensenyament primari és insuficient.
2. La formació dels professors de secundària i universitat omet molts dels punts que tenen a veure amb la visió integral de les matemàtiques.

3. El temps dedicat pels estudiants de primària i secundària a l'estudi de les matemàtiques és molt insuficient.
4. Mala adaptació a l'extensió de l'ensenyament obligatori fins als 16 anys.

A continuació va parlar **Luis Balbuena** de l'Institut Viera y Clavijo de La Laguna.

Va declarar només començar que comparteix la necessitat de la Reforma així com els grans principis que la van inspirar. No obstant de seguida es va queixar que de les quatre hores setmanals de matemàtiques al BUP s'ha passat a només tres amb la LOGSE. Va posar de manifest que això va contra els propis informes de la UNESCO, citant l'informe *L'educació «encierra?» un tresor* de la comissió internacional sobre l'educació en el segle XXI presidida per Jaques Delors. També diu que la reducció horària va en contra de les directrius metodològiques de la pròpia llei que pretén que els estudiants tinguin temps per poder accedir als continguts i a les seves aplicacions.

Critica que les empreses editores de llibres de texts s'han limitat a adaptar, amb lleugers retocs, els llibres que s'utilitzaven en l'anterior sistema. També el tractament de la diversitat ha quedat fora d'aquests llibres, que de manera general han deixat de banda les qüestions metodològiques.

La Reforma considera un principi bàsic oferir a cada alumne l'ajuda pedagògica que necessiti en funció de la seva capacitat d'aprenentatge, de les seves motivacions i interessos. És normal trobar a l'aula una gran diferència tant en el desenvolupament de capacitats com de nivells de coneixement. A més hi ha problemes de natura social, cultural i humana que incideixen també en la creació de diversitat a l'aula. El professor de matemàtiques, pel fet de ser professor, no pot passar per alt tot això. No pot actuar com si els seus alumnes fossin un conjunt de robots aliens a la seva pròpia existència. No ha de ser insensible davant un alumne trist o rebel sobretot tenint en compte que en aquestes edats s'està formant un projecte humà per a tota la vida.

També va destacar el paper de la família. Creu que les ciències i la matemàtica en particular haurien de formar part de la cultura familiar i aparèixer com un tema més de conversació i comunicació, tasca a la qual pot ajudar la celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Finalment, va destacar la importància de les noves tecnologies en l'ensenyament de les matemàtiques, i va acabar animant els professionals de la docència a mantenir sempre la il·lusió i l'esforç del primer dia.

Maria Jesús Luelmo, de l'Institut San Mateo de Madrid, va parlar dels «Reptes actuals de l'educació matemàtica a secundària»

Considera que la Reforma hagi unificat els dos cicles de l'ESO i que s'imparteixi en un mateix centre amb el mateix tipus de professorat és un fet especialment positiu per a les matemàtiques, perquè una bona seqüència i organització dels continguts de matemàtiques és molt important. També considera positiu que els alumnes estiguin en un sistema d'ensenyament fins a una edat en la qual les seves opcions acadèmiques i professionals són més conscients.

No obstant, la permanència en un mateix sistema no s'ha de traduir en un ensenyament uniforme per a tothom, i apel·la novament a la diversitat.

Insisteix en què la teoria de la LOGSE preveu situacions, com la diversitat, que després en la pràctica no són possibles. Es queixa també de la manca de material adequat i òbviament de la manca d'hores lectives assignades a matemàtiques, que no permeten a la majoria de l'alumnat aprendre satisfactòriament el que està previst en les programacions.

Va fer també unes consideracions sobre la coordinació entre la secundària i la universitat tenint en compte que el tipus de prova obliga a proposar qüestions objectives, de manera que indirectament s'afavoreixen els aspectes més rutinaris de les matemàtiques en detriment d'altres tan interessants com les aplicacions o la resolució de problemes. Creu que els equips de coordinació de les PAAU no tenen prou en compte els canvis que hi ha hagut tant en el tipus d'alumnat com en els objectius i continguts matemàtics de la secundària en el seu conjunt.

El fet de transformar una prova de maduresa en una selectivitat vicia el plantejament inicial i no compleix tampoc la funció de selecció, ja que permet entrar a matemàtiques amb un 5 amb el posterior fracàs gairebé garantit.

Propugna finalment un currículum de matemàtiques dinàmic que es pugui, doncs, modificar gradualment per adaptar-lo a un entorn amb perspectives socials i científiques canviants. Proposa que es dugui a terme a Espanya un estudi similar a l'*Informe Cokgroft*, que es va realitzar l'any 1977 al Regne Unit demanat pel Parlament al Govern, per tal de saber les necessitats matemàtiques de la societat.

Una conferència sobre *José Echegaray i la matemàtica com instrument de regeneració* a càrrec de **José Manuel Sánchez Ron** de la Universitat Autònoma de Madrid i unes paraules de cloenda pronunciades pel vicepresident del Congrés Joan Marcet i Morera van cloure l'acte.

Una recopilació de les intervencions que aquí ressenyem ha estat publicada pel propi Congrés i la podeu trobar a ISBN: 84-7943-138-5.

L'ensenyança de les matemàtiques a Espanya: conclusions

Els components de la taula rodona sobre l'ensenyança de les matemàtiques a Espanya, després d'haver discutit internament les ponències presentades, han decidit unànimement ressaltar com a prioritaris els tres punts següents:

- La necessitat de canvis profunds en la nostra educació matemàtica pel que fa als nivells obligatoris, amb especial atenció al temps de dedicació a la matemàtica i a la diversitat d'interessos dels alumnes.

- La necessitat de realitzar importants transformacions en la preparació del professorat de primària i secundària pel que fa a la formació relacionada amb la matemàtica i la seva didàctica amb la finalitat que el nostre sistema educatiu pugui afrontar amb competència els canvis necessaris.

- La necessitat d'establir un ampli diàleg entre la comunitat matemàtica i els diferents agents socials, per tal d'arribar a acords explícits sobre les competències bàsiques necessàries a la ciutadania i sobre els modes de fer possible que siguin abastades. Per a això serà necessari que es creï un organisme adequat o una comissió especial que doni suport i estimuli aquest diàleg. Aquest organisme hauria d'identificar també els problemes que afecten la nostra universitat pel que fa a docència en el nivell superior i promoure les mesures oportunes per a la seva solució.

M. de Guzman, L. Balbuena, M. J. Luelmo
M. V. Sánchez S. Xambó

Acte al Paranimf

El dia 7 de març de 2000 va tenir lloc un acte al Paranimf de la Universitat de Barcelona per commemorar l'Any Mundial de les Matemàtiques.

La mesa estava presidida per:

Prof. Andreu Mas Collell, Comissionat d'Universitats i Recerca, en representació del president de la Generalitat.

Prof. Antoni Caparrós, rector de la universitat amfitriona (UB).

Prof. Sebastià Xambó, president de la Societat Catalana de Matemàtiques.

Prof. Joaquim M. Ortega, president de la comissió per l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Sr. Pere Solà, director general d'Ordenació Educativa, en nom de la consellera.

Sr. Vladimir de Semir, regidor ponent de la Ciutat del Coneixement, en nom de l'alcalde.

Va presentar l'acte el **Dr. Joaquim M. Ortega Aramburu**, president de la comissió per l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Excm. I Magc. Rector
Sr. Comissionat per a Universitats i Recerca.

Sr. Director General d'Ordenació Educativa
Il·lm. Sr. Regidor Ponent de la Ciutat del Coneixement
Excm. Sr. President de la Divisió III
Digníssimes autoritats
Sres, Srs, amigues, amics

La Unió Matemàtica Internacional en la seva proclamació del 2000 com l'Any Mundial de les Matemàtiques va fixar com a objectius:

- La determinació dels grans desafiaments del segle XXI.
- El reconeixement de les matemàtiques com a element clau per al desenvolupament amb les seves conseqüències en el terreny de l'educació i la cooperació.
- Millorar i estendre la presència de les matemàtiques en el conjunt de la societat.

A l'acte d'avui intentem fer arribar a la pròpia comunitat matemàtica i a la societat en general aquests objectius. Joan Solà-Morales ens parlarà de les matemàtiques com a clau del desenvolupament, Jaume Llibre sobre matemàtiques i cooperació, Marta Berini sobre l'educació en matemàtiques i Jorge Wagensberg, ens donarà el seu punt de vista sobre la imatge social de les matemàtiques. No tractarem directament dels grans desafiaments matemàtics del segle XXI. No seria possible ni adequat per la naturalesa d'aquest acte. Agraeixo a tots els conferenciants que hagin acceptat parlar sobre els temes que els hem proposat.

Vull esmentar alguns dels aspectes que em semblen rellevants en aquest acte: el primer d'ells és que hem tractat que sigui un acte de participació de l'espectre més ampli possible de la Comunitat Matemàtica. Així, al costat del professorat de les universitats amb estudis en matemàtiques participa també una professora d'ensenyament secundari, vicepresidenta de la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya. Estudiants de matemàtiques de les tres universitats ens llegiran tres de les resolucions sobre el AMM. La cap de la Biblioteca de Matemàtiques de la UB llegirà la resolució del Parlament de Catalunya, simbolitzant el recolzament als objectius del AMM dels no matemàtics, però que pertanyen a la nostra comunitat i que amb el seu treball fan possible la nostra tasca.

El segon aspecte és que es tracta d'un acte acadèmic però que al mateix temps vol tenir un cert aire de celebració, de festa de les matemàtiques. Per això, seguint una tradició d'incorporar la música a les celebracions matemàtiques, gaudirem d'un petit concert d'arpa i flauta i de la participació de la Coral de Matemàtiques de la UB.

La celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques tindrà la seva continuïtat amb diverses activitats al llarg de l'any. Trobareu informació en la pàgina web del AMM a mesura que es vagin concretant. Entre aquestes activitats vull mencionar el cicle sobre matemàtiques i cinema a la Filmoteca de la Generalitat que està previst just després de la Setmana Santa; les jornades sobre Literatura i Matemàtiques que organitzarà l'Institut d'Estudis Catalans a finals de maig o Operació Matemàtiques al Metro. Aquesta última activitat consta d'una campanya de pòsters als vagons del Metro que facin veure els fonaments matemàtics de l'alta tecnologia que ens envolta en la vida diària, així com la presentació d'algun exemple del pensament matemàtic. Es preveuen altres activitats en el Metro com l'edició de targetes de Metro amb motius matemàtics com el teorema de Pitàgores, la construcció del circumcentre o altres.

Per acabar, una molt breu reflexió sobre el que ens agradaria que aquesta i totes les diverses activitats que tinguin relació amb els objectius de l'Any Mundial poguessin comportar. Llegim la resolució sobre el AMM del Parlament de Catalunya; en el seu últim paràgraf ens diu que:

El Parlament dóna suport a la celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques d'acord amb els seus objectius. Aquesta celebració pot significar un impuls per a la recerca matemàtica en el segle XXI, fomentar la cooperació internacional i així mateix promourà la divulgació de les matemàtiques i de les aplicacions que tenen, i també de l'educació matemàtica a Catalunya.

Els nostres objectius no podien ser diferents d'aquests. Ens agradaria que es fes camí en aquesta direcció. Que es doni un impuls a la recerca matemàtica, que es fomenti la cooperació internacional, que arribi a més gent la importància de les matemàtiques. Per últim, i potser el més important en aquest moment, ens agradaria que es fes alguna acció per fomentar i millorar l'educació matemàtica en el nostre país.

J. M. Ortega
UB

A continuació va parlar en **Joan Solà-Morales**, de la UPC, sobre el tema «Les matemàtiques com a aspecte essencial per al desenvolupament (Abans i ara)».

La meva petita contribució a aquest acte de reconeixement del paper de la matemàtica, amb motiu de la celebració de l'any mundial que li és dedicat, serà parlar uns minuts sobre el seu paper com a instrument imprescindible en el desenvolupament. En el desenvolupament individual, personal, cultural, científic i educatiu de les persones, però més principalment em referiré al tema més prosaic, i que més sovint és oblidat, d'instrument per al desenvolupament social, econòmic, tecnològic i industrial de les societats humanes, dels pobles i dels països.

La matemàtica és una ciència molt antiga. Tal com l'entenem actualment, té al menys dos mil cinc-cents anys d'antiguitat, i durant tots aquests segles ha participat activament en el naixement i també en la mort de moltes teories, de moltes tecnologies i de moltes creacions de la humanitat.

També ha vist néixer i morir cultures, civilitzacions, imperis i fins i tot llengües. I enmig de tants canvis, ha sabut en cada moment trobar la manera de despertar l'interès de la gent i, molt especialment, de demostrar la seva utilitat. Això ha obligat la matemàtica a posar-se contínuament al dia, a abordar nous problemes i a construir noves teories, i per tant a canviar i renovar-se, però demostrant també contínuament la utilitat de mantenir i conservar allò que és permanent: el seu mètode, i la manera matemàtica de pensar.

Res no seria més agradable en aquest moment que parlar de les grans realitzacions fetes durant aquest segles d'història. Parlar, per exemple, de quan al segle VI de la nostra era els matemàtics Artemi de Tral·les i Isidor de Milet per encàrrec de l'emperador Justinià van dissenyar i dirigir la construcció de la impressionant cúpula de la basílica de Santa Sofia a l'actual ciutat d'Istanbul. Aquell fou un exercici magistral de geometria, de mecànica i d'estereotomia, que ha resistit als terratrèmols, i que amb les seves dimensions impressionants encara caracteritza la silueta d'aquella màgica ciutat, porta d'orient, lloc de pelegrinatge cultural durant segles de molts esperits sensibles.

Seria molt agradable, sí. També seria molt interessant de parlar dels problemes de la navegació del segle XVII, i de com la creació per part d'Isaac Newton del càlcul infinitesimal estava lligada a aquests problemes, clarament comercials. Però tinc poc temps per parlar, i a més no vull que la meva intervenció pugui sonar, ni remotament, com un plany d'enyorança de glorioses èpoques passades. Res d'això. La matemàtica avui en dia és més viva que mai i és més important que mai. Això és perquè la creativitat humana és avui més important que mai, fins i tot des del punt de vista de l'activitat econòmica, i també a causa que els actuals mitjans de càlcul automàtic, que han estat proporcionats per la informàtica, han produït una autèntica explosió en la utilització de poderosíssimes tècniques matemàtiques que fins ara podien haver estat considerades com de poca utilitat pràctica a causa de l'enormitat dels càlculs que involucraven.

Repeteixo: la matemàtica avui és més important que mai. Com a instrument educatiu en el desenvolupament personal, sí, però també molt especialment com a eina per al desenvolupament social i econòmic.

Per a què serveix la matemàtica?

L'activitat econòmica acostuma a dividir-se per sectors. Per sectors d'activitat. Així acostumem a parlar del sector de l'automoció, de la construcció, del comerç, de l'energia, de la indústria, la informàtica, la telecomunicació, el transport, etc. Jo crec que una de les característiques més importants de la matemàtica és que no té un sector específic d'aplicació, però que és present, i de forma destacada, a tot arreu. Vegem alguns exemples.

La matemàtica serveix, per exemple, per al disseny de la forma geomètrica de les carrosseries dels avions, per a disminuir el fregament amb l'aire, sense produir inestabilitat ni vibracions. Però al mateix temps serveix a les companyies d'aviació per a una cosa completament diferent: per a dissenyar els horaris dels vols per satisfer les demandes previstes dels usuaris, competint amb èxit amb altres companyies, però fent compatibles aquests horaris amb les restriccions imposades per la capacitat, seguretat, manteniment i disponibilitat. La matemàtica serveix per a tot això: els models matemàtics de la mecànica de fluids, basats en equacions en derivades parcials, i el disseny geomètric, que utilitza la geometria diferencial i la interpolació gràfica, serveixen per a dissenyar el perfil dels avions, i la teoria de grafs i l'optimització combinatòria serveixen per a dissenyar horaris de vols. Tot això per no parlar de molts altres temes relacionats amb l'aviació on la matemàtica també té un paper molt important, com ara els sistemes de control i estabilització del moviment, els sistemes de navegació i posicionament, etc., etc.

I en medicina, la matemàtica és la que ha dissenyat els rígids protocols estadístics que els governs de tot el món imposen als medicaments abans que en sigui autoritzat el consum públic i la comercialització. I al mateix temps que l'estadística s'aplica al control de l'ús dels medicaments, una altra branca completament diferent de les matemàtiques, la teoria espectral d'operadors, s'utilitza avui en dia cada cop més i amb resultats espectaculars, al disseny amb ordinador de molècules noves, extraordinàriament complexes, de composts bioquímics amb finalitats terapèutiques, atenent a l'estabilitat de la seva composició i a la del seu procés de fabricació. I encara una altra branca, l'anàlisi harmònica, és la peça clau en el processat dels senyals per als moderns procediments diagnòstics, com ara la tomografia axial computeritzada, de tant d'ús a la medicina actual.

En el camp de la informàtica, la geometria té un paper decisiu en tots els temes d'informàtica gràfica, de representació d'objectes de tres dimensions, en aquestes tècniques que genèricament es denominen de realitat virtual: representació de superfícies, determinació de cares ocultes, simulació de textures i il·luminacions, etc. I al mateix temps, altres branques de la matemàtica, aparentment molt allunyades de la geometria com són l'aritmètica i l'àlgebra intervenen també de forma determinant en el problema importantíssim de la compressió, la codificació i la transmissió electrònica segura de les enormes quantitats d'informació continguda en els arxius que són resultat de les representacions gràfiques que hem esmentat.

En tots aquests camps, i en moltíssims més que no tenim temps d'explicar, la matemàtica té avui en dia un paper molt important. Tot i això, sóc conscient que alguns dels que m'escolten deuen pensar que les coses que descric corresponen a camps que no són estrictament la matemàtica, i que, de fet tenen nom propi: els exemples que he exposat correspondrien així a l'enginyeria aeronàutica, la logística, la farmàcia, la bioquímica, la teoria del senyal, l'enginyeria informàtica o la telemàtica i potser molts d'altres. No ho nego pas, però vull entretenir-me especialment en aquest punt: en relació amb això, vull dir que la matemàtica, principalment pel que fa a les seves aplicacions, no és patrimoni exclusiu, ni molt menys, dels matemàtics. Que els físics, els enginyers industrials, els de camins, o de telecomunicacions, els informàtics, els químics, els biòlegs i biotecnòlegs, els economistes, els geògrafs, els sociòlegs són avui en dia usuaris directes i indirectes de la matemàtica, i precisament d'una matemàtica que no és pas senzilla. A més a més, actualment a tot el món cada cop hi ha més i més matemàtics que s'incorporen als equips multidisciplinaris que treballen en aquests temes, ja sigui en centres de recerca o en empreses, i aporten el seu coneixement més precís i aprofundit per a ajudar a resoldre els problemes que es plantegen.

Aquesta és la segona característica que volia destacar de la matemàtica dels nostres dies, pel que fa a les seves aplicacions i a les seves relacions amb l'activitat econòmica. He dit que la primera característica era que la matemàtica no s'aplicava actualment a un únic sector de l'activitat productiva o del coneixement, sinó que s'aplicava a molts d'ells, per no dir a tots. I la segona característica és que les seves aplicacions les duen a terme científics o tecnòlegs que no són necessàriament matemàtics en el sentit tradicional de la seva formació, i que sovint necessiten del concurs dels matemàtics per a fer-ho.

La matemàtica és el llenguatge de la ciència i la tecnologia.

Fa molts anys Galileu va dir que el llibre de la naturalesa estava escrit en llenguatge matemàtic. Jo crec que avui entenem molt bé el que volia dir, i que li donem la raó més que mai. Però avui podem fer una lectura molt més ingènua i literal de la seva frase, i que també és certa: els llibres que parlen de la naturalesa i de la tecnologia estan plens, estan farcits, de llenguatge matemàtic. Els llibres d'electromagnetisme, de microones, de làsers, d'antenes, de tractament i transmissió de senyals, d'òptica, d'acústica, de superconducció, de termodinàmica, d'astrofísica, de gravitació o de mecànica, d'algorísmica, de paral·lelització de computadors, de robòtica, de codificació i criptografia, d'informàtica gràfica i tractament d'imatges, d'intel·ligència artificial, de visió per computador, d'estructures de la construcció, d'hidrologia, de resistència del terreny, d'enginyeria marítima, de models de poblacions biològiques, de química física i molecular, de fenòmens de transport, de control, de logística, d'electrotècnia, de resistència de materials, de mecànica de fluids i de sòlids, de vibracions, de sistemes, d'enginyeria nuclear, de nous materials, de molts temes de l'economia i les finances, etc., etc., etc., estan, dic, tots aquests llibres plens, a cada pas, de conceptes, termes i mètodes matemàtics.

Us convido que feu aquest exercici. És molt fàcil. Aneu a qualsevol biblioteca que tingui llibres de ciència i tecnologia de nivell superior i d'àmbit internacional i obriu-ne un a l'atzar. El que observareu, i no serà pas per casualitat, és que no passaran massa paràgrafs sense que comencin a sortir coses com una estadística, una integral, un sistema d'equacions, una equació diferencial ordinària o en derivades parcials, un gradient, un rotacional o un flux, una interpolació, una optimització, un mètode numèric, una sèrie de potències, una sèrie de Fourier, una funció de Bessel, una matriu, un valor o un vector propi, un concepte geomètric, com una parametrització, una curvatura, un tensor o un producte escalar, un tema combinatori, de matemàtica discreta, o de teoria de grafs, un polinomi, una factorització, una equació diofantina, una distribució de probabilitats, un model estocàstic etc., etc.

Conclusió

La matemàtica és present pertot arreu. Pel que fa al món de les empreses i l'activitat econòmica, és present especialment i de manera insubstituïble en les activitats de recerca i innovació. A tot el món veiem que les empreses dediquen cada cop més recursos a la investigació i la innovació pròpies, i en aquest camp la utilització de la matemàtica és insubstituïble. I això ens porta a una conclusió, que jo voldria que fos important, almenys per a la nostra societat: si un país no es resigna a ser només font de mà d'obra no qualificada i vol tenir alguna cosa a dir en el món de la tecnologia actual, necessita de manera imprescindible tenir recursos matemàtics poderosos suficients, i, en particular, necessita cuidar de la cultura matemàtica de la seva població com d'un dels seus valors més preuats. Moltes gràcies.

J. Solà-Morales
UPC

A continuació va parlar en **Jaume Llibre**, de la UAB, sobre el tema «Les matemàtiques, un lloc per a la cooperació.»

Amb aquest breu interval de temps en què parlaré sobre les matemàtiques, un lloc per a la cooperació, ens centrarem a parlar de les matemàtiques com a lloc de cooperació principalment, entre els mateixos matemàtics, i una mica, entre els matemàtics i persones més afins, com ho puguin ser els científics en general.

Durant aquest segle, que ara estem acabant, si tenim en compte l'augment espectacular de la població mundial, la quantitat d'universitats, de centres de recerca, i de tota mena d'institucions que puguin albergar matemàtics o persones afins fent alguna mena de recerca en matemàtiques, no ens equivocarem en afirmar que aquest segle XX ha tingut més matemàtics dedicats a les matemàtiques que els darrers 30 segles. Amb altres paraules, durant aquest segle hem tingut més matemàtics que durant tota la història de la humanitat.

Aquesta «abundància» de matemàtics ha fomentat més que mai la cooperació entre els matemàtics, mitjançant reunions, congressos, escoles, tallers de treball, etc. Actualment pot semblar exagerat el nombre tan gran d'aquests esdeveniments matemàtics.

Aquesta cooperació facilita la difusió dels coneixements, enriqueix els punts de vista, genera noves idees, accelera la realització dels treballs, etc.

A part d'aquesta cooperació diguem-ne de caire col·lectiu, n'hi ha una altra de més individual, em refereixo a la d'abordar un problema nou amb col·laboració amb altres companys de la professió. Estaria bé disposar d'estadístiques sobre el nombre d'autors que figuren en els articles de matemàtiques, crec que confirmarien la tendència que cada vegada es treballa més en col·laboració, encara que això s'accentua més en unes àrees que en d'altres.

Aquesta cooperació, tant la col·lectiva com la individual, s'ha vist enormement potenciada aquests darrers 20 anys, i especialment aquest darrers 10 anys per l'ús massiu d'Internet. Ara podem cooperar, com aquell que diu, instantàniament amb qualsevol matemàtic del món, és clar sempre que els dos tinguem accés a la xarxa i ens agradi utilitzar-la. Per exemple, jo mateix l'any 98 vaig publicar al *Pacific Journal of Mathematics* un article amb col·laboració amb en Branko Grumbaum. En Branko és un especialista força bo en geometria computacional que treballa a la Universitat de Washington a Seattle, i que per desgràcia encara no conec personalment, però arran d'una pregunta que li vaig fer amb un *e-mail*, vam acabar escrivint un article conjuntament. És clar que per acabar l'article moltes versions prèvies d'aquest van anar i venir entre Barcelona i Seattle per la xarxa.

A continuació llegiré algunes cites sobre diversos aspectes de les matemàtiques com un lloc per a la cooperació que han fet diferents matemàtics; aquestes cites les he tret d'una recopilació més extensa de cites que han fet n'Armengol Gasull i na Maria Jolis de la Universitat Autònoma.

Una cita sobre la cooperació amb el món en general:

David Hilbert: «Les matemàtiques no coneixen races o fronteres geogràfiques; per a les matemàtiques el món de la cultura és un país.»

Set cites sobre la cooperació amb les ciències:

Galileu Galilei: «L'univers no es pot llegir fins que no hem après el seu llenguatge i ens hem familiaritzat amb els caràcters en els quals està escrit. Ell està escrit en llenguatge matemàtic, i les lletres són els triangles, els cercles i altres figures geomètriques, sense les quals és humanament impossible entendre una simple paraula.»

Charles Darwin: «Les matemàtiques semblen dotar-nos amb una espècie de nou sentit.»

Emmanuel Kant: «La ciència de les matemàtiques presenta l'exemple més brillant de com la raó pura pot ampliar amb èxit el seu domini sense l'ajut de l'experimentació.»

Nikolai Lobatxevski: «No hi ha cap branca de les matemàtiques, per abstracta que sigui, que un dia no pugui ser aplicada a fenòmens del món real.»

Henri Poincaré: «Els descobriments matemàtics, grans o petits mai neixen per generació espontània. Sempre pressuposen un terra plantat amb el coneixement preliminar i ben preparat amb el treball tan conscient com subconscient.»

Albert Einstein: «Com pot ser que les matemàtiques, essent després de tot un producte humà, independent de l'experimentació, s'adaptin admirablement als objectes de la realitat?»

Jacques Hadamard: «L'aplicació pràctica no es troba buscant-la i es podria dir que tot el progrés de la civilització es basa en aquest principi.»

No tothom ha vist en les matemàtiques un lloc per a la cooperació, com ho proven les dues següents cites de sant Agustí i Charles Darwin.

Sant Agustí: «El bon cristià hauria de tenir compte dels matemàtics i de tots aquells que fan profecies buides. Ja existeix el perill que els matemàtics hagin fet un pacte amb el diable per enfosquir l'esperit i confinar-nos a les profunditats de l'infern.»

Darwin devia tenir els seus pros i contres amb les matemàtiques, abans l'hem citat perquè deia que les matemàtiques li donaven un nou sentit per entendre la natura, ara el citem per tot al contrari.

Charles Darwin: «Un matemàtic és un home cec en una habitació fosca buscant un gat negre que no és a l'habitació.»

És evident que Darwin quan va fer aquesta cita no veia amb les matemàtiques la llum que nosaltres hi veiem. No puc acabar amb aquesta cita tant fosca sobre les matemàtiques, per tant ho faré amb tres cites sobre la cooperació de les matemàtiques amb la bellesa:

Aristòtil: «Les ciències matemàtiques mostren entre altres coses, ordre, simetria i restriccions, i aquestes coses són les grans formes de la bellesa.»

David Hilbert: «La bellesa de les matemàtiques consisteix a trobar quin és el cas especial que conté tots els gèrmens de generalitat.»

Arthur Caley: «A les matemàtiques els passa com a moltes altres coses: la bellesa es pot percebre, però no explicar.»

J. Llibre
UAB

A continuació n'Albert Mora (flauta) i Abigaïl Prat (arpa) ens van delectar amb la *Sonata en sol menor BWM 1020* de J. S. Bach, amb *Entreacte* de J. Ibert, i finalment amb el *Cant dels ocells*.

El director del Museu de la Ciència, **Jorge Wagensberg**, ens va parlar sobre «La imatge social de les matemàtiques» però no ha estat possible aconseguir de moment les seves paraules.

La professora **Marta Berini**, presidenta de l'ABEAM i vice-presidenta de la FEMCAT va parlar de «L'educació en matemàtiques. Reflexions sobre la gestió de la classe.»

L'ampliació de l'etapa d'escolarització obligatòria i l'augment de taxes d'escolarització postobligatòria ha obligat la comunitat educativa a replantejar-se els continguts que s'han d'ensenyar a les escoles i als centres d'educació secundària i, entre d'altres qüestions, ha fet reflexionar el professorat sobre quina pot ser la millor manera de presentar a classe aquests continguts i com treballar-los amb els i les alumnes. Cal tenir en compte que qui tenim a les nostres classes són persones en formació, adolescents amb tot el que significa d'immaduresa però també de potencialitat d'aprenentatge, individus amb diferents necessitats i diverses expectatives, però que seran els futurs treballadors i treballadores de la societat.

Aprofitant aquest any 2000, declarat Any Mundial de les Matemàtiques per la Unió Matemàtica Internacional (UMI), gaudim d'una ocasió perfecta per tal que tota la societat, i en particular el professorat de matemàtiques, reflexioni sobre una de les directrius que ha donat la UNESCO a l'hora de donar suport a aquest any i que és la següent: «La societat té la paraula en tots els àmbits i pot dir què és el que creu que haurien d'haver après els ciutadans i les ciutadanes adults d'avui dia; en particular, té la paraula en l'àmbit de l'educació matemàtica.» Per tant, és evident que cal una discussió a fons sobre quines són les necessitats socials a les quals ha de respondre l'ensenyament de les matemàtiques (matemàtiques necessàries per poder desenvolupar-se en la vida quotidiana, en el treball, en els estudis posteriors...) i quines han de ser les característiques de l'aprenentatge en aquestes edats. Ja el 1981, l'Informe Cockcroft (informe sobre l'ensenyament de les matemàtiques a Anglaterra i al País de Gales, encarregat a W. H. Cockcroft i que va ser elaborat per ell mateix i 24 professionals més relacionats amb l'ensenyament i en les matemàtiques, després de 3 anys de treball) feia paleses unes necessitats i donava unes directrius a tenir en compte en el moment d'ensenyar matemàtiques, a partir de dues preguntes clau pel que fa al seu ensenyament: quines matemàtiques han d'aprendre els i les alumnes? i com han d'ensenyar-se aquestes Matemàtiques?

Respecte a quines matemàtiques han d'aprendre tenim potser les idees més clares i no dubtem a l'hora de fet un llistat i una seqüenciació dels continguts.

Crec que el problema apareix quan el professorat intenta respondre a la segona d'aquestes preguntes: com han d'ensenyar-se aquestes matemàtiques? Quan intenta fer-ho, immediatament li apareix una preocupació: «cal prendre la decisió sobre quin tipus de material lliurarà a l'alumnat i com gestionarà la classe, per tal d'aconseguir els objectius que s'ha marcat.» Per tant em centraré en ella i intentaré donar algunes indicacions a què he arribat després de moltes reflexions, diverses experiències i bastants anys de treball a l'aula:

Pel que fa al material que lliurem a classe i la manera de fer del professorat, hauria de:

- ser adequat per a la majoria de l'alumnat i no només per a aquelles persones més avantatjades
- tenir en compte els conceptes previs de l'alumnat sobre el tema a treballar
- permetre realitzar una part del treball de forma autònoma
- potenciar les discussions a classe, amb el professorat actuant més com a conductor, que com a participant
- potenciar l'anàlisi crítica sobre les informacions que rep del món extern a l'escola
- induir els i les alumnes a reflexionar constantment sobre el seu procés d'aprenentatge, tant en el moment de la resolució de problemes, com en el de matematització
- no presentar les matemàtiques com una teoria ordenada i encotillada, explicada pel professorat (cosa que provoca una actitud totalment passiva de l'alumnat) sinó proposar

situacions problemàtiques i demanar que intentin resoldre-les amb la finalitat d'implicar-lo en el seu propi procés d'aprenentatge

- fer emergir la intuïció, la improvisació, l'elaboració i comprovació d'hipòtesis, fer-los fer petites investigacions, recomanar les aproximacions, el tempteig, les analogies...
- «obligar» l'alumnat a verbalitzar constantment els seus raonaments
- donar a l'alumnat exercicis que puguin tenir diferents itineraris de resolució i posteriorment permetin comentar les diferents estratègies utilitzades
- ajudar a fer servir els coneixements adquirits en contextos similars
- garantir una visió interdisciplinària i globalitzadora dels continguts
- presentar les matemàtiques com un conjunt de coneixements que han estat i estan en contínua evolució
- fer visibles les matemàtiques en tots els aspectes de la vida quotidiana en què apareixen
- presentar els continguts matemàtics més com a «instrument de coneixement» que com a «objecte d'estudi»
- però, no oblidar mai el fet de mostrar la bellesa intel·lectual de les Matemàtiques, i engrescar una part de l'alumnat a gaudir de l'abstracció que n'hi ha a dins.

Tot aquest llistat de suggeriments no hauria d'angoixar ningú. No cal que a cada moment haguem de lliurar a l'alumnat materials de treball que contemplin tots aquests aspectes. El que hauríem de poder aconseguir és assegurar que al llarg de tota una unitat didàctica, un mes, un trimestre, un curs,... la nostra gestió de la classe hagi estat de tal manera, que haguem presentat situacions que permetin treballar-los tots.

Referent a l'aspecte: *potenciar l'anàlisi crítica sobre les informacions que rep del món extern a l'escola* vull comentar dues experiències que vaig tenir fa uns anys a les meves classes.

En primer lloc la que va ser conseqüència de llegir al suplement d'«Educació» d'un diari un article titulat *Los alumnos ponen la nota* i que es referia al fet posaven la nota al seu professorat de la universitat.

Hi havia un paràgraf on estava escrit: «la valoració anava de l'1 al 7... la nota mitjana que va obtenir el professorat era un 5», i va afegir el periodista: «és a dir un aprovat justet.» Vaig voler que a les meves classes es critiqués aquesta informació i vaig donar fotocòpia de l'escrit, demanant una crítica d'aquell paràgraf. Ràpidament l'alumnat va començar a criticar el professorat: «Marta, que dolents que són!, només un 5!, tu ens dius que un 5 és molt poc...» Vaig haver de rectificar la meva demanda i dir que el que jo volia era una crítica sobre la informació matemàtica que hi apareixia. I va ser llavors quan algú va dir: «A mi em sembla que un 5 no és un aprovat justet en una escala de l'1 al 7, més aviat ha de ser un bé». La qual cosa va donar lloc a tot un seguit de reflexions. Vàrem redactar una carta entre tots i, després de comprovar que cap professor o professora de la universitat havia fet una rèplica, la vàrem enviar a la secció de «Cartes al director».

La segona experiència fa referència a la informació sobre els índexs d'audiència de les diferents cadenes de televisió que va publicar-se a tots els diaris i que només mirar-la feia mal a la vista, ja que l'antiproporcionalitat entre els percentatges d'audiència i la longitud de les barres era esfereïdora. Naturalment vaig donar-ne fotocòpia als meus i a les meves alumnes i quan van tenir-la davant, tothom va dir: està mal feta, no hi estic d'acord... i jo ràpidament, molt contenta, vaig demanar que tothom escrivís per què creien que no era correcta. Quan varen començar a llegir el que havien escrit, les respostes eren: «no és veritat que TV1 sigui la més vista perquè a casa tothom veu Farmacia de Guardia, la meva veïna també, és veritat, és veritat»... i una altra vegada vaig haver de demanar una crítica sobre la informació matemàtica. De seguida varen començar a sortir les reflexions: no pot ser que al 7,9 % li correspongui només el doble del que li correspon al 2,2 %, que a un 6 % li correspongui només el doble del que li correspon a un 1,3 %... La cosa no va acabar aquí, ja que vàrem redactar la carta i la vàrem enviar, i una setmana després, mentre feia classe, em varen trucar del diari i la persona amb qui vaig parlar em va dir: «moltes gràcies per la seva carta, demà la publicarem, però crec que hi ha un error en el seu escrit perquè vostè diu que si a 26,9 % li corresponen 11,8 cm a

26 % li han de correspondre 11,18 cm, i està clar que això no pot ser, ja que 11,18 és més gran que 11,8.» Jo em vaig quedar esbalaïda i no sabia exactament què respondre per no ferir la persona amb la que estava parlant, i l'única cosa que vaig saber dir va ser: «miri, és que en matemàtiques s'acostuma a no escriure els zeros que hi ha al final d'un nA7 amb comes, però el 11,8, el podríem escriure 11,80"; Ah, ja ho entenc, em va dir de seguida, i 11,80 sí que és més gran que 11,18. ¿Li importa si a la carta escrivim 11,80?». Què havia de dir sinó, em semblava perfecte que ho escrivís d'aquesta manera? I així la varen publicar.

Arran d'aquestes experiències, i d'altres que segur que tothom està recordant en aquest moment, és clar que continua sent necessària una reflexió sobre quines matemàtiques cal ensenyar i com fer-ho.

En aquest sentit, aprofito aquesta ocasió i com a vicepresidenta de la Federació d'Ensenyants de Matemàtiques de Catalunya, vull presentar-los el Congrés d'Educació Matemàtica, cem 2000 que es celebrarà els dies 4, 5 i 6 de juliol de 2000 a Mataró i que serà congrés satèl·lit del 3 Congrés Europeu de Matemàtiques.

El congrés té com objectiu discutir sobre una sèrie de qüestions com: quines són les demandes que la societat fa en relació a l'educació matemàtica? Què pot oferir el professorat de matemàtiques en resposta a aquestes demandes? Existeixen unes matemàtiques invisibles fora de l'escola que cal mostrar? Totes elles sempre centrades en el debat matemàtiques/societat en l'escolarització obligatòria.

Dins el congrés hi haurà taules rodones (una d'elles amb participants aliens al món de les matemàtiques, que donaran el seu punt de vista sobre les qüestions clau del congrés); conferències plenàries, grups de debat on els participants puguin discutir sobre les idees aparegudes; comunicacions i tallers, i una segona taula rodona que comptarà amb professionals de l'ensenyament de les matemàtiques que donaran la seva opinió sobre tot allò que ha anat sorgint al llarg de les activitats del congrés. Esteu convidats a participar-hi.

M. Berini
ABEAM

Per concloure l'acte es van llegir les següents declaracions institucionals:

Declaració de l'IMU de Rio de Janeiro.
Lector: **Daniel Cuadras** (estudiant de la UB).
Declaració de la Unesco.
Lector: **Oriol Coma** (estudiant de la UAB).
Proposició no de llei del Congrés dels Diputats.
Lectora: **Silvia Ferrando** (estudianta de la UPC).
Declaració institucional del Parlament de Catalunya.
Lectora: **Carme Navajas** (cap de la Biblioteca de Matemàtiques de la UB).

Declaració de Rio de Janeiro sobre les matemàtiques

El 6 de maig de 1992, a Rio de Janeiro, durant la celebració del 40è aniversari de l'IMPA (Institut de Matemàtiques Pures i Aplicades), el professor Jacques-Louis Lions, president de l'IMU (International Mathematical Union), va declarar, en nom d'aquesta Unió, que l'any 2000 seria l'Any Mundial de les Matemàtiques. La declaració de Rio de Janeiro assenyala tres objectius:

- Els grans desafiaments del segle XXI.
- Les matemàtiques, peça clau per al desenvolupament.
- La imatge de les matemàtiques.

Els grans desafiaments del segle XXI

Durant la seva famosa conferència de París, l'any 1900, David Hilbert va enunciar una llista de problemes fonamentals, que presentava com a desafiaments per al segle que ara acaba.

L'AMS va suggerir, l'any 1990, durant l'Assemblea General de l'IMU reunida a Kobe (Japó), que els matemàtics del més alt rang que eren membres del Comitè per al Canvi de Segle fessin una tasca semblant i coordinessin els esforços per tal d'enunciar els grans desafiaments que l'any 2000 ens plantejarà.

Les matemàtiques, peça clau per al desenvolupament

Les matemàtiques pures i aplicades són un dels recursos fonamentals per a la comprensió i per al desenvolupament del món. Per aquesta raó, és essencial que els països que són membres de la UNESCO arribin, gradualment, a obtenir un nivell en matemàtiques que faci possible que siguin admesos en l'IMU. Per això, el segon objectiu que marca la Declaració de Rio de Janeiro és que la majoria de membres de la UNESCO assoleixin aquest nivell amb el canvi de segle. Això implica enormes esforços addicionals en els camps de l'educació, de l'aprenentatge i de l'accés a la informació científica.

La imatge de les matemàtiques

La Declaració de Rio de Janeiro marca, com a tercera fita, també de la màxima importància, una presència sistemàtica de les matemàtiques en la «societat de la informació» a través d'exemples i aplicacions que siguin, alhora, científicament exactes i accessibles al màxim nombre possible de persones.

Declaració de la UNESCO. 11 de novembre de 1997

Prenent en consideració la importància cabdal de les matemàtiques i les seves aplicacions en el món d'avui pel que fa a la ciència, la tecnologia, les comunicacions, l'economia i molts altres camps.

Constatant que les matemàtiques tenen arrels profundes en moltes cultures i que la majoria d'eminents pensadors d'arreu del món han contribuït, durant milers d'anys, a desenvolupar-les.

Atenent el fet que el llenguatge i els valors de les matemàtiques tenen caràcter universal, i això les fa ideals per a la cooperació internacional.

Ressaltant el paper clau de l'educació matemàtica, en particular en l'ensenyament primari i secundari, tant pel que fa a la comprensió dels conceptes matemàtics bàsics com pel que fa al desenvolupament del pensament racional.

La Conferència General de la UNESCO,

Impulsa la iniciativa de l'IMU de declarar l'any 2000 com a Any Mundial de les Matemàtiques i de promoure, en aquest marc, les matemàtiques en tots els nivells i arreu del món; i

Decideix donar suport a la iniciativa de considerar l'any 2000 com a Any Mundial de les Matemàtiques.

Proposición no de Ley sobre el Año Mundial de las Matemáticas 2000

Acuerdo adoptado por unanimidad el 9 de febrero de 1999.

La Comisión Mixta de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico, ante la celebración en España del Año Mundial de las Matemáticas 2000.

A) Considera que las matemáticas

- Son una de las máximas expresiones de la inteligencia humana y un magnífico ejemplo de la belleza de las creaciones intelectuales.
- Constituyen un eje central de la historia de la cultura y de las ideas.
- Gracias a su universalidad, se aplican en las otras ciencias, de la naturaleza y sociales, y en las distintas ramas del saber y en los distintos tipos de actividad humana, de modo que resultan fundamentales en el desarrollo y el progreso de los pueblos.
- Constituyen una herramienta básica para que la mayoria de las personas puedan comprender la sociedad de la información en la que viven.
- Han desempeñado, y deberan seguir haciéndolo, un destacado papel en los sistemas educativos y en el aprendizaje de los escolares.
- Se convierten en uno de los ámbitos más adecuados para la cooperación entre todos los pueblos por su lenguaje y valor universales.

B) Apoya dicha celebración, ya que

- Es un impulso para la investigación matemática.
- Intensifica la conexión de las matemáticas con sus aplicaciones, lo que permitirá aumentar la importancia en nuestro país de las matemáticas aplicadas.
- Es una oportunidad para mejorar la formación matemática de los escolares.
- Facilita la divulgación del conocimiento matemático y de las características propias de las matemáticas entre la población en general, entre los profesores y entre los propios investigadores matemáticos.
- Permite ampliar la cooperación con los demás paises, particularmente con los iberoamericanos.

C) Invita

- A las instituciones y sociedades científicas a que celebren el Año Mundial de las Matemáticas 2000 con el ánimo de alcanzar los objetivos de la Declaración de Rio de Janeiro.
- A los profesores de matemáticas de todos los niveles educativos a que aprovechen la celebración para aumentar su propio nivel científico y los métodos de enseñanza y aprendizaje, entendiendo las matemáticas como disciplina científica esencial para la formación del espíritu de los niños y jóvenes.
- A los Gobiernos de las Comunidades Autónomas y a las Corporaciones Locales a que presten su apoyo a las instituciones y sociedades que en sus ámbitos territoriales planteen actividades en el marco de la celebración.
- A los medios de comunicación a que se hagan eco de las actividades que se realicen, y trasladen a la sociedad aquellos aspectos de las matemáticas que tengan más interés para la mayoria de los ciudadanos.

D) Insta al Gobierno a que, dentro de su ámbito de competencias y de acuerdo, en su caso, con las Comunidades Autónomas,

- Apoye, decidida y eficazmente, a las Sociedades e Instituciones que desarrollen actividades con tal motivo, particularmente al Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas 2000.
- Favorezca programas de investigación en el ámbito de la didáctica de las matemáticas.
- Fomente la organización de actos culturales, académicos y lúdicos entre los estudiantes de todos los niveles educativos, tal como se hace en los demás países europeos.
- Favorezca la investigación matemática y la relación de ésta con las aplicaciones, tanto las de carácter científico, como las industriales, empresariales o tecnológicas en general.
- Colabore a la divulgación de las matemáticas y, a tal fin, promueva desde los medios de comunicación de titularidad pública el mayor conocimiento de las matemáticas por parte de la población en general.
- Contribuya al conocimiento y al reconocimiento social de la obra histórica más relevante de los matemáticos españoles.
- Establezca líneas de cooperación con otros países, especialmente los iberoamericanos, en los ámbitos de la investigación matemática y de la educación matemática.

E) Acuerda sumarse a dicha celebración mediante la organización de actividades en las sedes de las Cortes.

Finalment, la Coral de Matemàtiques de la UB, dirigida per Jordi Marín, va interpretar magníficament *Iam lucis orto sidere* d'A. Bruckner, *Cantares* de J. M. Serrat, L. Cangiano i, com no, el Gaudeamus Igitur.

Cinema i matemàtiques

Del 26 al 30 d'abril va tenir lloc a la Filmoteca de la Generalitat de Catalunya un cicle de cinema i matemàtiques.

La sessió inaugural va ser a càrrec de: Pilar Bayer, professora de la UB, Ramon Font, coordinador de la Filmoteca i Joaquim Ortega, president de la CAMM 2000.

Es van projectar les següents pel·lícules:

- Donald in Mathmagic land, de Hamilton Luske (1959), (VOSC).
- Cube, de Vincenzo Natali (1997), (VOSE).
- Évariste Galois, d'Alexandre Astruc (1965), (VOSC).
- C'est la tangente que je préfère, Charlotte Silvera (1997), (VOSC).
- The dot and the line, de Chuck Jones i Maurice Noble (1965), (VOSC).
- Berget pa Manens Baksida, de Lennart Hjulström (1983), (VOSC), (títol anglès: A Hill on the Dark Side of the Moon).
- Torn curtain, d'Alfred Hitchcock (1966), (VOSC).
- Contact, de Robert Zemeckis (1997), (VOSE).

Comissió per
l'Any Mundial de les Matemàtiques

Concurs de fotografia matemàtica 2000

Com ja anunciàvem en el nostre butlletí núm. 5, l'ABEAM organitza un concurs de fotografia matemàtica.

1. En aquest concurs hi poden participar alumnes de primària i de secundària i els professors i professores del centre.

2. Hi haurà cinc nivells:
   Nivell 1: cicle superior de primària.
   Nivell 2: 1r cicle d'ESO.
   Nivell 3: 2n cicle d'ESO.
   Nivell 4: Batxillerat i Cicles formatius.
   Nivell 5: professors/es.

3. Les fotos podran ser en blanc i negre o color (recomanem la grandària 13x18).

4. Cada foto haurà de dur un títol que faci referència, d'alguna manera, al contingut matemàtic de l'obra, amb gràcia i originalitat.

5. Cada foto haurà d'anar enganxada en una cartolina DIN A4 en la qual ha de constar el títol de la foto, un pseudònim, el nivell i el nom del centre.

6. Caldrà presentar un sobre tancat per a cada foto on dins hi hagi el nom i fora el pseudònim.

7. Hi haurà les fases següents:
   1a fase: En tots els centres de primària o secundària que participin en el concurs de fotografia matemàtica es convoca un concurs intern en alguna data en què el centre faci una jornada cultural (per exemple la data en què es convoquen concursos literaris o similars). Cada centre, internament, donarà els premis que cregui convenient a les millors fotografies de cada categoria.
   2a fase: Cada centre selecciona les 4 millors fotografies de cada nivell i les envia de l'1 al 15 de juny a l'ABEAM.
   3a fase: A partir del 15 de juny un jurat de l'ABEAM determina les millors fotografies. El veredicte del jurat i el repartiment de premis es farà durant el Congrés d'Educació Matemàtica (4, 5 i 6 de juliol). Totes les fotografies presentades seran exposades els dies en què es realitzarà el Congrés.

8. Inscripció.
   La inscripció del centre per participar en el concurs de fotografia matemàtica es farà abans del dia 15 de febrer a:

   pfiguer1@pie.xtec.es

   i caldrà enviar les dades següents: centre, adreça, telèfon, fax, persona responsable, e-mail de la persona responsable.

Després de fer la inscripció el centre rebrà (si li interessa) una proposta de bases pel concurs intern i unes fotografies a tall d'exemple. També s'enviarà als centres inscrits informació més detallada sobre les diferents fases del concurs i sobre els premis que s'atorgaran.

M. Berini
ABEAM

Maths Quiz 2000

Quin és el nombre màxim de camps vectorials ortonormals a l'esfera de dimensió 139263?

Si una sèxtica plana no té cap altra singularitat llevat de 9 cúspides, quantes tangents dobles té?

Són dues preguntes que us semblaran ben senzilles... si s'escau que entren dins del vostre camp de coneixements matemàtics. En canvi, aquestes mateixes preguntes requeriran un cert esforç de recerca bibliogràfica si la vostra activitat matemàtica està allunyada, en aquest exemple concret, de la geometria algebraica i la topologia algebraica.

El dia 17 d'octubre d'aquest any tots els matemàtics del món estan convidats a participar en un concurs matemàtic singular en el qual se'ls demanarà que contestin el màxim nombre possible de qüestions com aquestes dues que, a tall de mostra, us acabem de proposar. En diem **Maths Quiz 2000** i és una contribució lúdica del **Centre de Recerca Matemàtica** a la celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Estem parlant d'un concurs de preguntes i respostes que tindrà, però, algunes particularitats interessants. Comentem-ne algunes. Tal i com convé al tema —les matemàtiques— i a la celebració —l'any mundial—, serà un concurs *global* i *simultani*. Tots els participants hi jugaran simultàniament i en temps real a través d'Internet. El joc començarà a les dotze hores de temps universal del 17 d'octubre d'enguany i tindrà una durada d'exactament vint-i-quatre hores ininterrompudes. Aquesta durada s'ha escollit per tal de donar les mateixes oportunitats a tots els matemàtics, independentment de la franja horària on visquin i, a més, perquè volem que el joc sigui també una petita prova de resistència.

Ja us hem donat una mostra de la mena de preguntes que es formularan. Són preguntes que en podríem dir *well known*. Ens referim a preguntes que un especialista en el tema pot contestar amb una certa facilitat però atès que es mouran al llarg de totes les àrees de la matemàtica, respondre-les serà un bon repte per a qualsevol matemàtic professional. Aquest fet, juntament amb la durada del joc, fa preveure que els qui optin als premis principals seran, molt probablement, petits equips de quatre o cinc matemàtics que, conjuntament, puguin cobrir una bona part dels coneixements matemàtics bàsics. No hem de descartar, tampoc, que hi hagi algun departament de matemàtiques on tots els seus membres uneixin els seus esforços i actuïn com un únic jugador que tindrà, no cal dir-ho, grans possibilitats d'èxit.

No es tractarà pas de *problemes*, ni de qüestions més o menys enginyoses, de la mena de les que apareixen a les competicions de tipus olímpic. Caldrà, això sí, tenir una cultura matemàtica al més àmplia possible, ser força hàbil en la recerca bibliogràfica i tenir a l'abast, tanmateix, una biblioteca de qualitat.

Aproximadament una quarta part de les preguntes tindrà un cert component històric. Moltes d'aquestes, però, no seran pas preguntes d'autèntica història de la matemàtica, sinó que més aviat es referiran a certs coneixements *well known* que, nogensmenys, no són fàcilment localitzables als llibres d'història. Parlem de preguntes com ara aquesta:

> El 21 d'agost de 1947, dos escaladors d'alt nivell van aconseguir la primera ascensió de la cara sud del Bietschhorn, una muntanya alta i difícil dels alps suïssos. Un d'aquests escaladors era un matemàtic excel·lent, conegut arreu del món. Quin any va llegir la tesi doctoral?

Més enllà del plaer de vèncer el repte, quina recompensa tindran els que juguin i guanyin? Hi haurà dues menes de premis. Els cinc participants que obtinguin les puntuacions més altes rebran sengles *workstations* subministrades per l'empresa **Sun**, que és la patrocinadora principal del concurs. D'altra banda, per tal d'esperonar tots els participants, encara que estiguin lluny de les posicions capdavanteres, al llarg de la competició s'aniran sortejant un nombre important de tickets de 100 euros que han estat oferts per **Birkhäuser** i que es podran utilitzar en la compra de llibres d'aquesta editorial.

El **maths quiz 2000** tindrà una estructura que recordarà, d'una banda, el joc del bingo i de l'altra, els jocs d'ordinador en què cal anar pujant de nivell per tal de poder obtenir premis (en forma de punts) cada cop més elevats. La programació del joc ha estat feta per la **Universitat Oberta de Catalunya**.

Marqueu, doncs, la data del 17 d'octubre al vostre calendari. Busqueu un petit grup de companys i visiteu la pàgina del **maths quiz 2000**:

`http://www.mq2000.org`

Allà hi trobareu la butlleta d'inscripció i tota la informació que us caldrà per a jugar. Endavant!

J. Aguadé, UAB
R. Serra, Fundació Blanquerna

Articles

Números canten

El 25 de setembre passat Manuel Castellet publicava un article al diari *El País* titulat «Tenemos lo que nos merecemos». L'article, basat en els resultats d'una convocatòria de la Comunitat Europea dins el programa *Improving Human Capital*, analitzava la poca participació espanyola —tant en les sol·licituds com en els resultats— en relació amb la bona acollida que havien tingut els projectes presentats per investigadors catalans; però anava una mica més enllà i apuntava ja la immillorable situació —sempre en el context de la convocatòria objecte d'estudi— de les matemàtiques, en l'àmbit europeu i en l'àmbit català.

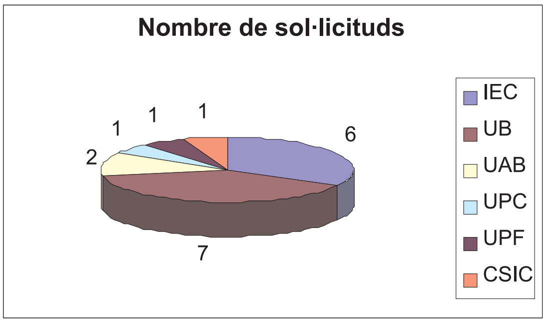
Des d'aleshores s'han resolt tres noves convocatòries que afecten particularment els científics teòrics: la de «xarxes de recerca europees», la dels *Marie Curie Training Sites* i la corresponent a l'organització de cursos avançats i congressos, anomenada *High Level Scientific Conferences*. Només disposem d'informació parcial sobre la primera i ens consta que un bon nombre de grups de recerca matemàtica catalans formen part de xarxes finançades per la Comunitat Europea; però sí que tenim informació fiable i completa sobre les altres dues.

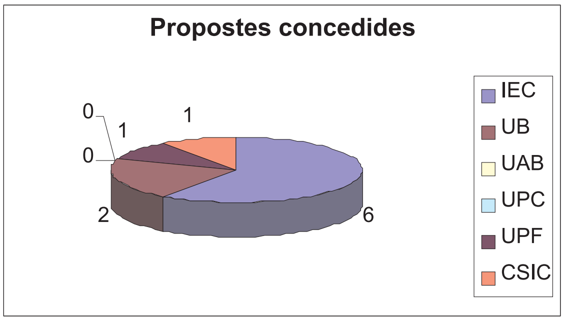
Els *Marie Curie Training Sites* són grups de recerca que la Comissió Europea considera d'excel·lència per a la formació de doctors. Cal que el grup tingui una certa reputació internacional i una bona experiència en doctorats, tant del propi país com d'arreu. Els grups seleccionats acullen durant quatre anys estudiants de doctorat europeus, finançats per la Comunitat, i reben una quantitat important d'euros per a facilitar el treball d'aquests estudiants. En la convocatòria de la tardor passada foren seleccionats només dos grups de l'Estat espanyol i tots dos són de Catalunya. Enhorabona, doncs, als topòlegs algebraics i als analistes de teoria d'operadors!

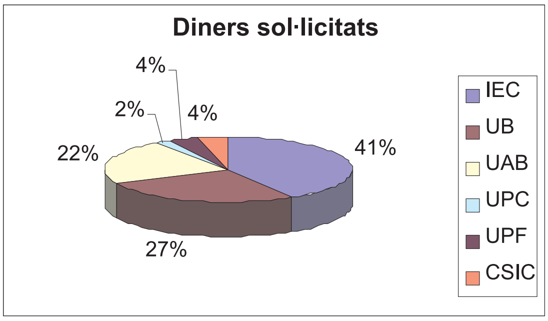
Molt recentment s'ha resolt la segona convocatòria de les *High Level Scientific Conferences*. Els resultats són espectaculars: de tot l'estat espanyol es van presentar 32 propostes, de les quals 18 eren de Catalunya (bona proporció!) i 7 eren de matemàtiques (millor proporció encara, 7 sobre 32!). D'aquestes 7, 6 foren presentades pel Centre de Recerca Matemàtica de l'Institut d'Estudis Catalans, amb connexió amb investigadors de la Universitat Autònoma de Barcelona, de la Universitat Politècnica de Catalunya, de la Universitat de Barcelona i de la Universitat Jaume I de Castelló.

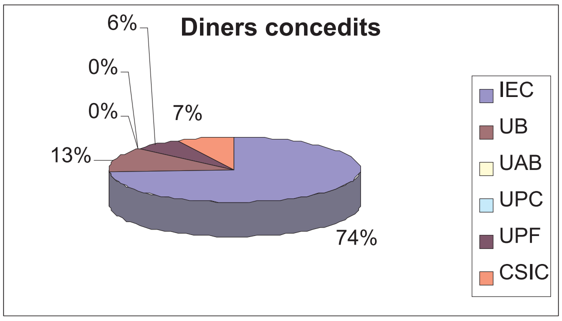
De les 18 de Catalunya, n'han estat concedides 10 (totes les de matemàtiques) per un import d'uns 317.000 euros, dels quals corresponen a les propostes del CRM 233.255 euros.

Les gràfiques que reproduïm són prou il·lustratives, tant la que fa referència a les sol·licituds presentades per institucions de Catalunya, com la que resumeix totes les propostes de matemàtiques de la Comunitat; un 23 % cap a casa no està gens malament.









Els matemàtics (com a dones i homes) i les matemàtiques (com a ciència) estem d'enhorabona a Catalunya. Cal, però, que seguim treballant en aquesta línia i començar el segle que ve tan bé com acabem aquest.

Premis i concursos

Premi Évariste Galois de la SCM, 1999

El Premi Évariste Galois 1999 ha estat concedit a Manuel Sanchón Rodellar, pel treball

Models matemàtics per a la transmissió del VIH/SIDA

La nostra enhorabona!

A més va ser l'encarregat de fer la conferència en representació de tots els estudiants premiats per l'IEC a l'acte de lliurament de premis.

Acta de la Comissió Avaluadora del Premi Évariste Galois de la SCM convocatòria 1999.

En la present convocatòria s'han presentat els següents treballs:

Mónica Blanco Abellán, *Anàlisi de la controvèrsia L'Hôpital-Bernoulli.*

Laura Prat Baiget, *Comparació entre la capacitat analítica γ i la capacitat analítica real γRe. Versions discretes i conjunts de tipus Cantor.*

Manuel Sanchón Rodellar, *Models matemàtics per a la transmissió del VIH/SIDA.*

Xavier Vindel Losilla, *Teoria computacional de grups.*

David Galindo Chacón i Xavier López Martínez, *Construccions amb regle i compàs a la lemniscata.*

Examinats els treballs la comissió acorda atorgar el Premi Évariste Galois al treball presentat per: Manuel Sanchón Rodellar.

A causa de l'alt nivell dels cinc treballs presentats la decisió final de la Comissió s'ha pres tenint en compte les aportacions originals de cada memòria, la claredat d'exposició dels objectius perseguits i de les tècniques utilitzades.

Barcelona, 29 de febrer de 2000
President: A. Reventós
Vocals: J. Amorós
P. Viader

Premi Iberdrola 1999

La nostra revista volia retre un petit homenatge al nostre company David Nualart per haver rebut el Premi Iberdrola. La casualitat ha fet coincidir en el temps aquesta voluntat amb la presentació que de David Nualart va fer la diputada Maria Teresa Riera a l'acte al Congrés dels Diputats. Ens va agradar tant que hem decidit utilitzar-la, amb el permís de l'autora, com a reconeixement al David. En presentem un resum.

Presentació de la Conferència impartida pel Prof. David Nualart: «Las Matemáticas en la actividad política», per Teresa Riera i Madurell

És per a mi un honor i un motiu d'orgull molt personal presentar-vos avui, en aquesta casa, el professor David Nualart, persona sobre la qual, sens dubte, existeix consens en afirmar que es tracta d'un dels matemàtics actuals més prestigiosos del nostre país, a qui tinc el plaer de conèixer des de la nostra època d'estudiants. Matemàtic excel·lent i a la vegada persona compromesa i bona coneixedora de l'activitat política, la seva presència en aquesta jornada matemàtica organitzada en el Congrés dels Diputats amb motiu de la celebració de l'Any Mundial de les Matemàtiques 2000, contribueix en gran mesura a donar-li la importància i rellevància que tots els que amb entusiasme hem participat en la seva organització volíem.

En David Nualart és un dels investigadors més brillants i productius del nostre país. Té un currículum com a professor, investigador, autor, editor i divulgador de les matemàtiques veritablement impressionant. Catedràtic de la Universitat de Barcelona, ha dirigit nombrosos i importants projectes d'investigació finançats per institucions espanyoles i internacionals. Col·labora regularment amb universitats de tot el món. Ha participat en incomptables congressos i reunions científiques. Ha publicat més de cent cinquanta treballs en les publicacions més prestigioses. És membre de les més importants institucions matemàtiques del món. Participa en la publicació de nombroses revistes especialitzades i ha contribuït com a editor a enriquir els fons de referències utilitzats per estudiants i investigadors.

Resulta del tot impossible resumir en poques línies les aportacions i mèrits de David Nualart, la importància de la seva tasca docent i investigadora. Va començar treballant en processos estocàstics multiparamètrics. El 1980 va resoldre en sentit negatiu una conjectura pendent en aquesta teoria, es tractava de demostrar que hi havia martingales amb dos paràmetres que no eren fortes i que tenien variació quadràtica independent del camí. Nualart va demostrar que existeixen aquestes martingales, en contra del que es pensava. *Martingales í variation indépendante du chamin*, com ell mateix afirma va ser el seu «primer treball d'un cert interès» que va presentar en un congrés a París sobre processos amb dos paràmetres i que fou publicat el 1981 a *Lecture Notes in Mathematics 863*.

Durant els anys 80 va treballar en el càlcul de Malliavin i en les seves aplicacions. El càlcul de Malliavin és un càlcul diferencial en dimensió infinita (sobre l'espai de Wiener) que es va construir a partir d'un treball de Malliavin presentat en el sympòsium de Kyoto el 1976. David Nualart va desenvolupar aplicacions del càlcul de Malliavin a la resolució d'equacions en derivades parcials estocàstiques, a *Random nonlinear wave equations: propagation of singularities*, treball realitzat amb Rene Carmona i publicat a *Probability Theory and Related Fields 79*, en 1988.

Posteriorment ha treballat en dues línies d'investigació en les quals ha realitzat importants contribucions:

1. El càlcul estocàstic anticipatiu, que va tenir com a punt de partida l'article «Stochastic calculus with anticipating integrands» de 1988 publicat amb Etienne Pardoux a *Probability Theory and Related Fields 78*, article considerat com la referència que ha motivat el desenvolupament d'aquest càlcul.

2. L'estudi de la propietat de Markov mitjançant tècniques de transformacions anticipatives de la mesura de Wiener. El treball principal és l'article «Boundary Value Problems for Stochastic Differential Equations» publicat amb Pardoux l'any 1991 a *Annals of Probability 19*.

Els treballs sobre el càlcul de Malliavin van culminar amb la publicació de la monografia *The Malliavin Calculus and Related Topics* a *Springer-Verlag* l'any 1995.

Recentment està treballant en equacions en derivades parcials estocàstiques com per exemple l'equació de la calor i de les ones pertorbades per soroll aleatori gaussià. Ha iniciat també la construcció d'un càlcul estocàstic respecte el moviment brownià fraccionari que és un tema de moda per les seves aplicacions a la matemàtica financera.

Haig de dir-los que en David Nualart va estudiar a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona, que era d'una promoció anterior a la meva i que entre 1973 i 1976 vàrem coincidir en el Departament de Matemàtiques de l'Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de la Universitat Politècnica de Catalunya. Com a estudiant de doctorat vaig assistir a dos dels seus cursos i des de la seva primera estada l'any 1976 a LAAS de Toulouse amb una beca postdoctoral, on un grup d'amics el vàrem visitar, fins a la concessió el darrer any de l'important Premi Iberdrola de Ciència i Tecnologia, he seguit amb atenció la seva brillant carrera impossible de descriure en unes breus línies.

Però, encara que fos possible, el simple relat de la seva trajectòria intel·lectual i professional no donaria la justa mesura de les característiques més importants de la seva personalitat i de la seva humanitat, plena d'anècdotes i matisos que desmenteixen, un cop més, el tòpic dels savis que viuen exclusivament en el núvol de la ciència i demostra la inquietud social de la comunitat científica pel futur de l'home i de la civilització.

T. Riera
Diputada

Premis CIRIT, 1999

El passat dia 18 de desembre es va fer el lliurament dels Premis CIRIT per fomentar l'esperit científic del jovent 1999. L'acte estava presidit pel president de la Generalitat, Sr. Jordi Pujol, i comptava amb la presència, entre d'altres autoritats, del Comissionat de Recerca i Universitats, Sr. Andreu Mas-Colell.

Els premis CIRIT tenen ja una llarga tradició. Es convoquen cada any des de 1982. Com el seu nom indica, pretenen «fomentar l'esperit científic del jovent». Any rera any han anat adquirint més ressò, amb un augment de participació i de, al meu entendre, qualitat dels treballs presentats. De fet han agafat una gran volada des de la implantació del batxillerat LOGSE, amb l'obligatorietat per a tots els alumnes de realitzar un treball de recerca durant els seu pas per aquesta etapa. Això ha comportat que, malgrat que els premis són oberts a tot l'alumnat de secundària, la gran majoria dels premis recauen a treballs de recerca d'alumnes de batxillerat.

En relació a aquest punt, em sembla que, en un moment de crítica per part d'alguns sectors al nou —per alguns, per d'altres no tant— batxillerat, és important no estalviar la denúncia d'allò que no funciona, però també, i sobretot, cal destacar el que ha aportat de positiu respecte als antics ensenyaments. Jo penso que, indiscutiblement, el treball de recerca és un pas endavant. Obliga els nois i noies de secundària a sortir del món a vegades excessivament tancat de les matèries que estant aprenent, havent-se de plantejar problemes reals i espavilar-se per trobar-hi solucions. Sens dubte el que els matemàtics portem fent des de l'antigor, encara que, malauradament, no sempre ha quedat prou ben reflectit en els nostres currículums.

Aquest any, dels setanta premis concedits n'hi ha hagut quatre per treballs de tema matemàtic. Un d'ells ha estat compartit per dues alumnes de 2n de batxillerat de l'IES Vilatzara, l'Esther Arnalte, que va presentar un treball titulat *Programació de mètodes numèrics*, i l'Aina Faura, amb el treball *La successió de Fibonacci*. Un altre premi ha estat pel treball *La doble hèlix* pels alumnes de 4t de formació professional de l'IES Llobregat, José Daniel Gasca, Javier García, Juan Plaza i Sergio López. També han hagut de compartir premi els treballs *Estudi topològic de les superfícies*, realitzat pels alumnes Sònia Estradé i Joan Alemany, i el treball *Nusos*, realitzat per les alumnes Marta Reyero i Helena Guinjoan, tots quatre de 1r de batxillerat de l'Aula Escola Europea. I, finalment, el treball *El teorema dels quatre colors*, realitzat pels alumnes Albert Solernou i Ingrid Rodríguez, de 2n de batxillerat de l'IES Pius Font i Quer.

Per donar una idea del contingut dels treballs, i de la capacitat dels nostres alumnes de secundària per buscar i crear, vull acabar aquest article amb una breu ressenya del contingut dels treballs del primer dels premis esmentats. Sota el títol *Programació de mètodes numèrics*, l'Esther va abordar primer l'estudi dels mètodes més coneguts pel càlcul de zeros de funcions. Val a dir que en començar el treball pràcticament no havia fet cap programa informàtic prèviament. En el treball implementa els algorismes dels diferents mètodes i en fa una comparació, tant des del punt de vista teòric com de la seva aplicació a exemples concrets. Després aborda, el que és el cos del treball, l'estudi de mètodes d'integració numèrica. Comença comparant els més senzills i coneguts —trapezi, Simpson, etc.— i passa a descriure i a implementar el mètode de Montecarlo, força menys conegut, però de gran importància pràctica, alhora que bastant atractiu des d'un punt de vista pedagògic: il·lustra molt bé el que és un càlcul d'àrees. El treball acaba amb el càlcul numèric dels primers decimals d'alguns nombres irracionals, a partir de la resolució numèrica d'algunes integrals. El mèrit del treball recau, d'una banda, en el treball personal de búsqueda i estudi de la informació existent i el desenvolupament dels programes escaients —en tots dos aspectes va mostrar una gran autonomia— i, en segon lloc, l'escriptura d'una memòria molt didàctica i entenedora. Sens dubte una bona referència per a un estudiant de batxillerat que estigui interessat en aquests temes escrita per una altra estudianta de la mateixa etapa.

El treball *La successió de Fibonacci* és un compendi de propietats de la famosa successió, alguns prou coneguts però molts d'ells no tant, com, per exemple, el problema proposat per Paul Dixon conegut com la terra de Leonardo. El treball es recrea tant en les propietats purament matemàtiques de la successió, tant pel que fa a ella mateixa com de la seva relació amb altres aspectes de les matemàtiques —triangle de Pascal, nombres primers,... — com la seva relació amb fenòmens de la natura

—la rosa salvatge, les llavors de gira-sol... El treball acaba amb alguns trucs de «màgia» que tenen com a base propietats de la successió. Aquí el mèrit ha estat, sens dubte, la gran tasca de recerca d'informació —en bona part via Internet— i el seu assimilament, especialment pel que fa a les propietats més «matemàtiques». I també que ha sabut transmetre el seu entusiasme pel tema en una memòria molt personal i d'una gran frescor, molt agradable de lectura.

J. Comellas
IES La Mina

Premi P. Erdös de la WFNMC al professor Francisco Bellot

La *Word Federation of National Mathematical Competitions* atorga cada dos anys els premis D. Hilbert i P. Erdös per reconèixer les contribucions dels matemàtics que han tingut un paper significatiu en el desenvolupament de les competicions matemàtiques en l'àmbit internacional o nacional, respectivament. Podeu trobar-ne informació a l'adreça `http://www.amt.canberra.edu.au/amtintaw.html`

Aquest any 2000, el Premi P. Erdös ha estat adjudicat als professors Francisco Bellot Rosado (Espanya), i Istvan Reiman i János Surányi (Hongria).

Francisco Bellot és professor de l'IES Emilio Ferrari, de Valladolid, i ha estat l'ànima de l'organització de l'Olimpíada Matemàtica Espanyola durant molts anys, i ha fet classes de preparació a tots els nivells i especialment als components dels equips espanyols que han participat a diverses conteses internacionals, siguin Olimpíades Internacionals o Iberoamericanes. Ha estat delegat o cap d'equip espanyol durant 10 anys.

Els problemes de F. Bellot, tant proposats com resolts, apareixen sistemàticament al AM Monthly, Mathematics Magazine i molt especialment al Crux Mathematicorum, del qual n'és col·laborador habitual i destacat.

La SCM i el qui signa han d'agrair al professor Bellot tot l'ajut que els ha donat en forma de consell, informació i documentació. La seva amplíssima col·lecció de problemes i bibliografia ha estat a la nostra disposició sempre que li hem demanat. Tot això ha estat de gran ajut als inicis de les Sessions de Preparació per a l'Olimpíada Matemàtica i també de les proves Cangur.

Des d'aquí encoratgem el professor Francisco Bellot a seguir treballant, li donem l'enhorabona pel merescut premi, i li reiterem una vegada més la nostra gratitud.

J. Grané
UPC

XXXVI Olimpíada Matemàtica Espanyola, Palma de Mallorca

Els passats dies 29, 30 i 31 de març i 1 d'abril es va celebrar a Palma de Mallorca l'edició XXXVI de l'Olimpíada Matemàtica Espanyola, organitzada per la Real Sociedad Matemática Española i la Universitat de les Illes Balears.

Hi van participar 108 estudiants de totes les Comunitats Autònomes d'Espanya; 99 d'aquests concursants eren de 2n de batxillerat (o COU) i 9 de primer de batxillerat (o 3r de BUP). Segons les dades repartides a la reunió de la Comisión de Olimpiadas de la RSME a Palma, a la primera fase hi van participar, a tot Espanya, un total de 2.349 concursants, distribuïts per comunitats autònomes de la forma següent: Galicia 135, Asturias 132, Cantabria 42, País Vasco 60, Navarra 60, La Rioja 78, Catalunya 71, Castilla-León 308, Aragón 148, Madrid 197, Extremadura 74, Castilla-La Mancha 42, C. Valenciana 246, Balears 25, Murcia 70, Andalucía 604, Melilla 3, Canarias 54.

Els concursants, que eren els guanyadors de la fase catalana del concurs, van ser: Jordi Rius Pascual, Stephan Lesaffre, Miquel Oliu Barton, Xavier Martínez Palau, Juanjo Rué Perna, Joan Alemany Flos i Fabrice Lesaffre; els va acompanyar el professor Carles Romero Chesa, el qual va participar també en tasques tècniques a Palma.

L'equip català va obtenir sis medalles: tres de plata i tres de bronze. Els guanyadors de me-

dalla de plata van ser Xavier Martínez, Juanjo Rué i Jordi Rius, i els de medalla de bronze Miquel Oliu, Joan Alemany i Stephan Lesaffre. Podeu trobar per Internet els problemes i dades estadístiques a l'adreça
`http://www.uib.es/XXXVIOME.`

Ultra l'activitat estrictament matemàtica, tots els participants i convidats vam gaudir d'una magnífica acollida per part del comitè organitzador i de les entitats que hi donaven suport, especialment de la Universitat de les Illes Balears. Volem transmetre des d'aquí la nostra gratitud i felicitació a totes les persones i institucions que van fer possible una organització tan acurada i acollidora; i en particular ho agraïm al cap del Comitè Organitzador, representant del Govern Balear, el professor Miquel Amengual Coves, membre de la nostra Societat.

Encara no està decidida la seu i universitat que organitzarà l'any que ve la XXXVII Olimpíada Matemàtica Espanyola, ja que hi més d'una candidatura. En qualsevol cas, tots els estudiants que cursin 2n o 1r de batxillerat el curs vinent hi són, des d'ara, convidats! La SCM continua i continuarà fent classes de preparació per a tots els nois i noies que vulguin participar-hi, o simplement, que vulguin aprendre més matemàtiques.

J. Grané
UPC

Premi Ferran Sunyer i Balaguer

L'Institut d'Estudis Catalans concedeix per vuitena vegada el Premi internacional Ferran Sunyer i Balaguer.

Els professors **Juan-Pablo Ortega** i **Tudor Ratiu**, ambdós de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, han estat els guanyadors del Premi internacional Ferran Sunyer i Balaguer 1999 per l'obra

Hamiltonian Singular Reduction.

El premi, creat per la Fundació Privada Ferran Sunyer i Balaguer i l'Institut d'Estudis Catalans i dotat amb 10.000 euros, s'atorga anualment a l'autor d'una monografia que presenti els darrers avenços en una àrea activa de les matemàtiques en la qual l'autor hagi tingut importants contribucions.

Ferran Sunyer i Balaguer fou un matemàtic català, tetraplègic, que morí el 1967. Ha estat sens dubte un dels millors investigadors en matemàtiques que ha tingut el país i, malgrat la seva discapacitat, va publicar nombrosos articles de recerca valorats internacionalment.

La monografia guanyadora del premi, que serà publicada per Birkhäuser-Verlag dins la sèrie *Progress in Mathematics*, constitueix una valuosa i original aportació a l'estudi de la reducció dels sistemes hamiltonians.

L'acte de lliurament del premi tindrà lloc el proper 10 de juliol durant el 3ecm que es fa a Barcelona del 10 al 14 de juliol.

Matemàtiques i ensenyament

Fem matemàtiques

La FEEMCAT encomana cada curs l'organització del **Fem matemàtiques** 2000 a una de les associacions que la conformen i enguany ho va fer a l'ABEAM (Associació de Barcelona per a l'Estudi i l'Aprenentatge de les Matemàtiques). Com ja sabeu, aquesta activitat va dirigida als alumnes de 6è d'EP i de 1r i 2n d'ESO, i es desenvolupa en tres fases.

En la primera fase, que es fa en els centres, els alumnes en grups de 3 o 4 han d'enfrontar-se amb 3 problemes i presentar un informe de la seva resolució (tenen prop de dos mesos per fer-ho). Enguany hi ha participat un total de 3.620 alumnes repartits de la forma següent: 1.073 de 6è, 1.445 de 1r d'ESO i 1.102 de 2n d'ESO. Aquest curs ens ha ajudat a donar-nos a conèixer (malgrat que també ens ha suposat alguns entrebancs) i poder fer la inscripció per Internet des del portal del PIE. També ens hi ha ajudat el fet de poder accedir a la informació de l'activitat des de les pàgines que l'Antoni Gomà manté per informar de les proves **Cangur** i de l'activitat RELLEUS 2000. Esperem que els alumnes que avui participen en el **Fem**

matemàtiques siguin una part dels qui demà participaran en el **Cangur** i en les proves per RELLEUS que organitza la SCM.

Any rera any, des del seu inici, el **Fem matemàtiques** va consolidant i ampliant la participació. Aquest fet, juntament amb la millora constant de la qualitat dels treballs presentats fa que, algunes associacions, tinguin cada vegada més difícil la selecció dels grups que han de participar en la segona fase. La voluntat que aquesta activitat sigui més participativa que no pas competitiva, a l'estil dels RELLEUS 2000, ens obliga a plantejar, de cara al proper curs, la possibilitat d'ampliar el nombre de centres que hi accedeixin.

La segona fase, que ja s'ha realitzat, l'organitza cada associació durant una jornada. En aquesta fase, fins ara, hi havia una prova a fer per grups, i una altra d'individual, que era la que ens permetia seleccionar els participants per la fase final de Catalunya. La comissió organitzadora del **Fem matemàtiques** 2000 ha volgut potenciar una mica més el treball en grup i ha proposat a les altres associacions que en la segona fase els alumnes de 6è d'EP no facin prova individual. Els alumnes d'aquest nivell van haver d'enfrontar-se a dues proves en grup, en la segona barrejant alumnes de diferents escoles, i la classificació individual es va fer atenent a la millor puntuació obtinguda en el conjunt de les dues proves.

Ara ja estem pendents de la fase final que es farà a Esplugues de Llobregat durant el dissabte 6 de maig.

D. Bosch
ABEAM, FEEMCAT

Quines matemàtiques necessita la societat?

El passat dimecres 1 de març va tenir lloc a Televisió de Mataró un debat sobre «quines matemàtiques necessita la societat?». Al debat hi van ser convidats sis participants: dos de l'àmbit universitari, dos de l'àmbit de l'educació secundària i dos de «fora» de l'àmbit matemàtic (podríem dir que hi eren com a representants de la societat civil).

Es va organitzar aquest debat televisiu per tal d'anar creant l'ambient de debat i discussió que es vol tenir en el Congrés d'Educació Matemàtica «cem2000» que tindrà lloc a Mataró els dies 4, 5 i 6 de juliol d'enguany. De fet, seria interessant que aquesta iniciativa no es quedés en una anècdota local, car hi ha moltes associacions i televisions locals en les que plantejar debats semblants. No estem a l'Any Mundial de les Matemàtiques?

El debat va aprofitar la pregunta plantejada inicialment (realment ambiciosa) per tal d'anar abordant temes més concrets, i no per això menys interessants. Així, es va afirmar que la matemàtica és l'essència de la ciència, tant per la seva capacitat d'abstracció com pel seu llenguatge universal, que permet descriure els fenòmens científics. Però també es va dir que la divisió tradicional entre ciències i lletres no es correspon amb la realitat, ja que aquests «dos móns» estan més interrelacionats del que s'ensenya i, de fet, molta gent "de lletres"ho són precisament per un rebuig de les ciències, provocat per un mal ensenyament de les ciències en general i de les matemàtiques en particular. Les matemàtiques que s'ensenyen no s'associen a un món real i tendeixen a ser una col·lecció de tècniques i conceptes per dominar. Només qui els arriba a dominar té les portes obertes a una primera comprensió de la importància de les matemàtiques, i a aquest estadi hi arriba poca gent. Per això la gent veu més les matemàtiques com una muralla per franquejar que com un coneixement útil per a la comprensió de la realitat.

Així, les conclusions del debat van ser que calia motivar més a l'alumnat en l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques, contextualitzant el que s'està fent, acostant les matemàtiques a la població, però sense deixar de banda el rigor en els seus plantejaments i desenvolupaments; també es va fer esment a una modificació en la didàctica habitual dels professors, al fet de treballar en equip, a la necessitat d'adequar continguts i metodologies a la realitat canviant i, per tant, a la decisió que cal tenir per tirar endavant tot això.

Un debat televisiu no sol respodre directament a la pregunta plantejada, i tampoc no sol arribar a unes conclusions ben clares i definides. No per això són una pèrdua de temps. El conjunt d'intervencions que es donen en el debat serveixen per fer rumiar l'espectador, potser per fer-lo dubtar dels seus plantejaments i, per tant, per esperonar-lo a arribar a les seves conclusions. Aquest procés de reflexió l'hauríem de fer tots més sovint, i per això seria desitjable que actes com aquest es fessin més sovint.

També es va parlar que calia motivar més l'alumnat potser modificant la didàctica habitual dels professors i encorretjant el treball en equip dins els departament.

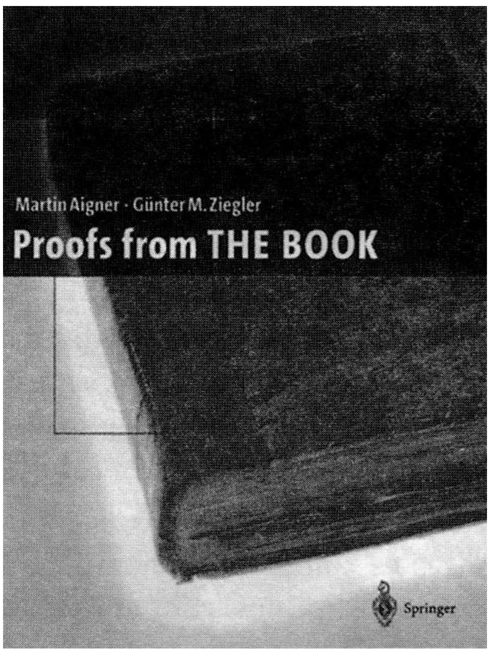
Jaume Serra
IES Vilatzara (Vilassar de Mar) APaMMs

Llibres

Proofs from The Book

Autor: Martin Aigner i Günter M. Ziegler.
Springer (1998).

Aquest llibre és el resultat d'un projecte iniciat fa uns anys pels autors, reconeguts investigadors en combinatòria i geometria, amb el gran Paul Erdös. La idea és simple: fer un recull de demostracions perfectes de teoremes matemàtics. Què és una demostració perfecta? Aquella que és fruit d'una idea brillant, d'una observació particularment penetrant o bé d'un raonament meravellosament simple. Segons li plaïa de dir a Erdös, hi ha un llibre, El Llibre, que recull totes aquestes proves; Déu manté aquest llibre i, molt de tant en tant, ens permet fer-hi una ullada. El text que avui comentem és una aproximació al Llibre. Malauradament, la mort d'Erdös l'estiu de 1996 li va impedir de veure'n el resultat final, publicat dos anys més tard. Però la seva participació, tant en l'estil com en la selecció dels temes, hi és ben visible.



El llibre es divideix en cinc parts: teoria de nombres, geometria, anàlisi, combinatòria i teoria de grafs. Cada part conté al voltant d'una mitja dotzena de teoremes, cadascun d'ells amb una, o més d'una segons el cas, demostració perfecta. La selecció dels resultats ha estat limitada pel fet que les proves havien de ser accessibles amb un mínim d'àlgebra lineal, aritmètica i anàlisi bàsica; i amb una dosi d'allò tan difícil de definir que anomenem maduresa matemàtica.

Tot seguit comentem alguns dels resultats dels capítols de combinatòria i de geometria. La part de combinatòria comença amb una petita curiositat: si tenim $n+1$ enters diferents entre 1 i $2n$, llavors n'hi ha dos que són primers entre sí. La prova no pot ser més simple, només cal observar que necessàriament n'hi ha dos que són consecutius. El segon resultat ja té més suc: en les mateixes condicions, cal provar que n'hi ha dos tals que un divideix l'altre. Considereu per a cada enter a el nombre senar m més gran que el divideix, és a dir, $a = 2^k m$ per algun k. Hi ha només n possibles valors per a m, però com que tenim $n+1$ enters, n'hi ha d'haver dos amb la mateixa m i és clar que un d'ells (el més petit) divideix l'altre. Si voleu iniciar un jove estudiant a la màgia de les matemàtiques, penseu a proposar-li aquest problema.

El resultat que ve a continuació és el famós:

Teorema d'Erdös-Szekeres. *Tota successió de $mn+1$ nombres reals diferents conté una subsuccessió creixent de longitud $m+1$, o bé una subsuccessió decreixent de longitud $n+1$.*

La demostració perfecta és un xic massa llarga per reproduir-la aquí; direm només que és també una aplicació brillant del principi de les caselles, segons el qual, si hi ha més fitxes que caselles, alguna casella ha de contenir més d'una fitxa. Més endavant, el mateix principi proporciona una prova molt simple del fet següent: si $t(n)$ és el nombre de divisors de n i

$$\bar{t}(n) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} t(j),$$

llavors $\bar{t}(n) \sim \log n$, amb un error més petit que 2. Resultat, d'altra banda, inesperadament simple si considerem el comportament força irregular de $t(n)$.

Més endavant trobem, oh sorpresa!, el teorema del punt fix de Brouwer: *tota aplicació contínua del disc unitat en si mateix té un punt fix.* La prova és de Sperner (1928) i fa servir un petit lema combinatori sobre 3-acoloriments de triangulacions planes; la resta és un bonic i elemental argument de compacitat. El mateix Sperner reapareix poques pàgines més enllà amb un famós teorema que també va demostrar l'any 1928, quan tenia 23 anys.

Teorema de Sperner. *Si $\mathcal{F}$ és una família de subconjunts de $\{1, 2, \ldots, n\}$ tal que cap conjunt de $\mathcal{F}$ en conté un altre, llavors $|\mathcal{F}| \le \binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$.*

És clar que la família de tots els subconjunts de mida $\lfloor n/2 \rfloor$ assoleix la fita. El problema és veure que no n'hi ha de més grans. Si no coneixeu el teorema i mireu de demostrar-lo, apreciareu de seguida la dificultat que s'amaga darrera un enunciat tant simple. La prova que presenten els autors, deguda a Lubell (1966), és d'una perfecció cristal·lina.

Passem ara a l'apartat de geometria, i ho fem amb un problema que Sylvester va plantejar al *The Educational Times* l'any 1893.

Problema de Sylvester. *Donats n punts en el pla, no tots ells sobre una recta, proveu que hi ha una recta que conté exactament dos d'aquests punts.*

No sabem del cert si Sylvester tenia una solució, però anys després en van aparèixer algunes. Considereu la següent, deguda a Kelly: si $\mathcal{P}$ és el conjunt de punts i $\mathcal{L}$ el conjunt de rectes determinades per parelles de punts de $\mathcal{P}$, preneu, entre tots els parells (P, l) amb $l \in \mathcal{L}$ i $P \notin l$, un parell (P_0, l_0) tal que la distància de P_0 a l_0 sigui mínima. Deixem al lector el plaer de concloure el raonament, tot demostrant que l_0 és una solució.

El teorema de Sylvester permet provar molt fàcilment el teorema següent, que és un cas particular d'un famós teorema d'Erdös i de Bruijn: *n punts en el pla, no tots ells sobre una recta, determinen com a mínim n rectes diferents.* La prova és per inducció sobre n, començant pel cas evident $n = 3$. Amb les notacions anteriors, sigui $|\mathcal{P}| = n + 1$. Pel teorema de Sylvester existeix una recta $l_0 \in \mathcal{L}$ que conté exactament dos punts P i Q de $\mathcal{P}$. Sigui $\mathcal{P}' = \mathcal{P} \backslash Q$ i $\mathcal{L}'$ el conjunt de rectes determinades per $\mathcal{P}'$. Si els punts de $\mathcal{P}'$ no estan tots sobre una recta, per inducció tenim que $|\mathcal{L}'| \ge n$ i la recta l_0 ens dóna $|\mathcal{L}| \ge n + 1$. Altrament, tenim un feix de rectes i $|\mathcal{L}| = n + 1$.

Més endavant trobem una segona prova del teorema de Sylvester com a aplicació de la fórmula d'Euler per a grafs planars. La fórmula d'Euler, sàviament aplicada, serveix també per provar el següent: donat un conjunt de punts en el pla de colors roig i blau, no tots ells sobre una recta, existeix una recta determinada per dos d'ells que només conté punts d'un color. Si penseu que el problema és senzill, podríeu trobar-vos amb una sorpresa.

L'últim problema que comentarem és el següent:

Problema dels símplexs mútuament adjacents. *Quin és el màxim nombre de símplexs de dimensió d que es poden situar a $\mathbf{R}^d$ de forma que cada dos d'ells es toquin, és a dir, es tallin en una secció de dimensió $d-1$?*

Si $f(d)$ és aquest nombre, és conjectura que $f(d) = 2^d$. És clar que $f(1) = 2$ i és senzill veure que $f(2) = 4$. Joseph Zaks (1991) va provar que $f(3) = 8$ en una monografia de més de 100 pàgines. El mateix Zaks havia provat deu anys abans que $f(d) \ge 2^d$. No es coneixia cap fita superior raonablement bona fins que Micha Perles (un matemàtic singular a qui debem resultats de primera línia que sovint no publica) va provar que $f(d) \le 2^{d+1}$ en un article de dues pàgines l'any 1984. La prova és un autèntic prodigi d'elegància i simplicitat.

El llibre és ple de moltes altres gemmes que el lector, no ho dubtem, s'apressarà a admirar un cop hagi obert el llibre per la primera pàgina que, molt encertadament, comença amb la prova d'Euclides de la infinitud dels primers.

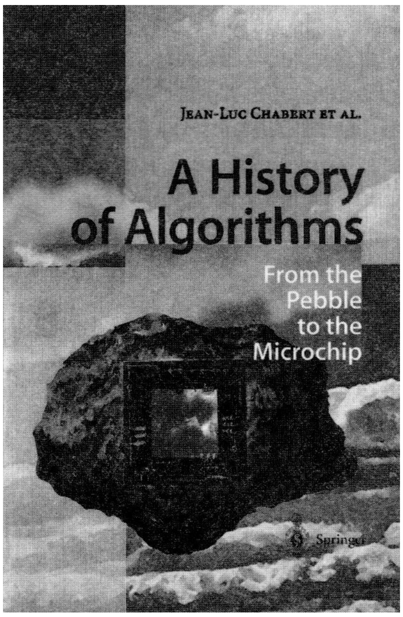
Finalment, cal destacar que l'estil i la presentació del material són excel·lents. Alguns dels capítols es completen amb apèndixs on es revisen conceptes bàsics, com ara els polinomis de Txebitxev, els cardinals infinits, o conceptes bàsics de probabilitat i de teoria de grafs. D'altra banda, l'edició és acuradíssima; la tipografia i la composició impecables, i les nombroses il·lustracions molt reeixides. Qualitats molt d'agrair en aquests temps moderns, en què la professionalitat en l'edició de textos matemàtics sembla en perill d'extinció.

M. Noy
UPC

A History of Algorithms

Autors: JEAN-LUC CHABERT *et al.*
Springer 1999.

Els algorismes han estat utilitzats d'ençà el principi dels temps i existeixen molt abans que tinguéssim un nom especial per descriure'ls. Inicialment els algorismes van ser simplement un conjunt d'instruccions, que un cop realitzades produeixen un determinat resultat. Més endavant la idea de finitud va entrar en la noció d'algorisme d'una manera essencial. Així l'Enciclopèdia Britànica descriu un algorisme com: un procediment matemàtic sistemàtic que produeix en un nombre finit de passos la resposta a una qüestió o la solució a un problema.



Més modernament un algorisme ha estat formulat pels informàtics: un programa d'ordinador és simplement un algorisme i un llenguatge d'ordinador és un llenguatge per escriure algorismes que un ordinador és capaç de llegir i executar. Però la idea de finitud no s'adapta completament bé a la d'algorisme. Molts algorismes no acabarien mai, com un algorisme per a calcular les xifres decimals del nombre pi, però els parem quan el valor aproximat de pi difereix de pi en una quantitat prèviament fixada. Així la idea d'iteració, recurrència o recursivitat juga un paper fonamental en la noció d'un algorisme i en el seu estudi teòric.

Els algorismes tractats en aquest llibre són algorismes numèrics, no inclouen algorismes d'altres àrees de les matemàtiques com puguin ser la geometria o la lògica.

Cada capítol està organitzat al voltant d'un nombre de textos originals seleccionats que reflecteixen diferents aspectes d'un mateix tema. El criteri utilitzat per seleccionar els textos, a part de la seva originalitat i del seu interès històric, ha estat que siguin accessibles als estudiants de matemàtiques, encara que els darrers capítols estan més pensats per a estudiants universitaris de matemàtiques. Les referències al final de cada capítol intenten proporcionar al lector un punt de partida per ampliar la seva visió en els temes tractats en el capítol.

Els temes tractats són els següents:
1. Operacions aritmètiques elementals.
2. Quadrats màgics.
3. Mètodes de falsa posició.
4. Algorisme d'Euclides.
5. Determinació del valor de pi.
6. Mètode de Newton.
7. Aproximacions successives.
8. Algorismes aritmètics.
9. Sistemes lineals.
10. Interpolació.
11. Quadratures.
12. Equacions diferencials.
13. Aproximació de funcions.
14. Acceleració de la convergència.
15. El concepte d'algorisme.

Els vuit primers capítols es centren en qüestions que tenen un origen molt antic, i que són essencialment problemes sobre nombres. Els darrers capítols tenen a veure amb algorismes per manejar conceptes més complexos. Una ullada ràpida als temes tractats pot fer pensar que aquest llibre és un llibre estàndard sobre l'anàlisi numèrica, però aquest no és el cas. L'èmfasi està posat en la introducció històrica de les tècniques, intentant descriure quina era la intenció de l'autor en introduir un nou algorisme o una idea nova en un algorisme ja existent.

El contingut del llibre arriba essencialment només fins als algorismes desenvolupats fins a finals del segle XIX o com a molt fins a principis del segle XX. El llibre està adreçat als estudiants, als professors i més generalment a qualsevol persona interessada en els algorismes numèrics i en la seva història.

J. Llibre
UAB

Jornades Científiques IEC. Physics and Geometry

Editors: David Jou i Sebastià Xambó.
IEC, 1999.

Aquest llibre conté els textos de les conferències corresponents a les **Jornades de Física i Geometria** que van tenir lloc a l'IEC els dies 2 i 3 de desembre de 1996.

Les conferències van ser les següents:

1. *Quantum Mechanics of Riemannian Geometry*, a càrrec d'Abhay Ashtekar del Centre de Física Gravitacional i Geometria de la Universitat de Pensilvania.
2. *Brisure de Symétrie Spontanée et Géometrie du Point de Vue Spectral*, a càrrec d'Alain Connes de l'Institut d'Alts Estudis Científics de París (IHES).
3. *Studying the Evolution of Cosmological Models*, a càrrec de Georg F. R. Ellis de la Universitat de Capedown, Àfrica del Sud.
4. *The Geometry of Quasicrystals*, a càrrec de Christian Janot de l'Institut Laue-Langevin de Grenoble.
5. *Topological Quantum Field Theory: A Prosperous Link Between Physics and Mathematics*, a càrrec de José M. L. Labastida de la Universitat de Santiago de Compostela.
6. *Unanswered Mathematical Questions Raised by Fractal Geometry*, a càrrec de Benoît B. Mandelbrot de la Universitat de Yale.
7. *Fractal Geometry and Physical Phenomena*, a càrrec de Luciano Pietronero de la Universitat de Roma.

Abans d'analitzar per separat cada una d'aquestes set conferències, hauríem de dir que constitueix un vertader plaer trobar junts uns textos tant diversos, tots d'una altíssima qualitat, amb el comú denominador de relacionar les matemàtiques i la física.

Quan vaig llegir el títol de la primera conferència vaig pensar que estava mal escrit perquè no l'entenia. Què vol dir *Mecànica Quàntica de la Geometria Riemanniana*? Ara us ho intentaré explicar breument. Diu l'autor que la descripció de la matèria com un continu s'ha revelat extraordinària a gran escala, però que la física a escales inferiors als 10^{-33} cm no té res a veure amb la física contínua que tots hem estudiat. L'autor diu que de manera anàloga hi hauria d'haver una geometria que fos com una quantització de la geometria riemanniana habitual. L'autor, que és físic, diu que s'hauria de copiar en geometria el que es fa en física quan es quantitza la relativitat general (teoria coneguda per *quantum gravity*). La dificultat més gran al meu entendre és que la *quantum gravity* que es pretén copiar encara no és una teoria ben establerta, sinó en formació. L'article té dues parts. En la primera s'indica com es pot reformular la relativitat general de manera que tingui l'aspecte d'una teoria *gauge*. En la segona part s'indica com aquesta descripció de la relativitat general condueix a una teoria quàntica de la geometria. Aquest punt de vista porta a considerar les quantitats clàssiques de la geometria riemanniana, com longituds, àrees i volums, d'una nova manera, com operadors amb valors propis discrets.

La segona conferència, d'Alain Connes, està molt relacionada amb l'anterior quant als objetius, però difereix en el punt de vista adoptat. El text és una reproducció de l'article publicat originàriament a *Astérisque 241* (*exposé*

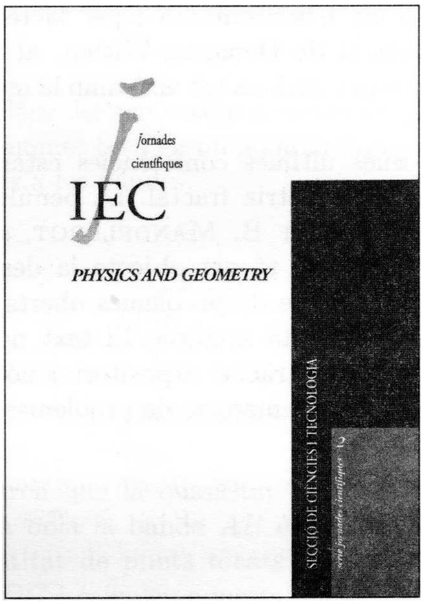
816, p. 313–349, 1996). L'objectiu principal de l'exposició és la presentació d'una noció nova d'espai geomètric en la qual s'abandona el paper central que en la geometria clàssica juguen els punts de l'espai. La nova visió permet una descripció satisfactòria de l'espaitemps de la relativitat per a fenòmens a escala molt petita. L'autor defineix el concepte d'espai geomètric com una terna $(\mathcal{A}\,,\,\mathcal{H}\,,\,D)$, on $\mathcal{A}$ és una àlgebra involutiva d'operadors en un espai de Hilbert $\mathcal{H}$, i D és un operador autoadjunt no acotat de $\mathcal{H}$. Per tal d'interpretar aquesta definició l'autor recorda que quan l'àlgebra $\mathcal{A}$ és commutativa, la seva clausura segons la norma de $\mathcal{H}$ és l'àlgebra de les funcions contínues sobre un espai compacte M, i un punt de M es pot interpretar com un caràcter de $\overline{\mathcal{A}}$, és a dir, un homomorfisme $\chi : \overline{\mathcal{A}} \to \mathbb{C}$. En el cas general (en què $\mathcal{A}$ no és commutativa) aquesta noció de punt té poc interès. En canvi la de mesura de probabilitat conserva tot l'interès. Una tal mesura φ és una forma lineal positiva sobre $\mathcal{A}$ tal que $\varphi(1) = 1$. En lloc de mesurar distàncies entre punts es mesuren distàncies entre estats φ i ψ sobre $\overline{\mathcal{A}}$ per la fórmula

$$d(\varphi,\psi) = \mathrm{Sup}\ \{|\varphi(a) - \psi(a)|\,; \\ a \in \mathcal{A}\,, ||[D,a]|| \leq 1\}\ .$$

Es pot comprovar que aquesta fórmula dóna la distància geodèsica usual en el cas riemannià. La noció de dimensió d'un espai ha de ser substituïda en aquesta nova visió per un espectre de dimensió (un subconjunt acotat de $\mathbb{C}$ la part real del qual és acotada superiorment per $\alpha > 0$ si $\lambda_n^{-1} = O(n^{-\alpha})$, on λ_n és l'enèsim valor propi de $|D|$).

El problema principal d'aquesta nova visió és el d'adaptar el càlcul infinitesimal clàssic a aquest quadre general. El formalisme operacional de la mecànica quàntica junt amb l'anàlisi de les divergències logarítmiques dels operadors, dóna la generalització buscada del càlcul diferencial i integral.

La tercera conferència, de George F. R. Ellis, s'aparta molt de la temàtica de les dues anteriors: constitueix un *survey* sobre alguns aspectes dels models cosmològics de la relativitat general (clàssica) i la classificació d'aquests models segons les simetries que tenen. Els universos dits de Bianchi són analitzats detalladament (models cosmològics amb un grup G_3 d'isometries que actua transitivament sobre les superfícies espacials del model, de manera que aquestes són homogènies). S'estudia com aquests models evolucionen en el temps i com els atractors i els punts d'equilibri inestable ajuden a conjecturar quines són les més probables configuracions d'aquests moldels. També es parla de l'evolució de models més generals (no homogenis i anisòtrops).



La quarta conferència, de Christian Janot, està dedicada a la geometria dels quasicristalls. Es tracta d'una nova forma de l'estat sòlid que difereix de les altres dues formes conegudes (cristal·lina i amorfa). Per donar una idea de què és un quasicristall podem dir que un cristall es caracteritza per una repetició per translació d'una mateixa mostra (un enrajolat). Per exemple, si tinguéssim una mostra en dimensió 1 formada per un segment llarg L i un de curt C, la mostra s'aniria repetint per translacions i sortiria un cristall que es podria descriure per

$$\cdots LCLCLCLCLC \cdots$$

Els quasicristalls s'han de pensar també com estructures repetitives, però en les quals la mostra no es repeteix per translacions sinó per unes altres regles de substitució ben determinades. Per exemple, si la mostra és LC, podríem convenir que la regla per produir una nova cadena és substituir cada L per LC i cada C per L. D'aquesta manera en la primera substitució passaríem de LC a LCL. En la segona substitució obtindríem $LCLLC$. En la tercera, $LCLLCLCL$, etc. En cada pas s'obté una successió determinista de L i de C sense cap senyal aparent de periodicitat (en aquest cas s'obté una cadena de Fibonacci). Es donen molts exemples de quasicristalls en dimensions 2 i 3 i se n'estudia la geometria.

La cinquena conferència, de JOSÉ M. F. LABASTIDA, té per objecte explicar per què la topologia de dimensions baixes és rellevant en mecànica quàntica. Es fa un ràpid recorregut pels invariants Seiberg-Witten, per la teoria *gauge* de Chern-Simons i per la teoria de supersimetria de Donalson-Witten, al mateix temps que es relaciona tot això amb la mecànica quàntica.

Les dues últimes conferències estan dedicades a la geometria fractal. La penúltima, a càrrec de BENOÎT B. MANDELBROT, el creador de la teoria, té per objecte la descripció d'un gran nombre de problemes oberts relacionats amb aquesta matèria. El text no és de cap manera de caràcter expositori, sinó que es redueix a una enumeració de problemes oberts de geometria fractal que apareixen en contextos molt diversos, cada un d'ells acompanyat de comentaris.

L'última conferència, a càrrec de LUCIANO PETRONERO, sí que és de caràcter expositori. Té per objectiu la descripció de diverses situacions de naturalesa fractal que es presenten en el món real. Situacions que abans de l'aparició de la geometria fractal no es podien recòneixer. Per exemple, la distribució de galàxies i cúmuls de galàxies a l'Univers, a diverses escales, sembla tenir naturalesa fractal. A part de la descripció de models d'aquest tipus que apareixen a l'Univers, la pregunta cabdal és com la naturalesa produeix aquests tipus de fenòmens fractals. El text de la conferència, de caràcter col·loquial, fa un breu viatge per tots aquests problemes i en dóna referències precises per a aquells que desitgin profunditzar en alguns d'ells.

J. Girbau
UAB

Problemes

Podeu trobar informació sobre la XXXVI Olimpíada Matemàtica (fase catalana) celebrada el passat desembre a l'adreça

`\texttt{http://www.iec.es/scm/olimp_c.htm}`

I podeu trobar les solucions dels problemes de les Olimpíades a l'adreça:

`\texttt{http://pie.xtec.es/recursos/mates/aqui/agenda.htm#OLIMP}`

on, per cert, trobareu una col·lecció interessantíssima de problemes.

Us recomanem també que visiteu el web de la SCM

`http://www.iec.es/scm/indpro_c.htm`

on trobareu els enunciats i solucions de les proves **Cangur** 2000 celebrades el passat mes de març a Catalunya, les Illes Balears i Castelló.

A la mateixa pàgina hi trobareu el concurs telemàtic **Relleus–2000** que ha començat enguany com un complement per equips al Cangur, i també hi trobareu informació sobre el **Fem matemàtiques** organitzat per la FEEMCAT (Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya).

També preguem als nostres lectors que si fan servir Tex o Latex per escriure les seves solucions, les enviïn per *mail* a l'adreça:

`pelegri.viader@econ.upf.es`

així com qualsevol proposta o suggeriment.

Problemes proposats

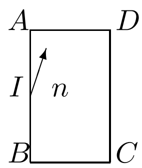
Us suggerim uns quants problemes que van ser proposats per diversos centres de secundària amb motiu del Concurs **Relleus–2000** organitzat per la SCM com una mena de «Cangur col·lectiu». Gairebé una trentena de centres de tot Catalunya han participat telemàticament en la contesa. Cada sessió consta de quatre problemes, la solució dels quals és necessària com a dada del següent problema (la idea del relleus). Cada centre pot crear equips de quatre estudiants (tants com el centre vulgui) per treballar els problemes. Esperem que el concurs arreli entre els nostres centres i constitueixi, junt amb el Fem Matemàtiques, el Cangur i la Olimpíada, una part important de l'oferta lúdica matemàtica del nostre país.

A40. (Proposat per l'IES de la Bisbal.) *El Pentadescomponible.* Per quins valors de l'enter N és possible trobar un enter positiu més petit que N i només un, que accepti ser descomposat de 5 maneres diferents com a suma d'enters consecutius? (Del diccionari: **Suma:** agregat de dos o més nombres.)

A41. (Proposat per l'IES Francisco de Goya.) En un full de paper quadriculat simularem algunes jugades de billar. En aquest full dibuixarem un rectangle $ABCD$ de 10 quadradets de llarg per 6 quadradets d'amplària. Sigui I el punt mitjà del costat AB. Sobre aquest punt col·loquem una bola de billar i la colpejem amb el tac cap al costat AD. Quan la bola toca per primera vegada el costat AD, haurà descrit un segment de recta de pendent n.

Proveu que, si a les nostres jugades n és sempre un nombre natural i no existeix fregament de la bola amb la superfície de la taula, la bola sempre retorna a I, descrivint una *trajectòria periòdica*.

Al llarg del seu viatge a través de la taula, la bola només toca en un nombre finit de punts diferents a les bandes.



Demostreu que la quantitat de punts que ha tocat la bola la banda AB és la mateixa que la quantitat de punts tocats per la bola a la banda DC i calculeu aquests nombre de punts en funció del valor de n.

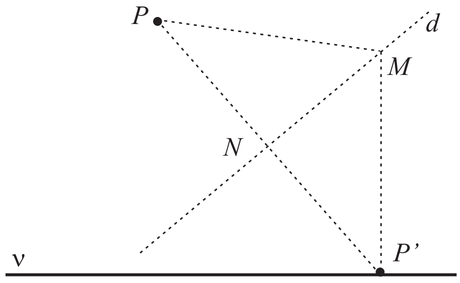
A42. (Proposat per l'IES Joanot Martorell.) Si tirem quatre daus enlaire, quina és la probabilitat que després de tirar puguem triar dos daus de manera que la suma dels punts que marquen aquests dos daus sigui 7? I si en tirem n en comptes de 4?

Solucions

Problemes proposats a SCM/Notícies 11

A36. (Proposat per Josep Pla de la UB.) *Una mica de papiroflèxia.* En un full blanc de paper dibuixeu-hi un punt. Trieu una vora del full i porteu el punt sobre la vora, tot doblegant el full i marcant bé el doblec. Repetiu l'operació amb diferents llocs de la mateixa vora. Podríeu caracteritzar la família de rectes (doblecs) que queden marcades al full?

Solució: (Antoni Gomà de l'IES Joanot Martorell). Després d'uns quants doblecs fets en un paper es pot intuir que la resposta al problema plantejat és: la família de rectes que resulta és l'envolupant de la paràbola que té per focus el punt i per directriu la vora triada. Es pot provar analíticament. Si prenem coordenades de manera que el punt sigui el $(0, a)$ i la vora sigui la recta $y = -a$, la paràbola indicada té com equació $y = \frac{1}{4a}x^2$. Si portem el punt inicial sobre el punt $(2b, -a)$ de la vora, el doblec té per equació $y = \frac{b}{a}(x - b)$ i un senzill càlcul mostra que aquesta recta és la tangent a la paràbola en el punt de la paràbola d'abscissa $2b$. Recíprocament, es comprova que la tangent a la paràbola en el punt d'abscissa $2b$ és el doblec (és a dir, l'eix de simetria) que transforma el punt $(0, a)$ en el punt $(2b, -a)$. Però també és bonic fer-ho sintèticament, recordant la propietat que caracteritza la tangent a una paràbola en un punt, que és la bisectriu de l'angle que formen la perpendicular a la directriu per aquell punt i el radi–vector del punt.



Si portem el punt P sobre el punt P' de la vora v el doblec serà la mediatriu d del segment PP'. Sigui N el punt mitjà de PP'. Per P' tracem la perpendicular a la recta v, que talla d en el punt M. És senzill de veure que els triangles MNP' i MNP són rectangles i iguals. Per tant $d(M,P) = d(M,P') = d(M,v)$ i això demostra que M és un punt de la paràbola de focus P i directriu v. Així mateix, la recta doblec d és la bisectriu de les rectes MP i MP' i, per tant és la tangent a la paràbola indicada en el punt M. La mateixa figura ens serveix per raonar que, recíprocament, qualsevol tangent a la paràbola és l'eix de simetria que permet portar el punt P sobre un punt P' de la vora.

A37. (Competició nacional russa. Final 1984. Nivell 16 anys.) Sense utilitzar càlcul diferencial, qui és més gran 2/201 o ln(101/100)?

Solució: (Antoni Gomà de l'IES Joanot Martorell). Amb una calculadora es comprova que $2/201 = 0.00995024$ i que $\ln(101/100) = 0.00995033$ i això ens diu que caldrà «afinar» molt per provar que $2/201 < \ln(101/100)$.

Per demostrar-ho podem veure, de manera equivalent, que $e^{\frac{2}{201}} < \frac{101}{100}$ o també que $e^2 < (1 + \frac{1}{100})^{201}$.

Ara bé, e^2 és el límit de la successió de terme general $(1 + \frac{1}{n})^{2n}$ però també ho és de la que té per terme general $(1 + \frac{1}{n})^{2n+1}$. Si agafeu un llibre de 2n de BUP antic i mireu com es fa per demostrar que la successió de terme general $(1 + \frac{1}{n})^n$ és estrictament creixent, veureu que paraula per paraula us serveix per demostrar que $(1 + \frac{1}{n})^{2n}$ defineix també una successió estrictament creixent i, en canvi, que $(1 + \frac{1}{n})^{2n+1}$ defineix una successió estrictament decreixent.

I llavors, com que $(1+\frac{1}{100})^{201}$ és el terme que correspon a $n = 100$ en aquesta última successió que té límit e^2 i és estrictament decreixent, qualsevol terme serà més gran que el límit. I així es demostra el que volíem.

A38. (Competició nacional russa. Final 1962. Nivell 16 anys.) Quina és la màxima àrea que pot tenir un triangle si els costats a, b, c han de complir $0 < a \le 1 \le b \le 2 \le c \le 3$?

Solució: (Antoni Gomà de l'IES Joanot Martorell). Comencem per veure que la màxima àrea d'un triangle que té dos costats de mides x i y s'obté quan el triangle és rectangle de catets x, y. Llavors, l'àrea màxima és $xy/2$.

Efectivament, l'àrea d'aquest triangle és $A = \frac{xy \cdot \sin C}{2}$ que serà màxima, evidentment, quan $\sin C = 1$ essent C l'angle que formen els costats coneguts.

Si ho apliquem al triangle de l'enunciat, el que tingui àrea màxima serà un triangle rectangle de catets a i b i hipotenusa c i la màxima àrea serà el màxim valor que pugui tenir $ab/2$.

Si $a \le 1$ i $b \le 2$ és clar que el valor màxim demanat és 1.

A39. (Competició nacional russa. Final 1965. Nivell 16 anys.) Un turista arriba a Moscou en tren. Durant tot el dia passeja a l'atzar pels carrers de la ciutat. Sopa a prop de la Plaça Roja i decideix tornar a l'estació caminant per aquells carrers que només hi ha passat un nombre imparell de vegades. Pot fer-ho?

Solució: (Redacció). Sempre és possible ferho. Si hem arribat a un determinat punt (restaurant) de la Plaça Roja per un carrer determinat, o bé hem passat per aquest carrer un nombre imparell de vegades o bé, si hi hem passat un nombre parell de vegades, hem passat per un altre un nombre imparell de vegades. Això és fàcil de demostrar pensant que cada cop que arribem al restaurant en qüestió per un carrer sumem $+1$ a un comptador i cada cop que en sortim (pel mateix carrer o un altre) en sumem -1 al comptador. Cada cop que ens trobem davant del restaurant hem de tenir un $+1$ al comptador. El mateix raonament s'aplica a la cruïlla anterior i així fins a arribar a l'estació de partida.

Altres idees: L'Antoni Gomà també ha donat la solució sense massa explicacions. Opina que l'enunciat del problema és ambigu.

P. Viader
UPF

- Carme Florit Selma va llegir la seva tesi, dirigida per David Nualart Rodón, titulada *Problema de martingala i aproximació en llei per difusions amb dos paràmetres*, el dia 18 de març de 1999. La tesi correspon al Departament d'Estadística de la Universitat de Barcelona.

La memòria es divideix en dues parts:

A la segona part s'obté un resultat d'aproximació de difusions per a una equació estocàstica hiperbòlica en el pla governada per un procés de Wiener amb dos paràmetres. La llei límit queda caracteritzada com la solució d'un problema de martingala. Es demostra l'equivalència entre existència i unicitat de solució feble per a una equació diferencial estocàstica en el pla i existència i unicitat de solució del corresponent problema de martingala per a processos amb dos paràmetres.

- José M. Gallardo Molina va llegir la seva tesi, dirigida per Xavier Mora Giné, titulada *Ecuaciones diferenciales con condiciones de contorno no-separadas. Generación de semigrupos analíticos*, el dia 14 de juliol de 1999. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Estudiem la generació de semigrups analítics en $L^p(a,b)$. $1 \leq p \leq \infty$, per operadors diferencials de segon ordre: $l(u) = u'' + p(x)u' + q(x)u$, amb condicions de contorn $B_1(u) = B_2(u) = 0$. Cada condició de contorn pot ser: (a) No-separada: $\alpha u(a) + \beta u'(a) + \gamma u(b) + \delta u'(b) = 0$. (b) Integral: $\int_a^b R(t)u(t)dt + \int_a^b S(t)u'(t)dt = 0$.

En el cas de dues condicions no-separades obtenim que l'operador associat genera un semigrup analític en cada espai $L^p(a,b)$, $1 \leq p \leq \infty$, quan les condicions de contorn son Birkhoff-regulars.

Quan alguna de les condicions de contorn (o ambues) és integral, obtenim resultats anàlegs en $L^1(a,b)$.

Per últim, estudiem una generalització dels resultats anteriors al cas n-dimensional.

- Natalia Castellana Vila va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Broto Blanco, titulada *Representacions homotòpiques de grups p-compactes*, el dia 26 de novembre de 1999. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

La noció de grup de Lie va ser introduïda el segle passat i, des de llavors, el seu estudi ha esta una de les grans àrees d'interès dins de la matemàtica. Un grup de Lie G és una varietat diferenciable amb una estructura de grup tal que les aplicacions producte i invers són diferenciables.

Als anys 30 es consolida el programa per entendre les propietats homotòpiques dels grups de Lie que els caracteritzen, és a dir, interpretar les propietats dels grups de Lie en termes purament homotòpics, amb els treballs sobre la seva homologia i cohomologia.

Sigui p un nombre primer fixat. Un grup p-compacte és una tripleta (X, BX, e) on X és un espai $\mathbb{F}_p$-finit ($H^*(X;\mathbb{F}_p)$ és un $\mathbb{F}_p$-espai vectorial finit), BX és un espai puntejat p-complet ($BX \simeq \hat{BX_p}$) i $e : X \to \Omega BX$ és una equivalència.

Primer de tot cal observar que si G és un grup de Lie compacte tal que $\pi_0 G$ és un p-grup, aleshores $(\hat{G_p}, \hat{BG_p}, \hat{e_p})$ és un grup p-compacte. Moltes propietats dels grups de Lie compactes es poden reinterpretar com a propietats homotòpiques dels seus espais classificadors, de manera que la propietat corresponent estén a la categoria dels grups p-compactes. Per exemple, tot grup p-compacte té un tor maximal i grup de Weyl W_X.

A partir d'ara p serà un número primer senar. El principal resultat del treball és la demostració de l'existència d'un monomorfisme en un grup unitari per tot grup p-compacte simplement connex i la factorització d'aquest monomorfisme a través d'una grassmanniana p-àdica de Quillen.

Teorema 1. Tot grup p-compacte simplement connex admet un monomorfisme en $U(n)\hat{}_p$ per algun n.

Teorema 2. Tot grup p-compacte simplement connex admet un monomorfisme en una grassmanniana p-àdica de Quillen.

- Mònica Sarrà Rovira va llegir la seva tesi, dirigida per Marta Sanz Solé, titulada *Densitats i trajectòries d'equacions diferencials anticipatives i equacions en derivades parcials estocàstiques*, el dia 4 de febrer de 2000. La tesi correspon al Departament d'Estadística de la Universitat de Barcelona.

La tesi consta de dues parts independents. La primera part és una contribució a l'estudi de les propietats d'una família de solucions d'unes equacions diferencials estocàstiques anticipatives. Considerem la família $\{X_t^\varepsilon,\ t\in[0,1]\}$ de processos estocàstics a $\mathbb{R}^d$ indexada pel paràmetre $\varepsilon\in(0,1]$, solució de l'equació diferencial estocàstica anticipativa

$$X_t^\varepsilon = X_0^\varepsilon + \sqrt{\varepsilon}\int_0^t \sum_{j=1}^k \sigma_j(X_s^\varepsilon)\circ dW_s^j + \int_0^t \sigma_0(X_s^\varepsilon)\,ds.$$

A aquesta equació $W=\{W_t^j,\ 1\le j\le k,\ t\in[0,1]\}$ =82s un moviment Brownià estàndard k-dimensional, $\sigma_j:\mathbb{R}^d\to\mathbb{R}^d$, $j=0,\dots,k$ i $\{X_0^\varepsilon,\ \varepsilon\in(0,1]\}$ són vectors aleatoris no necessàriament adaptats a la filtració associada al procés de Wiener. El terme de la integral estocàstica és definida com una integral de Stratonovich anticipativa. Sigui $t\in(0,1]$, $y\in\mathbb{R}^d$ i denotem per $p_t^\varepsilon(y)$ la densitat de la llei de X_t^ε en y, si existeix. El nostre propòsit és trobar Estimacions de Varadhan per $p_t^\varepsilon(y)$ quan $\varepsilon\downarrow 0$. És a dir, trobarem l'estimació de la fita superior per $\limsup_{\varepsilon\to 0}\varepsilon\,\log\, p_t^\varepsilon(y)$, i una estimació de la fita inferior per $\liminf_{\varepsilon\to 0}\varepsilon\,\log\, p_t^\varepsilon(y)$.

La segona part és una contribució a l'estudi de les equacions estocàstiques en derivades parcials. Estudiarem la propietat de Hölder, continuïtat d'una classe de processos Gaussians obtinguts per la integral estocàstica d'algunes funcions deterministes a valors en l'espai de distribucions respecte d'alguna mesura martingala blanca en temps i correlacionada en espai. Les condicions estaran donades en funció de la covariància de l'integrador. Com aplicació estudiarem la Hölder continuïtat en espai i en temps de la solució de l'equació d'ona semilineal amb dimensió del paràmetre espai $d\in\{1,2,3\}$. Utilitzarem el criteri de continuïtat de Kolmogorov i tècniques d'anàlisi harmònic. Finalment, estudiarem la Hölder continuïtat en temps i espai de la solució de l'equació de la calor no lineal amb $d\ge 1$. En aquest cas utilitzarem la propietat de semigrup de la solució fonamental de l'equació de la calor, el mètode de factorització i el criteri de Kolmogorov.

- Amauri Gutiérrez Hernández va llegir la seva tesi, dirigida per Anna Sánchez Lladó, titulada *Descomposiciones de grafos regulares*, el dia 17 de febrer de 2000. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II, de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El treball desenvolupat a la present tesi tracta tres problemes clàssics de la teoria de grafs en el context de grafs regulars: descomposicions, empaquetaments i generalitzacions del concepte de graf línia.

El capítol 2, està dedicat a l'estudi de les descomposicions minimals de grafs regulars en arbres. Una descomposició en arbres d'un graf $\mathbb{G}$, és una família d'arbres aresta-disjunts tals que els seus conjunts d'arestes recobreixen el conjunt d'arestes de $\mathbb{G}$. El nombre mínim d'arbres en una descomposició d'aquest tipus es denota per $\tau(\mathbb{G})$. Demostrem, fent ús de les connectivitats d'ordres superiors, que $\tau(\mathbb{G})=\alpha(\mathbb{G})$ per a tot graf regular de n vèrtexs i grau $d\ge n/2$, sent $\alpha(\mathbb{G})$ l'arbrecitat del graf. Donem a més, una família de grafs que mostren que aquesta fita és la millor possible. El capítol conclou amb l'estudi de descomposicions de grafs de Cayley en boscos isomorfs. Demostrem que si $\mathbb{S}$ és un conjunt generador quasiminimal d'un grup Γ i $\mathbb{F}$ és un bosc orientat amb $|\mathbb{S}|$ arestes, llavors el graf de Cayley $Cay(\Gamma, \mathbb{S})$ admet una $\mathbb{F}$-descomposició.

En el capítol 3 tractem el problema dels empaquetaments de grafs regulars. Es planteja el problema de determinar, donat un graf regular $\mathbb{G}$, el menor enter $N_0(\mathbb{G})$ per al qual existeix un graf connex regular $\mathbb{G}$-descomponible diferent de $\mathbb{G}$. Per analitzar aquest problema, s'introdueix un nou paràmetre, el número d'empaquetament d'un graf. S'utilitza aquest paràmetre, per a obtenir fites generals de $N_0(\mathbb{G})$, i es donen fites ajustades pels valors de $N_0(\mathbb{G})$ per a grafs regulars densos.

Finalment, en el capítol 4, estudiem una de les generalitzacions del graf línia recentment introduïda per Bagga, Beineke i Varma, que es coneix com super graf línia. Ens plantegem el problema de la determinació, en grafs densos i complets bipartits, del número de completitud $l_c(\mathbb{G})$ d'un graf $\mathbb{G}$, o sigui, el menor enter r, tal que el super graf línia d'índex, $L_r(\mathbb{G})$, és un graf complet. Introduïm un nou paràmetre, el nombre residual d'arestes d'un graf, per a l'estudi d'aquest problema. S'obté una expressió per a $l_c(\mathbb{G})$, i fites superiors ajustades de tipus espectral.

- Joan Gimbert Quintilla va llegir la seva tesi, dirigida per Miguel Ángel Fiol Mora , titulada *Aplicacions de la teoria espectral a l'estudi dels dígrafs densos*, el dia 5 d'abril de 2000. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Telemàtica de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Una de les aplicacions de la teoria de grafs, com és la modelització de xarxes d'interconnexió, va motivar la formulació de certs problemes d'optimització discrets, entre ells el problema grau/diàmetre, i el consegüent interès per l'estudi de certes classes de dígrafs anomenats densos. Contribuir a aquest estudi —pel que fa a qüestions d'existència, enumeració i obtenció d'invariants gràfics— emprant bàsicament eines algebraiques (espectrals) ha estat l'objectiu principal d'aquesta tesi. Per fer-ho hem traduït les qüestions anteriors en termes matricials i aritmètics.

El problema grau/diàmetre per a dígrafs consisteix a determinar el nombre màxim de vèrtexs que pot tenir un dígraf fixats el seu grau màxim de sortida i diàmetre. Es coneix una fita natural per aquest ordre òptim, anomenada fita de Moore, la qual només és assolida pels dígrafs cicles i pels dígrafs complets. Aquesta limitació suggereix estudiar per a quins valors dels grau i diàmetre existeixen dígrafs d'ordre proper (una unitat menys) a la inassolible fita, anomenats dígrafs quasi de Moore. Això equival a cercar matrius binàries que satisfacin una equació del tipus on J és la matriu tota d'uns i P és una matriu de permutació que commuta amb A; és a dir, P representa un automorfisme del dígraf que té a A com a matriu d'adjacència. Relacionant l'espectre d'una possible solució A amb l'estructura cíclica de la permutació associada a P, hem deduït noves condicions necessàries per a l'existència d'un dígraf quasi de Moore i hem conclòs la seva enumeració per a diàmetre dos, en la qual ens ha aparegut l'estructura de dígraf línia com una propietat extremal. Arran d'aquest fet hem estudiat per a quines equacions matricials i polinòmiques del tipus pot garantir-se que totes les seves $(0, 1)$-solucions corresponen a dígrafs línia.

En el cas bipartit també es disposa d'una fita tipus Moore per a l'ordre, en funció dels graus màxims de sortida i del diàmetre k, la qual únicament s'aconsegueix per a $k = 2$ (dígraf bipartit complet) i $k = 3, 4$. Emprant la teoria de matrius circulants hem reformulat la cerca de nous dígrafs bipartits òptims de diàmetre tres en termes additius i això ens ha permès construir noves solucions per a graus no primers. L'interès per aquestes solucions es veu reforçat pel fet de constituir la base de noves famílies de dígrafs bipartits densos, resultants d'aplicar la tècnica del dígraf línia iterat, i per la caracterització que hem deduït relativa als dígrafs bipartits òptims de diàmetre $k = 4, 5$, la qual ens remet la seva enumeració al cas $k = 3$.

Pel que fa a la determinació de propietats gràfiques deduïbles de l'espectre, hem presentat un mètode per al còmput dels anomenats cicles curts, el qual apliquem a certes famílies de dígrafs asimptòticament òptims com són, per exemple, els dígrafs de Kautz.

- José A. Lubary Martínez va llegir la seva tesi, dirigida per Joan de Solà-Morales i Rubió, titulada *Multiplicidad y valores propios no reales en problemas de contorno para ecuaciones diferenciales definidas sobre redes*, el dia 10 d'abril de 2000. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I, de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Considerem una xarxa connexa finita de M braços i N nusos, en què admetem la possibilitat que els braços siguin múltiples, és a dir, que hi hagi diversos braços que uneixen la mateixa parella de nusos; o també que siguin bucles, és a dir, que uneixin un nus amb ell mateix, i que els nusos siguin terminals, és a dir, rebin un sol braç.

Els braços podran ser, en principi, arcs que connecten parelles de nusos, o un nus amb ell mateix. En qualsevol cas, acceptarem que poden ser parametritzats de forma que es puguin identificar com intervals reals $[-l_i, l_i], (i = 1, \dots, M)$.

Aquest treball esta dedicat, per una part, a l'estudi de la multiplicitat de solucions del problema estacionari

$$a^i(x)u_i''(x) + b^i(x)u_i'(x) + c^i(x)u_i(x) + f^i(x) = 0\,, \;\; x \in [-l_i, l_i]\,, \;\; (i = 1, \dots, M), \tag{1}$$

sota les condicions

$$u_{j1}(e_{j1}) = u_{j2}(e_{j2}) = \cdots = u_{jk}(e_{jk}) \tag{2}$$

per a cada nus interior j en què conflueixen els braços $j1, j2, \dots, jk$ coincidint els extrems $e_{j1}, e_{j2} \dots, e_{jk}$, i

$$\alpha_{j1}u_{j1}^{(e)}(e_{j1}) + \cdots + \alpha_{jk}u_{jk}^{(e)}(e_{jk}) + \beta_j u(j) = 0 \tag{3}$$

en tots els nusos, on $u^{(e)}$ significa derivada exterior o cap el nus de coincidència j , i $u(j)$ és el valor comú en j, d'acord amb (2).

S'estudia també el problema de valors propis associat:

$$a^i(x)u_i''(x) + b^i(x)u_i'(x) + c^i(x)u_i(x) + \lambda u_i(x) = 0\,, \qquad (i = 1, \dots, M), \tag{4}$$

sota les condicions (2) y (3).

En el capítol 2 s'obté una cota superior pel nombre de solucions independents del problema estacionari citat anteriorment, i es veu que aquesta fita és òptima en el sentit que s'agafa si s'elegeixen adequadament els coeficients de les equacions diferencials definides en un graf donat.

El capítol 3 està dedicat a estudiar condicions perquè els operadors associats a aquests problemes siguin autoadjunts respecte d'alguna mètrica.

En el capítol 4 s'estudia amb certa profunditat el problema quan el graf és al més simple possible amb cicles, i s'obtenen diversos resultats sobre existència d'infinits valors propis i infinits valors propis no reals, i les seves respectives multiplicitats geomètrica i algebraica, mostrant, en particular, el caràcter no autoadjunt, respecte de cap mètrica, de l'operador associat en determinades condicions.

Finalment, el capítol 5 mostra que la condició necessària i suficient perquè qualsevol operador diferencial de segon ordre definit sobre cert graf sigui autoadjunt, respecte d'alguna mètrica, és que aquest graf sigui un arbre.

Societat Catalana de Matemàtiques

President	Sebastià Xambó Descamps
Vicepres.	Joaquim Ortega Aramburu
Tresorer	Xavier Martínez-Albéniz
Secretària	Anna Río Doval
Vocals	Jaume Aguadé Bover
	Claudi Aguadé Bruix
	Josep Grané Manlleu
	Anna Pol Masjoan
	Agustí Reventós Tarrida
	Pelegrí Viader Canals
	Xavier Vilella Miró
Delegat de l'IEC	Joan Girbau i Badó

Comunicacions

Carrer del Carme, 47
08001 Barcelona
Tel. **932 701 620**
Fax **932 701 180**
e-mail scm@iec.es

Secretària: Núria Fuster
Horari: de 10 a 17 h

SCM/Notícies
Juny 2000. Número 13

Edita:
Societat Catalana de Matemàtiques
(filial de l'Institut d'Estudis Catalans)

Editor en cap
Agustí Reventós Tarrida
agusti@mat.uab.es

Comitè de Redacció
Sebastià Xambó Descamps
Antoni Gomà Nasarre
Josep Grané Manlleu
Carles Casacuberta Vergés

Compost en LaTeX: Maria Julià

Índex

Societat Catalana de Matemàtiques

Sol·licitud d'inscripció com a soci de la SCM i/o de l'EMS, o actualització de dades

Tipus de soci: Ordinari ☐ Estudiant (cal acreditació) ☐ Institució ☐

Desitjo fer-me soci de: SCM ☐ EMS ☐ SCM i EMS ☐

Nom i cognoms : ______
o denominació de la institució

Adreça: ______ Telèfon: ______

Fax: ______ Correu electrònic: ______

Codi postal: ______ Població: ______

Lloc d'estudi o de treball: ______

. . . .

Butlleta per a la domiciliació de la quota de soci de la SCM i/o de l'EMS

La persona sotasignada autoritza que anualment es faci efectiu el rebut de soci de la Societat Catalana de Matemàtiques/Societat Matemàtica Europea a nom de ______
a la llibreta d'estalvi/el compte corrent/la targeta de crèdit que s'indica seguidament:

Titular del compte: ______

Entitat bancària: ______

Codi de l'entitat bancària: |_|_|_|_|

Adreça de l'oficina: ______

Codi de l'oficina i dígits de control: |_|_|_|_| |_|_|

Número del compte o llibreta: |_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

Targeta de crèdit: |_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

Vàlida fins al: |_|_|

Data: ______ DNI: ______

Signat: ______

Signatura

La quota actual de la SCM és de 4.000 PTA per a socis ordinaris, de 2.000 PTA per a estudiants i 8.000 PTA per a institucions. La quota de l'EMS és de 2.500 PTA.

SCM/Notícies/13
Edita la Societat Catalana de Matemàtiques
Filial de l'Institut d'Estudis Catalans