



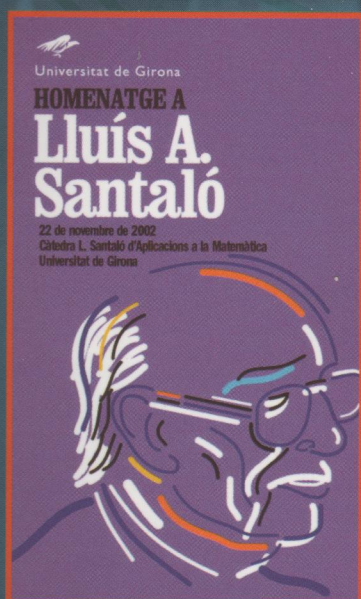
SCM

Notícies

18

Gener 2003

- Homenatge a Lluís A. Santaló
- Entrevista a Albert Dou
- Medalles Fields



Cartell homenatge a Santaló

- 200 anys de Janos Bolyai
- Recordant René Thom



SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

President: Carles Casacuberta Vergés
Vicepres.: Josep Grané Manlleu
Tresorer: Joan C. Artés Ferragud
Secretari: Josep M. Font Llovet
Vocals: Jaume Amorós Torrent
 Antoni Gomà Nasarre
 Agustí Reventós Tarrida
 Carles Romero Chesa
 Oriol Serra Albó
 Frederic Utzet Civit

Delegat
de l'IEC: Joan Girbau i Badó

Comunicacions:

Carrer del Carme, 47
08001 Barcelona
Tel.: 932 701 620
Fax: 932 701 180
A/e: scm@iecat.net

Secretària: Núria Fuster
Tel.: 933 248 583 de 10 a 17 h

SCM/Notícies

Gener 2003. Número 18

Edita:

Societat Catalana de Matemàtiques
(filial de l'Institut d'Estudis Catalans)

Editor en cap:

Agustí Reventós Tarrida
agusti@mat.uab.es

Comitè de Redacció:

Sebastià Xambó Descamps
Antoni Gomà Nasarre
Josep Grané Manlleu
Carles Casacuberta Vergés

Disseny: Teresa Sabater

Compost en \LaTeX : Maria Julià

Foto de portada:

Cartell homenatge a Santaló

Dipòsit Legal: 9480-2003

Índex

Report de la Junta	1
Salutació	1
Report de la Junta	1
In Memoriam	3
René Thom (1923–2002)	3
Internacional	6
Els reptes de l'ICM 2006	6
Per un comitè català a la IMU	8
La columna de l'EMS	8
L'EMS i el sisè programa marc de la CE	8
Entrevista	10
Entrevista a un mestre de vuitanta anys: Albert Dou	10
Articles	18
La revolució de János Bolyai	18
Premis i concursos	28
Medalles Fields	28
Cangur-2003	31
Olimpiades	32
Noticiari	32
Acte d'homenatge a Lluís Santaló	32
El Notícies al Mathematical Reviews	34
Matemàtiques i ensenyament	34
Títols de matemàtiques a Europa	34
Nivells de referència	40
Agenda	45
Internacional Conference (CARME 2003)	45
Activitats organitzades pel CRM	46
Llibres	46
Compact Riemann surfaces	47
Problemes	48
Problemes proposats	48
Tesis	49

Report de la Junta

Salutació

Aquesta és la primera ocasió que té la nova Junta Directiva d'adreçar-se als socis a través de la revista *SCM/Notícies*. Ho farem en aquesta breu salutació i també en el *Report de la Junta* i en unes altres anàlisis més a fons de les línies d'actuació de la SCM en els propers anys.

La Junta va ser escollida el 20 de juny de 2002 i es va ampliar als deu membres actuals el 17 de setembre. En aquesta mateixa data es va aprovar la composició dels tres nous comitès i el 12 de desembre es va afegir al Comitè d'Ensenyament un membre més, Josep Sales Rufí, a proposta de la FEEMCAT. Amb aquesta nova estructura de funcionament, la SCM vol consolidar les importants iniciatives dels equips anteriors (l'Olimpiada, les proves Cangur, la Troba-

da, el *Butlletí*, el *SCM/Notícies*, la web, etc.) i obrir noves vies de debat, de col·laboració i d'influència.

Entenem que els dos reptes més grans que té ara la SCM són aconseguir prou veu en la programació educativa catalana i posicionar-se on li correspon a dins i a fora de l'Estat. Intentarem trobar un punt d'equilibri que ens permeti defensar plenament la identitat catalana i alhora actuar com una societat d'alt nivell, preparada per treballar conjuntament amb les altres societats matemàtiques del món. Les circumstàncies en aquests moments semblen propícies per fer-ho i caldrà saber encertar les decisions. D'idees ja n'han sortit de moltes veus. El nostre agraïment a totes elles.

Carles Casacuberta
President de la SCM
En nom de la Junta

Report de la Junta

La nova Junta va començar les reunions el passat dia 17 de setembre. En aquesta reunió els membres elegits a l'Assemblea del 20 de juny van nomenar els vocals que completen la Junta, i es van nomenar també els membres dels comitès Científic i d'Ensenyament (en trobareu els noms més endavant). Esperem que aquesta estructura en comitès, que fonamentalment hauria de treballar per correu electrònic, farà arribar el debat sobre els afers més interessants a un grup més significatiu de socis. No cal dir, però, que l'opinió de tots els socis serà sempre benvinguda, i de fet el que ens agradaria és sentir-ne més sovint i de més variades.

Algunes de les activitats de la Societat estan sòlidament establertes i afortunadament la Junta només n'ha de fer un seguiment periòdic (i prendre algunes decisions concretes). És el cas de l'Olimpiada Matemàtica i de les proves Cangur. Els seus responsables, Josep Grané i Antoni Gomà, respectivament, us en parlen en un altre lloc d'aquest *Notícies*. Val la pena desta-

car aquí que aquestes activitats representen en realitat una feïnada impressionant, resolta amb extraordinària eficàcia per aquests companys; per exemple, des de l'octubre passat la pàgina web www.cangur.org funciona com un portal per als diferents concursos i d'altres activitats matemàtiques per a secundària de la Societat (i amb un enllaç a les de la FEEMCAT). A aquestes activitats enguany s'ha afegit la col·laboració amb la Real Sociedad Matemática Española (RSME) per a organitzar una prova a Barcelona de l'«Olimpiada Iberoamericana de Matemàtica Universitària», un concurs promogut des de Sud-amèrica adreçat a estudiants universitaris de qualsevol curs i carrera. La Junta també ha anat seguint la feina del tresorer, Joan Carles Artés, per a implantar un nou sistema comptable informatitzat, que esperem que permetrà fer un seguiment dels ingressos, despeses i cost real de cadascuna de les nostres activitats. Aquesta tasca encara no està acabada, però ja sembla clar que, tècnicament, estem

en números vermells, i caldrà prendre mesures en un futur proper. I ja que parlem de diners: la Junta ha debatut en diverses sessions com s'ha d'administrar i quin ús s'ha de donar al resultat econòmic del 3ecm, un important romanent positiu que la societat organitzadora, en dissoldre's, va transferir a la SCM. A banda de permetre dur a terme alguna activitat concreta de la Societat (com la dotació d'un premi per a treballs didàctics en matemàtica dins de la fira «Física en acció» d'enguany), s'han pensat d'altres iniciatives en suport de les activitats de la comunitat matemàtica catalana. Probablement, quan llegiu aquest report alguna d'aquestes iniciatives ja haurà sortit a la llum.

Entre els afers més importants que es tracten a les reunions de la Junta hi ha tots els que tenen a veure amb les relacions més o menys formals amb la comunitat matemàtica. Per exemple, la nostra representació al Comitè espanyol de la Unió Matemàtica Internacional, on tenim dos llocs (una quarta part del total), ha quedat formada des del 12 de desembre pel president, Carles Casacuberta, i Marta Sanz; mentre que Lluís Bibiloni segueix com a representant al subcomitè espanyol del Comitè Internacional per a l'Ensenyament Matemàtic (ICMI). La participació en aquests dos organismes és particularment important; en el segon cas, ens permetrà assegurar una bona participació catalana en el Congrés Internacional d'Educació Matemàtica de Copenhaguen (2004), i en el primer, cal tenir en compte que aquell Comitè és l'encarregat d'organitzar el Congrés Internacional de Matemàtics de 2006, que es farà a Madrid. El primer congrés es va celebrar el 1897 a Zúric, i a partir del 1900 se celebra cada quatre anys. Té un gran ressò dins de la comunitat matemàtica i fins i tot en els mitjans de comunicació; la Societat intervindrà en alguns

aspectes de l'organització. En la mateixa línia d'obrir vies de col·laboració es va convidar el president de la RSME i de l'esmentat Comitè espanyol, Carlos Andradas, a parlar en el nostre acte d'inauguració de curs, que va tenir lloc el passat 24 d'octubre.

La projecció exterior de la comunitat matemàtica catalana és un dels nostres actius, i al mateix temps un dels nostres reptes més importants. La Junta no vol oblidar, però, que cal també vetllar per la cohesió d'aquesta comunitat i per la seva integració en l'entorn més proper, és a dir, la societat catalana. Tots dos aspectes estan fets de relacions i lligams personals i institucionals de caire divers, que cal preservar i nodrir sempre que siguin positius per a la nostra comunitat, i, si s'escau, incorporar noves formes de relació. La Junta ha reprès amb molt d'interès les relacions amb la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques de Catalunya (FEEMCAT); en Joan Gómez, el seu president, i en Josep Sales formen part del nostre Comitè d'Ensenyament, i s'ha acordat d'impulsar la coordinació d'activitats, i de publicacions. Per exemple, per l'acord de reciprocitat que es va signar entre ambdues societats l'any 2001, els socis d'una d'aquestes poden rebre les publicacions de l'altra per un preu mòdic; i es farà un esforç per difondre les activitats de cada societat a través dels òrgans de l'altra.

La Junta també ha parlat d'altres tasques que esperem que donaran fruit a mig termini, com per exemple: renovació de les pàgines web de la Societat, canvi de format de la Trobada Matemàtica, renovació de les publicacions, campanyes de captació de socis i d'actualització de dades, etc. Esperem poder informar-vos-en en el proper número del *Notícies*.

Josep Maria Font
Secretari de la Junta

Relació dels membres de la Junta i comitès de la SCM

President: Carles Casacuberta Vergés (UB)

Vicepresident: Josep Grané Manlleu (UPC)

Tresorer: Joan C. Artés Ferragud (UAB)

Secretari: Josep M. Font Llovet (UB)

Vocals: Jaume Amorós Torrent (UPC)

Antoni Gomà Nasarre (Dpt. d'Ensenyament)

Agustí Reventós Tarrida (UAB)

Carles Romero Chesa (IES Manuel Blancafort)

Oriol Serra Albó (UPC)

Frederic Utzet Civit (UAB)

Delegat de l'IEC: Joan Girbau Badó (UAB)

Comitè Científic:

Joaquim Bruna Floris (UAB)

Àngel Calsina Ballesta (UdG)

Carles Curràs Bosch (UB)

Warren Dicks McLay (UAB)

Rosa Maria Miró Roig (UB)

Marta Sanz Solé (UB)

Oriol Serra Albó (UPC)

Joan Solà-Morales Rubió (UPC)

Comitè d'Ensenyament:

Claudi Alsina Català (UPC)

Lluís Bibiloni Matos (UAB)

Martí Casadevall Pou (IES Arquitecte Manuel Raspall, Cardedeu)

Anna Cuxart Jardí (UPF)

Antoni Gomà Nasarre (Dept. d'Ensenyament)

Joan Gómez Urgellés (UPC)

Carles Romero Chesa (IES Manuel Blancafort, La Garriga)

Josep Sales Ruffí (IES Lluch i Rafecas,

Vilanova i la Geltrú)

Comitè de Publicacions:

Jaume Amorós Torrent (UPC)

Agustí Reventós Tarrida (UAB)

Frederic Utzet Civit (UAB)

In Memoriam

René Thom (1923–2002)

El passat 25 d'octubre morí, a Bures-sur-Yvette (França), René Thom, il·lustre matemàtic, reconegut com un dels fundadors de la topologia diferencial, en especial, per la seva teoria del cobordisme, i que esdevingué popular també en cercles no estrictament matemàtics per ésser el creador de la teoria de les catàstrofes.

René Thom havia nascut el 2 de setembre de 1923 a Montbéliard, petita ciutat de l'est de França, propera a la frontera amb Suïssa. Fill de botiguers, havia fet els seus primers estudis a Montbéliard, Besançon i Lió. Alumne ja prou brillant durant aquests anys va intentar entrar el 1942 a l'École Normale Supérieure de París, però va suspendre l'examen de ingrés aquell any. Això no el va desanimar i l'any següent ho va intentar novament, aquesta vegada amb més èxit.

A l'ENS va començar la seva recerca en matemàtiques dirigit per Henri Cartan, aleshores professor d'aquesta escola, i tres anys més tard, en acabar els seus estudis a l'ENS, se'n va anar a Estrasbourg seguint el seu director de tesi. A Estrasbourg va assistir al seminari de topologia d'Ehresmann, i va entrar en contacte amb un grup de geòmetres: Koszul, Wu Tsen Tsun, i Ehresmann mateix, que van influir fortament en la direcció de la seva recerca. Es doctorà en ciències matemàtiques el 1951 a la Facultat de Ciències de París, amb la tesi *Espaces fibrés en spheres et carrés de Steenrod*.

Després d'una curta estada als EUA com a becari, va ser professor a les facultats de Ciències de Grenoble (1953) i d'Estrasbourg (1954–1963). A l'International Mathematical Congress d'Edimburg de 1958, R. Thom va ser

guardonat amb la Medalla Fields pels seus treballs sobre la teoria del cobordisme, i això li va obrir les portes d'aleshores recentment creat Institute des Hautes Études Scientifiques, a Bures-sur-Yvette, com a professor permanent del 1963 al 1988, i com a professor emèrit després.

L'obra matemàtica de R. Thom té una notable continuïtat i coherència, amb una gran èmfasi en l'estudi dels aspectes més bàsics, sovint topològics, de les formes geomètriques. Però, per tal de situar millor els temes d'aquesta obra, podem distingir tres etapes: la primera se centra en la teoria del cobordisme i els fonaments de la topologia diferencial; la segona gira al voltant de l'estudi de les singularitats de les aplicacions diferenciables, i a la tercera R. Thom desenvolupà la teoria de les catàstrofes.



A la teoria del cobordisme, que creà a la dècada dels cinquanta, Thom va resoldre el problema de precisar la relació entre l'homologia simplicial d'una varietat diferenciable i la geometria de les seves subvarietats. Aquest problema, present ja en Poincaré (1895), l'havia estudiat anteriorment Pontryaguin (1937), sota la forma següent: és tota varietat compacta, i de dimensió d , la vora d'una varietat de dimensió $d+1$? Per exemple, la circumferència és la vora del disc i, en general, l'esfera n -dimensional és la vora del disc $(n+1)$ -dimensional. També són vora totes les superfícies orientables, i Pontryaguin va provar que els nombres característics

de les varietats vora són nuls, així per exemple, l'espai projectiu real de dimensió 2 no és vora de cap varietat, però va deixar encara ben obert el problema. En el seu estudi d'aquest tema, R. Thom va introduir els grups de cobordisme \mathfrak{N}_d , de classes de varietats de dimensió d respecte de la relació de cobordisme, que donaven una visió molt clara del problema, i el seu gran resultat va ser la determinació explícita d'aquests grups. També, un altre gran resultat seu en aquest camp fou la solució al problema de Steenrod sobre la realitzabilitat geomètrica de les classes d'homologia.

En el decurs dels treballs en què elaborà les seves proves ([1], [2]), R. Thom establí bastants dels resultats bàsics de la moderna topologia diferencial: el lema de transversalitat de Thom, la classe de Thom, l'espai de Thom, l'isomorfisme de Thom, la fórmula de Thom... i en definitiva creà la teoria del cobordisme, que, posteriorment, desenvolupada per Milnor, Novikov i d'altres, és un ingredient essencial, avui en dia, per a la nostra comprensió de la topologia de les varietats.

El caràcter eminentment geomètric de la teoria del cobordisme ha fet que tingués variades aplicacions des dels inicis. Podem destacar aquí la utilització que en va fer Hirzebruch, a mitjan dels anys cinquanta, per provar el teorema de Riemann-Roch-Hirzebruch, que va marcar una de les fites més altes de la geometria algebraica d'aquells anys. També podem destacar que, més recentment, el cobordisme ha estat utilitzat per Atiyah i d'altres (1990), per a la formulació de les variants topològiques de les teories quàntiques de camps, i encara molt més recentment tenim la teoria del cobordisme en geometria algebraica iniciada per Voedvosky (2000).

La segona part de l'obra de R. Thom se centra en l'estudi de les singularitats de les aplicacions diferenciables, estudi que havien començat M. Morse i H. Whitney, notablement, amb la classificació de les singularitats de les funcions genèriques i de les aplicacions genèriques entre superfícies. En els seus treballs sobre el tema, R. Thom primer va provar la no genericitat, en general, de les aplicacions diferenciablement estables, contradient així una conjectura de Whitney, i aleshores va introduir i proposar l'estabilitat topològica com la noció d'estabilitat que hauria de ser genèrica. Encara que ell no en va provar la conjectura, sí que va

donar un esquema de demostració prou elaborat, en el qual va introduir un bon nombre de nous conceptes i de resultats: els espais estratificats de Thom, la condició de regularitat de Thom, els dos lemes d'isotopia de Thom. . . ([3], [4]), que foren la base de la prova que, uns anys més tard, donaria J. Mather de la conjectura de Thom. També, per tal de comprendre millor l'estabilitat diferenciable, va introduir els conceptes de desplegaments de les aplicacions diferenciables, de desplegaments semiuniversals, de suficiència en els espais de jets. . . i va conjecturar el teorema de preparació diferenciable, que va provar després B. Malgrange. En definitiva, R. Thom aportà una bona part dels fonaments de tota la teoria desenvolupada per l'estudi diferencial i topològic de les singularitats de les aplicacions diferenciables.

És a la tercera part de l'obra on R. Thom va desenvolupar la teoria de les catàstrofes. Aquesta teoria, que se surt del terreny pròpiament matemàtic, pretén establir un lligam entre les singularitats i el naixement de les formes a la Natura: la «morfogènesi», doncs, per R. Thom la majoria de les formes existents a la natura apareixen com a conseqüència de les singularitats d'una funció potencial que és estable i controlada, com a màxim, pels quatre paràmetres espai-temps. Això el conduí, basant-se en els resultats previs sobre la classificació de les singularitats diferenciables, a les set catàstrofes elementals: el plec, la cua de milà, la cúspide, la papallona, el melic el·líptic, el melic parabòlic i el melic hiperbòlic, que són les peces centrals de la teoria de les catàstrofes. R. Thom exposà a bastament les seves idees sobre aquest tema en el llibre *Stabilité structurelle et morphogénèse* ([5]), que exercí una influència significativa en l'estudi dels sistemes dinàmics, tot i que posteriorment s'ha comprès que l'estabilitat estructural dels sistemes dinàmics no té la rellevància que Thom li donava.

Les primeres aplicacions a les ciències físiques, biològiques i socials de la teoria de les catàstrofes tingueren una àmplia repercussió i provocaren un encès debat sobre la seva utilitat durant els anys setanta, que s'ha anat diluint amb el temps, perquè s'han deixat de satisfer moltes de les expectatives inicialment suscitades. Avui, i independentment de si les propostes de la teoria de les catàstrofes foren reeixides o no, podem valorar la recerca de la interdiscipli-

narietat i del coneixement qualitatiu que defensava R. Thom amb la seva teoria.

R. Thom havia estat a Catalunya algunes vegades havia mantingut contactes amb matemàtics del nostre país i havia participat al Congrés «Mathematical research today and tomorrow» a Barcelona, el 1991, ([6]). A més a més, hi tenia també un lligam ben especial del qual n'estava particularment satisfet: era la relació que havia establert amb Salvador Dalí, quan varen fer acadèmic a aquest a París el 1978. En aquella ocasió, el gran mestre del surrealisme havia exposat la seva coneguda teoria segons la qual l'estació de Perpinyà era el centre del món, que apuntava possibles relacions amb la teoria de les catàstrofes. Això, certament li va complaure a Thom, i s'inicià així una bona relació entre ells. L'interès de S. Dalí per la teoria de les catàstrofes i la seva amistat amb R. Thom inspirà les seves últimes pintures, *El segrest topològic d'Europa*, *Homenatge a René Thom* i *La cua de milà*, de 1983.

Moltes i molt valuoses són les contribucions matemàtiques de R. Thom que no han quedat reflectides en aquesta nota. Com tampoc quedaren ja ben reflectides totes les seves contribucions en els seus articles publicats (una llista completa dels quals podeu trobar a [7]), ja que a R. Thom li agradava més fer matemàtiques amb els gests de les mans que amb paper i llapis. Però la seva creativitat, la seva manera de veure i interpretar els resultats geomètrics de la manera més clara i senzilla, i la forma engrescadora dels problemes que va plantejar, van ser i encara ho són una contínua font d'idees i d'inspiració per a molts matemàtics.

Referències

- [1] THOM, R. «Espaces fibrés en sphères et carrés de Steenrod». *Ann. Sci. École Norm. Sup.* (3), 69 (1952), p. 109–182.
- [2] THOM, R. «Quelques propriétés globales des variétés différentiables». *Comment. Math. Helv.*, 28 (1954), p. 17–86.
- [3] THOM, R. «Local topological properties of differentiable mappings». *Differential Analysis, Bombay Colloq.*, 1964. London: Oxford Univ. Press, London, 1964, p. 191–202.

- [4] THOM, R. «Ensembles et morphismes stratifiés». *Bull. Amer. Math. Soc.*, 75 (1969), p. 240–284.
- [5] THOM, R. *Stabilité structurelle et morphogénèse. Essai d'une théorie générale des modèles*. Mathematical Physics Monograph. Series. W. A. Benjamin, Inc., Reading, Mass., 1972.
- [6] THOM, R. «Leaving mathematics for philosophy», *Mathematical research today and tomorrow*, Barcelona, 1991, Lecture Notes in Math., 1525, 1–12, Springer, Berlín, 1992.
- [7] «Publications de René Thom (écrits mathématiques)». *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.*, 68 (1988), p. 9–11.

Vicenç Navarro
UB

Internacional

Els reptes de l'ICM 2006

El dia 17 d'agost de 2002, l'Assemblea General de la Unió Matemàtica Internacional (IMU), reunida a Shanghai, va decidir per unanimitat que el Congrés Internacional de Matemàtics (ICM) de l'any 2006 es farà a Madrid. Aquesta va ser la culminació d'un procés ben ambiciós que havien iniciat quatre anys abans José Luis Fernández, Juan Luis Vázquez i Sebastià Xambó com a delegats a l'Assemblea General de la IMU a Dresden, aprofitant la bona disposició que va mostrar el Comitè Executiu a rebre la sol·licitud.

Per què no? La investigació en matemàtiques a Espanya està passant pel millor moment de tota la seva història i contínuament se senten veus que reclamen un reconeixement més explícit d'aquest fet a l'Administració i a les institucions científiques d'altres països. Cal que se'ns convidi més sovint a parlar als grans congressos, a formar part de comitès editorials de revistes i a integrar-nos als organismes de gestió internacionals. No hi ha cap dubte que organitzar un ICM és una magnífica oportunitat per cridar l'atenció de tothom, tant de dins del país com de fora, com ja es va fer amb molt d'èxit l'any 2000 a Barcelona amb el Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques.

El Comitè IMU espanyol

El Comitè IMU espanyol renovat es va constituir l'any 2000 amb dos representants de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), dos de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO), dos de la Sociedad Española de Matemática Aplicada (SEMA) i dos de la

Societat Catalana de Matemàtiques (SCM). Un dels delegats actuals a l'Assemblea General de la IMU hi és en representació de la SCM, per decisió del Comitè. Acordar aquesta estructura va ser tota una declaració de voluntat integradora i una mostra de solidaritat de cadascuna de les societats constituents. Calia reunir tota la força possible per tal d'aconseguir dos objectius: l'encàrrec d'organitzar l'ICM 2006 i el pas de tres a quatre delegats en l'Assemblea General de la IMU.

D'aquest segon objectiu també cal parlar-ne: els membres de la IMU són països (*countries*, en el sentit més ampli del terme i no necessàriament estats), cadascun dels quals té entre un i cinc delegats a l'Assemblea General. Per tal que la IMU accepti d'incrementar el nombre de delegats d'un país membre, cal que es demostrï amb dades suficients que la comunitat matemàtica d'aquell país s'ho mereix (i també cal pagar una quota anual més alta). El Comitè IMU espanyol ha estat preparant la sol·licitud per passar de tres a quatre delegats, però ha esperat a presentar-la després d'haver aconseguit l'encàrrec d'organitzar l'ICM 2006. El document principal que donarà suport a la petició és l'*Informe sobre la investigación matemática en España durante el período 1990–1999*, que van redactar Carlos Andradás i Enrique Zuazua per encàrrec del Comité Español para el Año Mundial de las Matemáticas l'any 2000. També s'ha creat una web (defalla.upc.es/umi) que conté una versió anglesa de l'informe i altres dades en línia sobre la investigació matemàtica a l'Estat espanyol.

Des de fa poc s'han sentit veus amb molt de pes que reclamen una representació catalana directa a la IMU. La Junta Directiva de la SCM ha difós ben clarament la seva voluntat de recollir totes les idees i les iniciatives que se li plantegin. Per això, des d'ara mateix ha iniciat un debat que considerarà els punts forts i els punts febles de la proposta d'intentar afegir Catalunya a la llista de membres de la IMU, que és una possibilitat legítima, plena d'interès i, a més, il·lusionadora per a molta gent. Tanmateix, creiem que convé deslligar aquest debat de l'organització de l'ICM 2006, on la SCM s'ha compromès en un projecte unitari que li ha de donar una quarta part dels drets i dels deures en aquest esdeveniment de tanta importància històrica.

Beneficis i responsabilitats

Quins compromisos ha adquirit la SCM en el camí cap al 2006? I quins beneficis n'espera treure? La primera cosa que cal deixar clara és que no es poden esperar guanys sense haver-hi treballat. Els beneficis haurien de ser fruit de la col·laboració amb les altres societats, particularment amb la RSME, que és la majoritària. Aquesta voluntat d'organitzar coses junts va més enllà de l'ICM i ja s'ha concretat en activitats tan variades com les següents: l'Olimpíada Matemàtica (des de fa molts anys); la representació de la SCM en el subcomitè espanyol de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI); el concurs Física en Acció, que l'any 2003 es farà a Terrassa i que inclourà per primera vegada dos premis de matemàtiques: un donat per la RSME i un altre, per la SCM, i l'Encuentro de Sociedades Latinoamericanas, que tindrà lloc a Santiago de Compostel·la el setembre de 2003. A més, la SCM és una de les institucions interessades a participar en el projecte de digitalització de la literatura matemàtica universal, del qual parlarem més extensament en una altra ocasió.

Les responsabilitats directes de la SCM en l'ICM 2006 passen de moment per la tasca de col·laboració i supervisió encomanada als seus dos representants en el Comitè IMU espanyol. Des d'aquest lloc es procura que la comunitat catalana tingui prou pes en l'estructura orga-

nitzativa de l'ICM. Tot i que ha quedat ben escrit des del principi que els membres del comitè organitzador ho seran a títol personal i no com a representants de societats ni de col·lectius, la piràmide final d'organitzadors hauria de reflectir tant com fos possible la diversitat que hi ha a l'Estat espanyol, tant d'àrees científiques com geogràfiques.

Alguns socis han demanat a la SCM que expliqui què farà per defensar la identitat catalana i per assegurar la visibilitat de la llengua i la cultura dels Països Catalans a l'entorn de l'ICM. D'entrada, cal tenir en compte que el Congrés ha estat encarregat específicament a la ciutat de Madrid, encara que la responsabilitat sigui de tot el Comitè IMU espanyol. Però també és fonamental de dir que la sensibilitat que se li ha demanat al Comitè Executiu per tal d'aprovar-lo amb un ampli consens no és només una sensibilitat envers les diverses especialitats de les matemàtiques, sinó també envers la pluralitat nacional i lingüística. La SCM es compromet a vetllar perquè aquesta sensibilitat segueixi viva.

D'aquí al 2006 s'aniran obrint possibilitats: activitats satèl·lit molt diverses; nous convenis amb institucions d'Iberoamèrica; accions de divulgació de les matemàtiques; peticions d'increment de les subvencions a la mobilitat dels investigadors, i moltes altres iniciatives. La SCM repeteix l'ofertament, que ja ha fet per carta i en l'acte d'inauguració del curs d'enguany, d'impulsar totes les idees que li arribin i que estiguin al seu abast.

Un dels guanys més desitjables de l'ICM 2006 hauria de ser que s'enfortissin els vincles de treball conjunt entre societats, grups i individus, i que es mantinguessin després del 2006, tant en el nostre entorn geogràfic més proper com a través dels nous representants a les estructures de la IMU. Tots els que s'impliquen en l'organització del Congrés creuen que el balanç final de prestigi col·lectiu i de nous lligams serà gran. Aquest pensament va animar el president anterior de la SCM i la Junta anterior a ficar-se en el projecte amb convicció, i la nova Junta no ha dubtat a assumir plenament la seva part d'obligacions i totes les expectatives, que són prou engrescadores.

Carles Casacuberta
President de la SCM

Sobre el tema de l'IMU hem rebut una carta de diversos socis de la SCM dirigida al seu president i, de fet, a tota la comunitat matemàtica catalana, que reproduïm tot seguit.

Per un comitè català a la IMU

La IMU (International Mathematical Union) és l'organització encarregada de gestionar l'activitat matemàtica en l'àmbit internacional. En els seus estatuts, que es poden consultar a la web <http://www.mathunion.org/>, s'estableixen les condicions que s'han de complir perquè un país s'hi pugui associar. És important assenyalar que en cap moment es parla d'estats, sinó de països, i que en el redactat hi ha una voluntat manifesta de flexibilitat en la interpretació del terme país. Literalment es diu: ...any territory in which independent scientific activity in mathematics has been developed.... No hi ha dubte que Catalunya compleix amb escreix les condicions precedents. Sembla, doncs, natural i oportú proposar a la comunitat matemàtica catalana que s'iniciï el procés per tal d'aconseguir la incorporació de Catalunya a la IMU.

Els estatuts de la IMU preveuen que la sol·licitud d'adhesió d'un país la pugui presentar una societat matemàtica. Així, doncs, la primera tasca que cal fer i que hauria de ser conduïda per la SCM (Societat Catalana de Matemàtiques), és la d'avaluar el suport que els matemàtics catalans donen a la nostra proposta. Si aquesta fos refermada per una àmplia majoria, caldria començar a treballar en la preparació de la nostra candidatura, un treball que preveiem llarg i que hauria d'incloure també un

estudi jurídic.

La nostra proposta neix del desig i de la voluntat que l'activitat matemàtica desenvolupada a Catalunya, dirigida per societats, associacions i institucions nascudes i arrelades aquí, sigui reconeguda internacionalment sense mediatitzacions. Un exemple recent de la capacitat organitzativa de la SCM en l'àmbit internacional ha estat la celebració a Barcelona l'any 2000 del 3ECM (Third European Congress of Mathematics) amb gran èxit científic i de participació.

L'esperit de la nostra iniciativa és de naturalesa cívica, marcat per la voluntat de col·laborar sempre i de manera més autèntica amb tots els països que formen part de la IMU. És un projecte legítim i també solidari, solidaritat que comença amb la resta de països que conformen l'Estat espanyol i que es prolonga a Europa i a tot el món. Aquesta iniciativa ens proporcionarà nombroses ocasions per a explicar que el nostre és un projecte de progrés, participatiu, solidari i que s'arrela profundament en la voluntat de ser de la societat catalana. Estem convençuts que el balanç final de l'acció que ara iniciem serà positiu per al reconeixement de la personalitat de Catalunya en l'àmbit matemàtic.

Àngel Calsina (UdG), Javier Chavarriga (UdL), Vicent Caselles (UPF), Amadeu Delshams (UPC), David Nualart (UB), Joan Verdera (UAB), Jordi Villadelprat (URV), Vladimir Zaiats (UVIC).

La columna de la Societat Matemàtica Europea (EMS)

L'EMS i el sisè programa marc de la Comissió Europea

L'any 2002 ha estat el de l'aprovació al parlament europeu del sisè programa marc (FP6) que regula la política científica de la Unió Europea per al període que comença a finals del 2002 i arriba fins al 2006. El pressupost destinat al seu desenvolupament, en les diferents

convocatòries per a la recerca, és de cinc bilions d'euros. La primera d'aquestes convocatòries va sortir publicada el passat dia 17 de desembre.

La preparació d'aquest programa, liderada pel comissari de recerca Philippe Busquin, va incorporar per primera vegada un debat en-

tre la Comissió Europea i les institucions científiques i acadèmiques dels diferents estats de la UE. L'EMS va prendre una part molt activa en aquest debat; de bon començament va expressar, en un document que fou lliurat a Brussel·les, la seva visió de la recerca en matemàtiques en el marc de l'espai europeu de la recerca; després va expressar repetidament la seva opinió, al llarg de la publicació dels diferents esborranys del FP6, mitjançant escrits i visites al comissari i a altres càrrecs del comissionat. El resultat d'aquesta interacció ha estat molt positiu. En efecte, l'estructura final del FP6 ofereix possibilitats més grans a la subvenció i al desenvolupament de la recerca en matemàtiques que en els primers esborranys. Per exemple, el mecanisme de retorn d'investigadors als seus països d'origen després d'estades postdoctorals va ser un suggeriment de l'EMS, el subprograma de recursos humans i mobilitat és molt més ampli que en els programes marc anteriors: en aquest poden participar científics de països associats a la UE, com ara la majoria de països que formaven l'Europa de l'est.

De quina manera la comunitat matemàtica europea pot beneficiar-se dels recursos que proporciona el FP6? Em centraré aquí en els projectes de l'EMS.

1. *Les activitats científiques de l'EMS*

Des dels seus inicis, l'EMS ha promogut la realització d'activitats com els congressos europeus de matemàtiques, que tenen lloc cada quatre anys; les escoles d'estiu; les lliçons de l'EMS, i esdeveniments especials, com ara els Forum Diderot, de caire interdisciplinari. Més recentment, s'han promogut també congressos entre societats, com el primer congrés EMS-SIAM, que va tenir lloc a Berlín el 2001; el congrés *Applied Mathematics-Application of Mathematics*, coorganitzat amb les societats franceses SMF i SMAI, que se celebrarà el mes de febrer a Niça, i les jornades conjuntes amb la societat matemàtica portuguesa del setembre de 2003.

El Comitè Executiu de l'EMS va decidir, recentment, crear una comissió que programés totes les activitats científiques de la Societat a partir del suggeriment d'un grup d'experts, matemàtics de reconegut prestigi, nomenats per l'EMS. Aquesta comissió ara treballa activament per a poder presentar una sol·licitud global d'un programa d'activitats equilibrat per als propers tres anys a la convocatòria ober-

ta del FP6 sobre organització d'activitats científiques. En el cas que la sol·licitud sigui valorada positivament, l'EMS podrà, per primera vegada en la seva curta trajectòria, assegurar la realització d'un bon ventall d'activitats científiques, tot i proporcionant finançament substancial als seus organitzadors.

2. *L'EMS i les infraestructures per a la recerca*

Tot just després de l'aprovació del FP6 la Comissió Europea va fer una crida d'expressions d'interès en dos dels instruments més importants del programa, els projectes integrats i les xarxes d'excel·lència. L'objectiu d'aquesta crida era novament de caire consultiu: poder interaccionar amb Brussel·les en el contingut de les convocatòries. Se'n van presentar unes dotze mil. L'EMS també va participar en aquesta crida amb la tramesa de tres expressions d'interès en projectes integrats.

En aquests moments es preparen les sol·licituds a la primera convocatòria per a dos projectes. Amdós corresponen a qüestions relacionades amb infraestructura per a la recerca en matemàtiques. Tenen un interès innegable per a la societat científica en general i, en particular, per a tota la comunitat matemàtica, incloent els estudiants. Passem a descriure'ls.

El primer és un projecte de biblioteca matemàtica digital (DML) com a contribució al desenvolupament de la societat de la informació. L'objectiu és la constitució d'una col·lecció de documents digitals que abasti el conjunt de la literatura matemàtica, estimada en uns cinquanta milions de pàgines, fer-la assequible als usuaris a través d'Internet, de manera senzilla, eficient i gratuïta, sempre que els compromisos del copyright ho permetin.

Aquest és un projecte ampliament discutit en societats matemàtiques. L'American Mathematical Society hi està treballant activament i la Unió Matemàtica Internacional li dona tot el seu suport. Existeixen avui mateix algunes iniciatives en aquest sentit que ja tenen resultats. Al final en donem algunes adreces.

Per a dur a terme aquest projecte, l'EMS preveu formar un consorci que abasti biblioteques, societats científiques, editors, països associats, socis industrials i grups de recerca en ciències de la informació.

El segon projecte ha estat batejat amb l'acrònim CITIZEMS (A comprehensive information system through integration of the

Zentralblatt-MATH Europe-based database in the mathematical sciences). L'objectiu aquí és mantenir, millorar i completar la base de dades europea de resums de la literatura matemàtica anomenada Zentralblatt-MATH, recollint també l'antiga base de dades Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, que abasta des del 1868 fins al 1943. També aquí es tracta de digitalitzar tots els documents fins al 1984, any en el qual es va començar la versió electrònica del Zentralblatt-MATH, i desenvolupar un sistema eficient i agradable de consulta i d'accés a totes les cites.

El projecte DML és d'abast mundial, la proposta de l'EMS és de liderar l'aportació europea i promoure el compromís polític de les seves institucions a través del seu finançament. En canvi, el projecte CITIZEMS té un abast europeu, encara que també una projecció mundial, i

pretén oferir, des d'una perspectiva europea de tradició i manteniment del patrimoni cultural, una base de dades que, en molts aspectes, es complementa amb la base de dades americana MathSci.

Adreces d'interès:

Per a l'FP6 i les seves convocatòries:

<http://www.cordis/fp6>

<http://europa.eu.int/comm/research/fp6/documents>

Per a exemples de programes de digitalització de literatura matemàtica:

<http://www.emis.de/MATH/JFM/JFM.html>

<http://www.mathdoc.ujf-grenoble.fr/NUMDAM>

<http://www.math.cornell.edu>

<http://www.lib.unich.edu>

En el web de l'EMS: <http://www.emis.de> en l'apartat NEWS, es troben els documents sobre expressions d'interès que hem esmentat.

Marta Sanz Solé
UB

Entrevista

Entrevista a un mestre de vuitant anys: Albert Dou*

Apreciat lector, la revista *Notícies* volia retre un petit homenatge a Albert Dou, actualment professor emèrit de l'Autònoma. Quan vaig comentar-li el tema, em va parlar de l'entrevista que li havia fet feia uns anys el professor Jesús Ildefonso Díaz. Com passa sovint, la feina diària va anar posposant els bons propòsits fins que un dia vaig tenir a les mans l'entrevista esmentada. Em va agradar i vaig pensar que estaria bé donar-la a conèixer als nostres socis. Així que la vaig traduir i amb el permís d'Ildefonso Díaz aquí la teniu. Però, parlant de bons propòsits que no acabem mai de realitzar, deixeu-me citar el reconeixement que es deu a en Jordi Dou, germà de l'Albert, de qui esperem fer esment com cal més endavant.

Sembla que va ser ahir quan el 17 de juny de 1988 el pare Dou, l'acadèmic i professor Albert Dou Masdexxàs, era objecte d'un càlid i multitudinari homenatge celebrat a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat Complutense de Madrid amb motiu de la seva jubilació i la seva adscripció, com a professor emèrit, a la Universitat Autònoma de Barcelona. El component científic de l'homenatge va consistir, en aquella ocasió, en una densa reunió científica en la qual va haver-hi trenta-quatre comunicacions presentades per diversos especialistes d'u-

niversitats espanyoles i també d'algunes universitats de més enllà de les nostres fronteres. Les exposicions versaven sobre dues de les grans facetes cultivades per A. Dou: 1. Equacions diferencials, anàlisi numèrica i aplicacions i 2. Aspectes humanistes i filosòfics de la ciència. L'obra de Dou fou glossada per Miguel de Guzmán, en els seus aspectes humanistes; Emilio de la Rosa, en la seva faceta d'enginyer de camins, i per mi mateix, pel que es referia a matemàtica aplicada. El llibre que va recollir l'esdeveniment va ser publicat per la Universitat

* Article original aparegut a la *Revista Española de Física* 10 (3), 1996. Traducció: A. Reventós.

Complutense i va sobrepassar les 370 pàgines (Actas de la Reunión Matemática en honor de A. Dou. Editat per J. I. Díaz i J. M. Vegas, Univ. Complutense de Madrid, 1989).

Aprofitant dues visites a Barcelona, el prop passat mes de maig, vaig tenir el privilegi de mantenir unes plàcides i enriquidores sobretaulles amb ell (amb l'olor d'uns havans) en què els seus testimonis foren, un cop més, declaracions d'un gran valor científic, històric i humà. Guiat per la ferma convicció que el que jo estava escoltant era d'interès per a moltes altres persones, al final de la segona vetllada li vaig proposar la idea de plasmar el que havíem tractat en les xerrades en una entrevista, a la qual cosa va accedir generosament després de la meua insistència. Una setmana més tard li vaig enviar un qüestionari que em va retornar contestat en menys d'una setmana aprofitant un viatge seu a Madrid. El resultat d'això el constitueixen les línies que segueixen a continuació.

J. I. Díaz: Els teus vuitanta anys, la teva experiència científica, apassionada; com diu Miguel de Guzmán, fan de tu un testimoni privilegiat de l'evolució de la matemàtica aplicada espanyola del nostre segle. Usem el transcurs del temps com a camí d'un petit passeig al teu costat. Tot caminat haurem, forçosament, de deixar tants camins d'altres parcel·les que una persona tan interdisciplinària com tu ha transitat i transita amb tanta mestria. Que difícil és tractar de linealitzar el temps passat! En fi, som-hi.

Permet-me que comenci indagant sobre els teus primers passos científics. Vas deixar la teva estimada Catalunya natal per realitzar estudis a l'Escola d'Enginyers de Camins de Madrid. Els acabes el 1943 i als vint-i-vuit anys, lluny de llançar-te a l'exercici de la teva brillant carrera, un flamant enginyer com tu s'embarca en dues noves llicenciatures, la de filosofia i, sobretot, la de matemàtiques, que duries a bon port el 1949 i 1950, aquest cop a Barcelona. El final d'aquell episodi tan tràgic de la vida espanyola era recent. Però, quina influència tens d'altres generacions científiques anteriors?, quina influència van poder tenir sobre tu matemàtics excel·lents de l'època com Julio Rey Pastor, Esteban Terrades i d'altres?, quins van ser realment els teus mestres en aquesta primera etapa de la teva formació?

Albert Dou: La vida la vivim mirant substancialment cap endavant, però s'entén molt millor

quan, passats alguns decennis, se la contempla cap enrere. Llavors es comprenen millor les crisis, els encerts i els passos en fals.

Que recordi, els meus primers estudis de matemàtiques els vaig fer estant a l'Acadèmia Misol, on preparava el meu ingrés a l'Escola d'Enginyers de Camins, que llavors depenia del Ministeri d'Obres Públiques. El director de l'Acadèmia, Félix Alonso Misol, era un gran professor de matemàtiques. Vaig aprendre poques matemàtiques perquè els programes d'ingrés estaven antiquats, però les vaig aprendre bé. Ingressar a l'Escola d'Enginyers de Camins era bastant semblant a guanyar una oposició. De fet, suposava ingressar en un important cos de funcionaris. L'examen d'ingrés es convocava un cop a l'any el mes de juny. Constatava de dos grups: un que resultava difícil, ja que es presentaven prop de mil candidats per a un total d'unes vint places, i era d'assignatures matemàtiques (aritmètica, inclosa la comercial, àlgebra, funcions, geometria mètrica, analítica i una mica de projectiva i descriptiva). No es proposaven preguntes teòriques, sinó que al llarg de tres eliminatòries, una per setmana, es proposaven problemes; per resoldre'ls els candidats havien de dominar certes tècniques i a voltes trobar la idea feliç que s'amagava a l'enunciat. Cada exercici de cada candidat era qualificat separatament per dos dels set membres del tribunal, i si les notes d'ells dos no coincidien, s'havien de posar d'acord. Les matèries de l'altre grup eren dibuix, idiomes i cultura general, i era bastant més fàcil d'aprovar, encara que el vaig suspendre repetidament, més que el primer. Simultàniament, vaig estudiar l'*Análisis Algebraico*, de Rey Pastor, que em va impactar. Mai vaig escoltar una classe a Rey Pastor, i a Terrades mai el vaig conèixer personalment. Respecte al fet d'estudiar una carrera universitària al mateix temps que la d'enginyer no era una cosa excepcional. En aquell temps s'acostumava a estudiar física o matemàtiques; també dret, especialment més tard; i actualment el més freqüent és probablement economia o fer un o dos cursos de màster en empresarials. Amb els coneixements que tenia vaig aprovar el 1939 per lliure tres assignatures de les catorze de què constava la llicenciatura en matemàtiques, que durava quatre anys. No hi havia maries. En els exàmens de setembre de 1949 i febrer de 1950 vaig liquidar unes altres cinc assignatures

i durant el curs 1949–1950 vaig assistir regularment a classe de les quatre restants: anàlisi 3 (equacions diferencials), amb Augé; anàlisi 4, amb Orts; geometria, amb Torroja, i astronomia, amb Febrer; en els exàmens de juny de 1950 em varen donar quatre matrícules. Vaig participar en els exàmens per a premi extraordinari, i me'l varen donar. Crec que vaig aprendre molt. Amb tot, convé tenir present, per exemple, que durant la llicenciatura mai vaig sentir parlar de topologia, com una nova disciplina, i només accidentalment vaig sentir la definició de grup per mitjà d'Augé .

Díaz: Els teus primers passos en investigació els vas donar en geometria diferencial de la mà d'una figura també polifacètica com és l'austríac, afincat a Alemanya, W. Blaschke. El teu interès pels quadriteixits plans acaparen gairebé tota la dècada dels cinquanta, en la qual la teva tesi doctoral, les teves llargues estades a l'Alemanya de la postguerra, l'assistència als teus primers congressos internacionals devien ser experiències inesborrables per a tu. Quines varen ser les teves motivacions durant aquesta època tan fructífera per a tu en què fins i tot aconseguiries les càtedres a l'Escola de Camins (1955) i a la Facultat de Ciències de la Universitat Complutense (1957)? Com va ser la interacció, en el teu cas, entre la investigació i l'accés a una posició permanent?

Dou: Encara el 1950, Blaschke va venir a donar un curset a la Facultat de Matemàtiques de la UB sobre geometria dels teixits (*Geometrie der Gewebe*), al qual vaig assistir amb molt d'interès. Per iniciativa del doctor Orts i mercès a la seva gestió, el professor Blaschke em va indicar l'estudi dels quadriteixits plans com a tema per a la meva tesi doctoral en matemàtiques. Va ser, sens dubte, un pas extraordinàriament important per a la meva vida acadèmica futura. Vaig tenir a més la sort que podia parlar fluidament l'alemany i així el segon semestre del curs 1950–1951 el vaig passar assistint a un curs de Blaschke en el *Mathematisches Seminar* de la Universitat d'Hamburg, on vaig impartir tres lliçons en les quals vaig donar a conèixer els resultats que havia obtingut i que més tard, el 1955, vaig publicar als *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*. Vaig defensar la tesi doctoral a Madrid (1952), única universitat que aleshores podia concedir el grau de doctor, i em varen adjudicar el premi extraordinari.

El 1954 vaig assistir per primer cop a un Congrés Internacional de Matemàtiques, el d'Amsterdam, on vaig presentar una comunicació en francès i vaig conèixer Rey Pastor. El 1955 em varen adjudicar, com a resultat d'un concurs de mèrits, la segona de les dues càtedres (la primera la va obtenir Tomás Rodríguez Bachiller) que havien quedat vacants a l'Escola de Camins; vaig començar les classes l'octubre de 1955. Després d'una consulta prèvia amb Bachiller, vaig adoptar com a llibre de text un de F. B. Hildebrand, que s'adaptava bastant bé al programa del curs.

Vaig passar dos anys dedicat únicament a l'estudi d'equacions diferencials i el juny de 1957 em varen adjudicar per oposició la Càtedra d'Anàlisi Matemàtica 3 (Equacions diferencials) de la Universitat de Madrid, l'única que hi havia, és a dir, l'actual Complutense. Vaig començar les classes l'octubre de 1957.

Díaz: Sembla que no era habitual en aquella època que un flamant catedràtic s'aventurés a una experiència americana, ja innecessària per a la carrera funcional, com vares fer tu el curs 1959–1960 en el Courant Institute. Què et va moure a no conformar-te amb les teves càtedres? Quins contrastos veus ara entre les teves investigacions en quadriteixits i les que vares iniciar en el Courant sobre elasticitat? Quines diferències notables vas observar entre la matemàtica americana i l'alemanya?

Dou: Efectivament, crec que llavors no era habitual el desplaçament de professors universitaris a altres països per raons d'estudi o treball acadèmic. En primer lloc ni remotament hi havia a Espanya les facilitats ni la tasa de mobilitat que hi ha ara; sens dubte que tals desplaçaments suposaven càrregues econòmiques i potser també càrregues familiars, almenys bastant més que ara. És fàcil comprendre que, essent religiós dedicat a l'estudi i ensenyament, moltes d'aquestes dificultats no van existir per a mi, o foren molt menors.

D'altra banda, la preparació de les classes, l'atenció als alumnes, les tasques administratives, la publicació d'alguns textos per a ús dels alumnes, reunions, conferències... absorben tant de temps que pràcticament resultava impossible dedicar-se a la investigació. Em va semblar que la solució per trobar temps tranquil i llarg per a l'estudi era sol·licitar periòdicament, cada quatre o cinc anys, un any

d'excèdència activa, i passar-los en centres universitaris estrangers, que elegia bé entre aquells als quals es podia anar amb bones expectatives d'èxit. Varen ser com anys sabàtics, en una època en què a Espanya no existien.

Així vaig passar el curs sencer des de l'agost de 1959 fins al setembre de 1960 als Estats Units, pensionat amb una beca March i en situació d'excèdència activa. Vaig treballar com temporary member en l'Institute of Mathematical Sciences de la Universitat de Nova York (setembre-maig), el mateix Institut que en traslladar-se a Washington Square es va dir Courant Institute of Math. Sci. de NYU, i vaig participar també en el Seminari Matemàtic de la Universitat de Chicago (juny-agost). El curs 1963–1964, en situació d'excèdència activa, el vaig passar amb gran rendiment en el Mathematics Research Center de la Universitat de Wisconsin, a Madison, invitat pel seu director, R. E. Langer, com a *visiting professor*. Des del gener de 1969 fins al gener de 1970 i en situació de permís, invitat per la Universitat de Notre Dame, Indiana, vaig ocupar un lloc de *visiting professor* en el Mathematics Department i vaig fer un curs d'elasticitat no lineal un altre de teoria de la mesura per a graduats, i la University Press va publicar *Partial Differential Equations of First Order*. Finalment, el semestre gener-agost de 1974 el vaig passar al Courant Institute, amb permís d'estudis, invitat per l'Institut i subvencionat per una beca Fulbright-Hays. Tot això va ser possible gràcies als excel·lents professors adjunts de càtedra, A. Valle, F. del Castillo, A. Casal, a la Facultat, i S. del Olmo, A. Mendizabal, E. de la Rosa, J. M. San Miguel, i probablement alguns altres, que no em vénen ara a la memòria. El meu agraïment a tots ells. També els estius oferien bones possibilitats de disposar de temps tranquil per a l'estudi. En efecte, crec que la majoria dels estius vaig passar de sis a vuit setmanes en un centre universitari o a prop d'una bona biblioteca de matemàtiques a París o centres alemanys. També vaig tenir l'oportunitat d'assistir a congressos o bé de temes que m'interessaven particularment o bé a congressos internacionals de matemàtiques (Amsterdam 1954, Estocolm 1962, Moscou 1966, Niça 1970 i Vancouver 1974). A tots vaig presentar sempre una comunicació. En el de Moscou, tot just abans del Congrés, vaig assistir com a delegat espanyol a la V Assem-

blea General de la Unió Matemàtica Internacional celebrada a Dubna, prop de Moscou; en el Congrés posterior vaig presentar una comunicació en rus sobre les equacions de l'elasticitat, i se'n va publicar un resum en rus a les actes; però vaig haver de fer l'exposició en anglès a petició del president.

Preguntes també per diferències entre la matemàtica americana i l'alemanya. En realitat, em sembla que en les coses importants coincidien. No en va, la majoria dels professors del Courant Institut eren alemanys: Peter Lax, Fritz John, Louis Nirenberg... En ambdós països l'ensenyament universitari era molt flexible i en els dos últims anys l'ensenyament de la matemàtica s'impartia principalment mitjançant l'elaboració de treballs dirigits que exigien acudir a l'hemeroteca. Recordem que a Espanya, en aquesta època dels cinquanta, els programes eren fixats, els mateixos tots els anys per a tots els alumnes, i una característica molt cridanera, l'ensenyament era extraordinàriament uniforme i sistemàtic pel que fa al contingut; òbviament, era una conseqüència del sistema de càtedres, inclòs el fet que érem funcionaris. En un altre aspecte, no sé si com a conseqüència que els nord-americans havien guanyat la guerra, mentre que els alemanys l'havien perduda, jo vaig experimentar moltes més facilitats de treball a Amèrica que a Alemanya.

Díaz: Els teus contactes científics amb l'escola francesa capitanejada per J. L. Lions semblen procedir del teu interès per la teoria moderna de les equacions en derivades parcials del qual dóna bona mostra el teu discurs d'ingrés a la Real Academia de Ciencias el 1963. Sembla com si enviar els teus joves doctorants allà fas per la teva personal valoració d'alguna cosa que es cuinava, en aquella època, més a França que als Estats Units. No et sembla que el temps ens fa veure fils que a vegades no veiem? Va ser fruit de l'atzar?

Dou: Vaig tenir, efectivament, com a director de Departament i també com a director de tesis doctorals o més freqüentment com a ponent d'aquestes, bastants contactes amb cèlebres matemàtics francesos i italians; ocasionalment, pels mateixos motius també, amb matemàtics nord-americans del Courant Institute i d'altres com Zigmund i Calderon, i finalment també amb Alemanya (J. Leach, Friburg, 1977) i Anglaterra (C. Cañón, Bristol, 1978).

Va sobresortir entre tots per la seva ajuda al Departament el professor J. L. Lions, fins al punt que, essent jo degà, vaig promoure que se li atorgués el doctorat *honoris causa* per la Complutense; vaig tenir una gran satisfacció quan vaig actuar com a padrí de la seva investidura (festa de sant tomàs, 1976; essent jo rector de Deusto).

La contribució francesa al desenvolupament de les equacions en derivades parcials fou enorme, i des del punt de vista històric dels orígens és certament excepcional. Citem només D'Alembert, Laplace, Fourier i Cauchy. En el període que segueix a la Segona Guerra Mundial els francesos emularen dignament els russos i nord-americans. Hi ha dos conceptes, o teories, d'origen francès, que, des del primer cop que els vaig estudiar, em varen semblar de gran importància, perquè matematitzaven dos conceptes físics de rellevància tant per a la matemàtica teòrica com sobretot per a la matemàtica aplicada. Em refereixo al concepte de fisicalitat de les solucions de les equacions diferencials ordinàries i, especialment, de les de les equacions en derivades parcials, l'existència i unicitat de les quals s'estableixen per teoremes fonamentals; és obvi que aquestes solucions tenen interès físic únicament si, formulat tot en espais topològics adequats, les solucions depenen contínuament de les condicions inicials i de contorn. Aquest concepte va ser introduït per J. Hadamard el 1917, i ha estat desenvolupat per nombrosos matemàtics, per exemple, que jo hagi conegut, Sobolev i Fritz John; faig un ampli ús d'aquest concepte en els meus textos. L'altre concepte és el de distribució, forma matemàtica contínua i indefinidament diferenciable, creada en gran part per L. Schwartz, que, a més, la va sistematitzar i donar a conèixer a *Théorie des distributions* (1950–1951) i la va aplicar en *Méthodes mathématiques de la physique* (1955). Des dels meus primers cursos de doctorat vaig explicar la teoria de distribucions i en vaig ser probablement l'introduïdor a la universitat espanyola. Per tant, la valoració que m'atribueixes en la teva pregunta té almenys un bon fonament, ja que van haver-hi a més altres professors francesos que ens visitaren i molts altres textos francesos que van tenir enorme vigència en el Departament.

Per tant, m'inclino a pensar que sí que van existir aquests fils dels quals parles a les teves

dues preguntes finals; que encara que llavors no els vàrem percebre clarament, sí que van actuar eficaçment. També diria que hi va haver atzar, però no un atzar complet, un obrar cegament, perquè recordo que vaig donar llavors moltes voltes a aquest tema; i amb el temps, les idees «vegeten» i es fan explícites. No són alienes a aquest context les diverses participacions que professors del Departament varen tenir a les sessions organitzades pel Centro Internazionale Matematico Estivo (CIME) en el nord d'Itàlia (Ispra, Stresa, Bressanone), en què la participació francesa era qualificada i nombrosa, si no majoritària. A més sembla també obvi, per raons de proximitat i atesa l'excel·lent qualitat de la producció matemàtica francesa, que es produís una gran presència francesa en el nostre Departament.

Díaz: És difícil trobar algú que t'hagi tingut com a professor i que no parli del teu entusiasme en cadascuna de les teves classes. Els teus llibres resisteixen encara la lectura dels nostres estudiants actuals, malgrat anar dirigits a unes promocions enormement en desavantatge. La teva idea de presentar a la vegada la teoria general de les equacions diferencials, siguin ordinàries o en derivades parcials, i el seu tractament numèric, després de trenta anys de publicar-se, ara que ens envaeixen els ordinadors personals, és moda. Qui feia tractament numèric abans en el nostre país? Com es va anar introduint la matemàtica computacional i la informàtica en el nostre país?

Dou: Crec que sempre vaig considerar com a obligació seriosa preparar bé les meves classes. Fins i tot les de tots els cursos de doctorat, encara que fos a força de passar-me amb freqüència, sobretot des de finals dels seixanta, el diumenge sencer preparant la propera lliçó.

En el curs 1959–1960, que vaig passar en el Courant Institute, vaig aprendre Fortran IV i fins i tot vaig fer córrer algun programa que jo mateix havia escrit. Era òbvia la importància que en un futur pròxim tindria el càlcul numèric en la resolució efectiva i pràctica d'equacions diferencials tant ordinàries com en derivades parcials. Fritz John, per exemple, ja havia demostrat la convergència de les solucions de certes equacions formades substituint les derivades parcials. Fritz John, per exemple, ja havia demostrat la convergència de les solucions de certes equacions formades substituint les derivades pels corresponents esquemes en diferències finites (com ho havia fet ja Euler en el seu *Càlcul de variacions* de 1744) cap a les solucions de les equacions diferencials. Així doncs, vaig decidir

incorporar un capítol d'*anàlisi numèrica* al text d'*equacions diferencials ordinàries*; i uns anys més tard Mendizábal va escriure tres capítols de *resolució numèrica* en el text que vàrem escriure conjuntament d'*equacions en derivades parcials* (Madrid, Escola de Camins, 1973). Em vaig interessar no només per l'anàlisi numèrica, sinó també per qüestions filosòfiques que plantejaven i plantegen els ordinadors. Vaig escriure diversos articles i encara ara tinc interès o curiositat per aquests temes. Tot això em va valer fer nombroses conferències, ser nomenat membre de diversos comitès, reunions, ser invitat per l'IBM European Educational Center a Blaricum (Holanda) i fins i tot, durant l'estiu de 1968, vaig formar part d'un grup de dotze professors europeus invitats per l'IBM per visitar uns dotze centres i instal·lacions de la mateixa empresa, en un viatge esplèndid i molt instructiu, als qual estaven invitats els Estats Units i Canadà. Crec que fins avui, trenta anys més tard, ha anat creixent en mi la sensació que més que respondre a sorpresa o reptes científics vaig sucumbir a una contraproductiva curiositat, quan vaig dedicar tant temps a qüestions no matemàtiques plantejades per les ciències del computador.

Díaz: La teva capacitat per simultaniejar la gestió científica amb un paper actiu en la investigació està més que demostrada després del teu pas per la direcció del Departament d'Equacions Funcionals i el deganat de la Facultat de Ciències de la Universitat Complutense de Madrid fins a arribar al càrrec de rector de la Universitat de Deusto i a l'ICAI a mitjan anys setanta. Eren uns anys de canvi en què la Universitat bullia. Va tenir la universitat espanyola més importància que la que ara li atribueixen els cronistes en la tan rememorada transició democràtica?

Dou: En efecte, el 1967 vaig ser nomenat director del recentment creat Departament d'Equacions Funcionals de la Secció de Matemàtiques de la Facultat de Ciències de la Universitat de Madrid. Em sembla que ho vaig ser sense interrupció fins al 1975, quan vaig ser nomenat degà (el primer) de la primera Facultat de Matemàtiques Espanyola, que sorgia de la divisió de la Facultat de Ciències en cinc facultats, una per Secció. No vaig arribar a complir un any com a degà, ja que el setembre del mateix any (1975) prenia possessió del càrrec de rector de la Universitat de Deusto. Al cap de dos mesos

moria Franco. Només vaig ser rector de Deusto durant dos cursos, 1975–1977, ja que el setembre de 1977 prenia possessió com a rector de l'Instituto Católico de Artes e Industrias e Instituto Católico de Administración de Empresas (ICAI-ICADE) de Madrid. Em vaig reincorporar al servei actiu com a catedràtic d'universitat amb destí a la Càtedra d'Anàlisi Matemàtica III de la Universitat Complutense de Madrid, de manera que vaig recuperar la mateixa Càtedra que havia ocupat abans, encara que, de moment, de manera interina. Passat el termini per concórrer al concurs de trasllat i essent únic concursant, el Ministeri d'Educació i Ciència em va adjudicar la Càtedra. El setembre de 1980 vaig ser novament nomenat director del Departament d'Equacions Funcionals, que pertanyia ara a la Facultat de Ciències Matemàtiques. Vaig seguir de director fins al començament del curs 1983–1984, quan vaig partir, en comissió de serveis per dos anys, cap a la Universitat Autònoma de Barcelona a Bellaterra.

Mentre la meua gestió acadèmicoadministrativa es va limitar a la direcció del Departament, encara que aquest exercici ocupava temps i causava algunes preocupacions, el vaig realitzar com un servei que valia la pena i al qual era difícil negar-te. A Deusto vaig fer els dos anys un curs de lògica, que va ser la meua única activitat científica. La universitat al País Basc, efectivament, bullia. Havia ja renunciat absolutament a la Càtedra de Camins. La tasca administrativa en l'ICAI-ICADE i les classes a la Universitat no deixaven temps per a més.

Responent a la teua última pregunta sobre la contribució de la Facultat de Ciències i en particular de la Secció de Matemàtiques i del nostre Departament al procés de la transició democràtica, em sembla que puc citar alguns fets.

Recordo que, quan era degà, vaig visitar nombroses vegades els estudiants de la Facultat que estaven detinguts en el Ministeri de Governació de la Puerta del Sol. També, abans que es publicuessin els decrets del 18 de juliol de 1972 per al pròxim curs, vaig escriure un article on deia: «Si tal pretensió [de renunciar a l'ús ordinari de la força] arribés a ser impossible després que els estudiants haguessin estat sanament polititzats i haguessin après a dialogar, preferiria tancar la Universitat. Com que

existeixen elements subversius, sembla impossible excloure absolutament tota apel·lació a la força pública, però aquesta hauria d'intervenir només excepcionalment i per iniciativa de les autoritats acadèmiques universitàries.» («Hec-hos y dichos», Saragossa, octubre 1972).

El fet més greu i significatiu ocorregut a la Facultat de Ciències va ser el tret a sang freda d'un cap de la Brigada Social contra l'estudiant J. M. Mediavilla, que estava davant de la porta principal de la Facultat i al qual va ferir greument (18 de maig de 1972). Jo no ho vaig veure, però sí que ho van veure des de les finestres del nostre Departament nombrosos alumnes i professors, alguns dels quals són ara titulars, catedràtics i fins i tot acadèmics. Alguns d'ells van firmar un escrit denunciant el fet, que em van entregar i que vaig llegir a la sessió de la Junta (23 de maig de 1972), convocada en ocasió d'aquest tret per escoltar l'«informe del

Sr. Degà sobre els darrers esdeveniments...». Prèviament, com a president, jo mateix havia convocat per al dilluns 22 de maig de 1972 una reunió oberta de la Secció de Matemàtiques.

Per mi, l'acte de més transcendència es va produir quan era rector de la Universitat de Deusto i mentre presidia l'acte d'obertura del curs 1976–1977. Quan el secretari va acabar de llegir la memòria del curs 1975–1976, un grup d'estudiants de dret pujaren a l'estrada de la presidència per iniciativa pròpia i van pretendre llegir la contramemòria escrita que portaven. Immediatament es va armar un escàndol. Em vaig aixecar, vaig imposar silenci i els vaig autoritzar que llegissin la contramemòria. Quan van acabar la lectura, va semblar que volien marxar, però els vaig indicar la conveniència que es quedessin i escoltessin com nosaltres els havíem escoltat; i es varen quedar.



El professor Albert Dou amb Jesús Ildefonso Díaz.

Díaz: Apropant-nos al present, permet-me que parli de la teva etapa més recent des que vas tornar a Catalunya el 1983. Les teves energies s'encarriren ara cap a altres línies, cultivades sempre per tu, més pròximes al pensament humanista, com a historiador i filòsof de la ciència. En quina mesura és útil la teva experiència com a investigador en matemàtica aplicada? Explica'ns els teus projectes actuals.

Dou: L'estudi de les equacions diferencials ordinàries i en derivades parcials dóna una visió molt àmplia tant del que són les matemàtiques

com de les seves aplicacions. Naturalment, això m'ha ajudat moltíssim en la meua dedicació actual i exclusiva des del curs 1983–1984 a l'estudi de la història i filosofia de les matemàtiques; i des de fa uns pocs anys, també a l'estudi de les relacions de les ciències amb la cultura i en particular amb la teologia. Sobre això he publicat diversos articles dels quals menciono únicament els tres següents: Introducció, traducció i notes del *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*, d'Euler (1744); el quadern *Diálogo ciencia-fe* a la col·lecció «Maragall», núm. 15, i *Newton-*

Clarke, Hanson y experiencia religiosa, pendent de publicació per l'Acadèmia de Ciències de Madrid.

Díaz: Pel que fa al teu temps d'oci, sé que ets un expert en moltes altres coses: encara recordo la teva manera particular de jugar a tennis explotant la teva experiència de frontó. Quines altres aficions tens?, com han anat canviant amb els anys?

Dou: Des de la meua joventut fins que als vint-i-vuit anys vaig entrar a la Companyia de Jesús (1943) vaig practicar molt l'esport, especialment el futbol, el frontó a mà, el ping-pong i l'excursionisme, i també una mica de tennis. Vaig passar també moltíssimes hores jugant als escacs i jocs de cartes. A propòsit d'això he dit algun cop que si tot el temps que he gastat jugant als escacs o a les cartes l'hagués dedicat a l'estudi del xinès, sens dubte ara el parlaria perfectament. Des del meu retorn a Madrid (1955) fins que vaig partir cap a Deusto (1975) vaig recórrer tots els anys el bellíssim Guadarrama, pins i granit, des de la Maliciosa a la Mujer Muerta i també Gredos i fins i tot, ja gran, vaig pujar al Calvitero, vèrtex de tres províncies (Àvila, Salamanca i Càceres). També vaig practicar la natació al pantà de San Juan i al Mediterrani. Actualment, practico la natació, també una mica d'escacs i petites excursions pel Pirineu i la Serralada Prelitoral Catalana (Montseny, Sant Llorenç de Munt i Montserrat). Tota la vida he gaudit jugant i aprecio extraordinàriament el valor i l'aspecte lúdics de la vida. Per exemple, tenir serietat en la voluntat de guanyar, saber perdre, i el més difícil: saber guanyar no solament durant el joc, sinó també, sobretot després del joc.

Díaz: Passem ara al futur. Fer-ho sense mencionar el final de segle seria totalment atípic. En el nostre passeig pel temps passat ja has aportat una visió retrospectiva molt valuosa, però què imagines de la tasca científica en el futur? com influirà la gran accessibilitat de la informació en la reflexió científica?

Dou: Tinc poca cosa a dir. Només enunciaré dues opinions personals. Primera, em sembla que el tarannà i el llenguatge autènticament científics, especialment els matemàtics, aniran en augment en el futur pròxim, contràriament al que va predir en el seu temps ni més ni menys que Diderot, principal autor de l'*Enciclopèdia*,

que constitueix el màxim exponent de la Il·lustració.

Segona, crec que el binomi I+D, és a dir, primer investigació i després desenvolupament, s'anirà invertint apreciablement cap a D+I, de manera que la consideració inicial determinant serà el desenvolupament, llevat que les ciències siguin objecte d'una creixent i insostenible valoració global negativa per part de la societat. Si succeís així, em sembla que una conseqüència seria que dintre de l'àmbit de les matemàtiques, la matemàtica aplicada sortiria promocionada.

Díaz: He deixat deliberadament pel final un tema que, si l'hagués suscitat abans, hagués inundat la resta de l'entrevista. La teva persona i la teva obra intel·lectual no es poden dissociar de la teva vocació religiosa. No deixa de cridar l'atenció que avui que fa ja diversos anys que va caure el mur de Berlín, que la crisi d'ideologies sembla un fet, no deixen d'aparèixer testimonis sobre la constant preocupació dels científics per la religió: fa poc el físic teòric A. F. Rañada va publicar *Els científics i Déu*, llibre atraient ple de testimonis concrets; el passat 6 de maig, *El País* dedicava tota una pàgina a l'imminent publicació dels textos religiosos d'Issac Newton, i també, en el número d'abril de la revista *News* de la societat nord-americana homònima de SEMA, SIAM, apareixia un article sobre Stokes en el qual es feia àmplia referència a la seva profunda religiositat. Què opines d'aquesta constant preocupació? Com li has donat vida en el teu cas?

Dou: Ni els il·lustrats i menys encara el positivista Comte i els neopositivistes varen tenir suficientment en compte que la transcendència, el numinós i el místic, com diria Wittgenstein, colpeix en el més profund de l'esperit de molts homes. Des de l'antiguitat, són precisament valors religiosos els que han donat origen i han conformat i desenvolupat les grans cultures. El valor religiós és impossible eradicar-lo d'una cultura. L'edat moderna, des de Galileu fins als neopositivistes, incloent-hi especialment els il·lustrats, ha aportat a la cultura moderna nombrosos valors autèntics. En aquesta aportació la ciència ha tingut un paper important. El valor religiós ha quedat molt erosionat, però és el preu que el cristianisme en particular ha pagat per la purificació dels seus molts excessos doctrinals com a conseqüència, principalment, de no haver tingut suficientment en compte l'evolució de les cultures. El punt àlgid d'aques-

ta erosió i de l'ateisme i agnosticisme religiosos en els científics i tècnics s'ha de situar en el tercer quart del present segle. A partir de llavors sorgeixen les primeres desvaloracions de la tècnica i de la ciència per part de la societat. No només Einstein i Heisenberg i altres estudiosos de la mecànica quàntica varen ser profundament religiosos, sinó que també la Primera Guerra Mundial va acabar amb el mesianisme tècnic, i la bomba d'Hiroshima desallotja els científics de la seva torre de marfil. No només el llibre de Rañada que menciones, sinó d'altres com *Can Scientists Believe?*, editat pel Premi Nobel C. Mott, o *Le savant et la foi*, editat per Delumeau, ofereixen testimonis profundament religiosos de grans científics, que eren impensables en els anys cinquanta.

Aquesta evolució em va pertorbar més tard, però no em va preocupar ni durant els anys de la Guerra Civil, que vaig passar al front, ni durant els anys següents quan vaig cursar la carrera de camins. En acabar-la (1943), per raons que aleshores en van semblar absolutament convincts, vaig sol·licitar entrar a la Companyia de Jesús i hi vaig ser admès. La meua dedicació a les matemàtiques va sorgir, lògicament, després d'un discerniment amb els meus coreligionaris jesuïtes. No prosseguiré, però per acabar vaig a

exposar quelcom que he viscut intensament al llarg dels molts anys que he dedicat exclusivament a la universitat.

El professor que fa apassionadament un curs universitari, ho vulgui o no, en sigui conscient o no, imparteix també una visió del cosmos i de la vida, i els alumnes, ho vulguin o no, ho sàpiguen o no, queden críticament colpits pel curs sigui cap a una acceptació o un rebuig de valors o pseudovalors humans, independentment dels continguts matemàtics o de la disciplina que s'ensenyi.

Personalment, per mi, després de viure un temps en una espècie d'esquizofrènia entre els valors religiosos i els matemàtics, aviat vaig arribar a la conclusió que convergien en un únic humanisme: alguns cops ho he resumit en una frase: «Del púlpit a la tarima no hi ha solució de continuïtat».

Díaz: Concloso aquesta entrevista, no ens queda més que agrair-te per totes les classes de matemàtiques i de vida que tantes persones hem rebut de tu i desitjar-te que continuïs gaudint durant molts anys aquesta pau i tranquil·litat que es respiren a casa teua, en el teu bell jardí, a Cerdanyola, prop de la Universitat i de tants llocs estimats per a tu.

Jesús Ildefonso Díaz Díaz
UCM

Articles

La revolució de János Bolyai*

L'any 2002 s'ha complert el 200 aniversari del naixement de János Bolyai (15 de desembre de 1802). Per aquest motiu es va organitzar una conferència internacional a Budapest sobre geometria hiperbòlica. Entre altres iniciatives es va encunyar una moneda de 3.000 forints amb gravats de dibuixos hiperbòlics, concretament la figura 10 de l'*Apèndix* i la signatura de Bolyai.

Pareu atenció a les paraules de Farkas a Gauss a la carta del 10 d'abril de 1816.

János Bolyai està considerat la figura més gran de la ciència hongaresa i se'l té pel Copèrnic de la geometria. En el seu treball de 26 pàgines publicat el 1831 i anomenat, generalment, *Apèndix*, ja que és un apèndix al volum I del *Tentamen*, la monumental monografia en dos volums del seu pare, Farkas Bolyai,

va fer una troballa revolucionària creant l'anomenada geometria no euclidiana. Amb aquest treball János Bolyai va trencar el monopoli de la geometria euclidiana i va obrir el camí per pensar sobre l'espai des d'un altre aspecte. A través dels seus descobriments en el pensament axiomàtic, Bolyai va estructurar considerable-

*Resum d'un article escrit en hongarès a *Természet Világa*, setembre 2002. Traducció: A. Reventós.

ment la història de les matemàtiques com un tot. Es pot afirmar que el desenvolupament de la matemàtica moderna en els segles XIX i XX pot ser atribuït, en gran manera, al descobriment de János Bolyai. No obstant això, la importància dels seus resultats no va ser reconeguda fins després de la seva mort i fins i tot llavors no sense resistència. Durant la seva vida, les seves brillants idees, que havien estat madurades a l'edat de vint-i-un anys, no van ser enteses. Les va presentar amb la bravesa revolucionària de la joventut, sense por a les crítiques de la classe científica dirigent. Naturalment, en aquesta actitud hi havia realment un grau d'ingenuïtat gran, perquè ell pensava que els grans descobriments, incloent-hi els seus, el portarien al reconeixement i la fama. Però qui sí va entendre les idees de Bolyai, Gauss, «el príncep de les matemàtiques», va ser injust amb János Bolyai quan va formar la seva opinió sobre l'*Apèndix* el 1832. Va dir, en la carta a Farkas Bolyai, que era incapaç d'alabar el treball de János perquè seria com alabar-se ell mateix, ja que els resultats de l'*Apèndix* i el camí que havia portat a aquests resultats coincidien quasi literalment

amb les seves pròpies meditacions de trenta o trenta-cinc anys enrere. Després de la mort de Gauss el 1885, el seu llegat va ser recopilat i no es va trobar cap prova escrita de l'afirmació anterior. A més, una conducta posterior de Gauss és també reprehensible. Quan va saber que el rus Lobatxevski havia descobert el mateix, en essència, que János Bolyai —va ser el primer membre electe estranger de la Real Societat de Göttingen el 1842— no va informar Lobatxevski que hi havia una altra persona que havia obtingut resultats similars.

S'ha dit moltes vegades que després del seu retir el 1833, János Bolyai va escriure poques coses, això sí, una de molt important sobre la fonamentació dels números complexos, i que la manca de reconeixement el va portar a un estat de depressió i que va renunciar, de fet, a la recerca creativa en matemàtiques. Va ser Elemér Kiss, professor a Marosvásárhely, qui va refutar aquesta opinió: havent consultat els manuscrits que Bolyai ens va deixar al llarg d'una dècada, va trobar-hi significants «gemmes» matemàtiques que es podien considerar completament noves en aquell moment.



Moneda hongaresa del 200 aniversari. Cortesia de Viktor Richter.

La vida de János Bolyai

Farkas Bolyai i el seu fill eren descendents d'una família hongaresa d'antic llinatge. L'origen de la família era Bolya, prop de Nagyszeben. Farkas va néixer allà. El castell fortificat de Bolya havia estat concedit a la família a principis del segle XIV. Els membres de la família van ser valents soldats, però durant la primera meitat del segle XVII un d'ells, un altre János Bolyai, va perdre el castell mentre era captiu a Turquia. Es van anar empobrint més i més i Gáspár Bolyai, pare de Farkas, va heretar tan sols una petita propietat prop de Bolya, la qual pertanyia en aquells temps al comtat Nagy-Küküllő. A aquesta propietat es va afegir un minifundi pròxim a Domáld, herència de Krisztina Pávaia Vajna, esposa de Gáspár Bolyai.

Farkas Bolyai va ser un rellevant matemàtic de la seva època però era també expert en diversos camps. Va ser nomenat professor per explicar matemàtiques, física i química i va mantenir el càrrec fins a la seva jubilació el 1851. A més, estava interessat en la construcció d'estufes per estalviar energia, horticultura, silvicultura i dramaturgia. També era inventor. El *Tentamen*, publicat el 1832–1833, és el seu treball més important. La seva recerca matemàtica girava al voltant de la demostració del cinquè postulat d'Euclides.

Farkas va passar els anys 1786–1789 a la Universitat de Göttingen, estudiant matemàtiques, i allà va conèixer Gauss. Va néixer una amistat entre aquests dos joves que va durar tota la vida. Personalment, no es van retrobar gaire sovint però van estar en contacte per correspondència.

Després que Farkas tornés a Transsilvània, en aquell temps un gran ducat hongarès governat pels Habsburg, va esdevenir professor a la ciutat de Kolozsvár. Es va casar amb Zsuzsanna Árkosi Benkó i la parella es va traslladar a Domáld.

János Bolyai va néixer el 15 de desembre de 1802 a Kolozsvár, on s'havien traslladat els seus pares perquè allà hi haurien millors condicions per al naixement del nen. La casa on János va néixer pertanyia a la família de la seva mare. Encara hi ha una placa commemorativa. Al cap de dos anys la família es va traslladar a

Marosvásárhely, quan Farkas Bolyai va ser contractat com a professor en el College d'allà.

A partir de la recerca de János Bolyai, el seu fill, hem après que el cinquè postulat no es pot demostrar a partir dels altres postulats d'Euclides. Però després de tot, el treball rellevant de Farkas va ser conegut a tot el món com a conseqüència de les formulacions equivalents d'aquest postulat.

El geni de János Bolyai es va manifestar ja durant la seva infantesa. Quan tenia sis anys va aprendre a llegir pràcticament sol. Un any després va aprendre alemany i a tocar el violí. Tenia nou anys quan el seu pare li va començar a explicar matemàtiques; als catorze anys tenia una bona formació en matemàtica superior i treballava amb càlcul diferencial i integral fàcilment i hàbilment. Això està explicat en la carta del seu pare del 16 d'abril de 1816 a Gauss. En aquesta edat va progressar en l'estudi del violí; havia ja tocat difícils peces de concert. Als dotze anys es va convertir en estudiant del College. Va ometre els tres primers graus i es va matricular a quart. Això correspon al vuitè grau de l'escola elemental d'avui dia.¹ Va aprovar l'examen final el juny de 1817.

El problema de la posterior educació de János va aparèixer ben aviat. A Transsilvània, en aquell temps, no hi havia universitats i a la Universitat de Budapest i a la Universitat de Viena no hi havia professors de matemàtiques de prou nivell, dels quals el jove geni hagués pogut aprendre. Es va fer evident que calia enviar János amb Gauss a Göttingen. No sabem si s'havia plantejat una solució semblant a la de Farkas Bolyai, concretament, contractar-se com a tutor del fill d'una família benestant per cobrir les despeses necessàries dels estudis.² En aquella època, molts dels estudiants a universitats alemanyes portaven una vida dissoluta. Farkas sabia bé això i potser per aquest motiu buscava resoldre la posterior educació de János a Göttingen enviant-lo a casa de Gauss. Amb més raó ja que János tenia només quinze anys el 1817 i Farkas en tenia vint-i-un quan va anar a Göttingen el 1796. Pensant que els propers estudis del seu fill començarien el 1817 a Göttingen, Farkas va escriure una carta a Gauss el 10 d'abril de 1816 on li demanava que acceptés

¹A Hongria. (N. del t.)

²Era costum que els bons estudiants que necessitaven diners fessin de tutors d'altres estudiants de famílies benestants.

el seu fill a casa seva durant tres anys, i que li tornaria els diners de les despeses. Però després d'aquesta petició ho va destruir tot quan li demana a Gauss que contesti sincerament les següents qüestions: «1. No tens pas una filla que pugui esdevenir (recíprocament) perillosa en aquesta època...? 2. Estàs sa i no ets pobre? Estàs satisfet i no ets reganyaire? I, principalment, és la teva dona excepcional entre totes les dones? No és ella més variable que un penell. És imprevisible com el canvi d'un baròmetre?...» Gauss no va contestar aquesta carta.

Després d'això la possibilitat d'estudiar a l'Acadèmia de Viena d'Enginyers Militars va augmentar. Durant el seu viatge a Göttingen Farkas va visitar l'Acadèmia i se'n va enamorar. Quasi s'hi queda! Així, va poder recomanar-la al seu fill amb tot el seu cor. No obstant això, no va poder reunir els diners immediatament i, per tant, va inscriure János a la Facultat d'Arts en el College de Marosvásárhely el 1817. Posteriorment, els diners per a l'educació a Viena van ser proveïts entre d'altres pel tresorer del College, comte Miklós Kemény (1791–1829), que vivia a Kolozsvár, així que un cop superat l'examen d'entrada el 1818, es va permetre a János que comencés els seus estudis de vuit anys a la Imperial i Reial Acadèmia d'Enginyers Militars. Es podia començar en el quart curs o en un d'inferior. János va ser matriculat al quart curs, de manera que es van preveure quatre anys d'estudi. Malgrat que la totalitat de les despeses de l'educació estaven cobertes, com hem dit, pel comte Miklós Kemény i d'altres, hi havia despeses extres (per exemple, per muntar a cavall), de manera que la contribució econòmica del seu pare també era necessària. Això no era una tasca fàcil, ja que la situació econòmica a Transsilvània també va començar a deteriorar-se a causa de les guerres amb França, que duraven des de 1792. El 1817 la moneda es va devaluar fins a dos cinquens. Sabem que el salari anual de Farkas era de 200 Ft renans³ de plata el 1820; no obstant això, aquesta quantitat no arribava a temps i, a vegades, no arribava completa. El cost anual de l'educació de János era aproximadament de 900 Ft. D'aquesta quantitat 130 Ft s'havien de pagar en plata. El primer fardell

de coses necessàries per a un estudiant costava quasi 220 Ft.

János era un estudiant eminent, considerat el primer d'entre tots els estudiants pels seus professors, però els seus companys de curs el posaven en segon ordre i també estava en aquesta posició a la suma dels rànquings. La raó més important per la qual no era considerat el primer eren els fluixos treballs de dibuix: János s'avorria amb el dibuix. Durant els anys a l'Acadèmia d'Enginyers Militars, des de 1820, havia estat dedicat intensivament a la investigació de les paral·leles. Volia demostrar el cinquè postulat que el seu pare havia tractat de resoldre durant molt temps. Farkas, també, prevenia al seu fill de fer això, a la carta del 4 d'abril de 1820: «Per l'amor de Deu! Deixa les paral·leles tranquil·les, abjura d'elles com d'una xerrada indecent, et prendran (com a mi) el teu temps, la salut, la tranquil·litat i la felicitat de la teva vida. Aquesta foscor sense fons pot devorar un miler d'altres torres de Newton⁴ i mai més tornarà a brillar a la terra...»

János Bolyai va acabar els seus estudis a l'Acadèmia d'Enginyers Militars el 1822, però va continuar allà per prosseguir estudis un any més, ja que va ser un dels dos millors estudiants.

Llavors, al principi de setembre de 1823, va ser nomenant subloctinent, i va ser assignat a la direcció de fortificacions de Temesvár. Des d'aquí va escriure al seu pare la carta del 3 de novembre de 1823, que va esdevenir extensament coneguda a tot el món: «Apreciat pare! Tinc moltes coses per escriure-us sobre els meus nous descobriments però, de moment, no puc sinó evitar-ne la discussió en profunditat aquí i us els escriuré en unes quartilles... Estic determinat a publicar un treball sobre les paral·leles tan aviat com l'hagi arreglat i preparat i hi hagi l'oportunitat de fer-ho; de moment encara no està descobert però el camí que he seguit promet aconseguir la meva meta si d'alguna manera és possible; encara no està llest però he descobert coses tan superbes que jo mateix estic atònit, i significaria una vergonya eterna deixar-ho perdre per sempre; si vostè, apreciat pare, les veu, les reconeixerà; ara no puc dir més: del no-res he creat un món nou i diferent;

³Forint, moneda hongaresa (N. del t.).

⁴Les paraules precises de Farkas Bolyai en anglès serien: *tall towers of Newton*, en el sentit de comparar científics amb torres, més altes com més gran és el científic.

totes les altres coses que us he enviat són com un castell de cartes comparat amb una torre».

Com és ben conegut avui dia, aquest «món nou i diferent» és el màgic món de la geometria absoluta i hiperbòlica. Al començament de 1825 János va visitar la seva família a Marosvásárhely. Va tenir un gran èxit allà. La societat aristocràtica estava fascinada per la seva elegància, personalitat i domini del violí. El seu pare es delitava amb tot això i amb el geni matemàtic del seu fill. A la seva carta del 27 de febrer de 1825 a Pál Bodor escriu que János és un tipus guapo de naturalesa gran i forta. A més, János era un excel·lent espadatxí, va esdevenir famós per aquesta habilitat durant els anys acadèmics. Un cop, durant la seva estada a Arad, tretze oficials de cavalleria el varen reptar a duel. Va acceptar el repte amb la condició que entre dues parelles de duels ell pogués tocar el violí i va vèncer en tots tretze casos. Si aquesta història és certa i en els duels es van usar espases de cavalleria, que se sap que són molt pesades —els reptadors eren oficials de cavalleria—, podem concloure que János era un jove de gran força física.

El destí va voler que quan va ser transferit a Arad el 1826 el seu superior fos Johann Wolter von Eckwehr, que havia estat el seu professor de matemàtiques a l'Acadèmia d'Enginyers Militars. János s'havia escrit amb von Eckwehr anteriorment. Aquell any havia enviat al seu primer professor, el seu manuscrit en alemany, en el què recollia les seves investigacions sobre geometria no euclidiana. Lamentablement, aquest manuscrit es va perdre.

El 1831 János va ser traslladat a Lemberg, i el 1832 Olmütz va ser la darrera estació de la seva carrera militar. De camí a Lemberg va visitar el seu pare a Marosvásárhely.

A Arad János, va tenir febres recurrents. Presumiblement, va agafar la malària, ja que hi havia terrenys pantanosos al voltant de la ciutat. Més tard va patir també el còlera; la seva salut es va deteriorar significativament. Això es va agreujar pel fet que en el seu viatge de Lemberg a Olmütz el seu carruatge va fer un tomb i ell va patir una seriosa ferida en el cap. Havia descuidat el seu treball, ja que estava, òbviament, desinteressat en les qüestions rutinàries que havia de fer. De fet, sempre mirava de tenir temps per a la solució de problemes matemàtics. Va tractar de sol·licitar un permís

de tres anys per a la seva recerca matemàtica. El 1832 la seva sol·licitud va ser presentada a l'arxiduc János, director general de l'Acadèmia d'Enginyers Militars, que la va rebutjar. Finalment, el 1833 va ser llicenciat amb una pensió com a capità de segona classe. Sobre aquesta pensió hi va exercir un paper el fet que en el seu viatge de Lemberg a Olmütz va tenir una discussió amb oficials duaners a la frontera perquè no va voler obrir el seu bagul i aquests van informar en contra d'ell a les autoritats.

Retornant a l'any 1831, l'esdeveniment més important va ser la publicació de l'*Apèndix* en llatí com a addenda al vol. I del *Tentamen*, escrit també en llatí, que juntament amb l'*Apèndix* de János, va ser publicat el 1832. El volum II es va publicar el 1833. És un fet important que la data d'impressió del *Tentamen* és el 12 d'octubre de 1829.

Farkas Bolyai va enviar a Gauss una còpia de l'*Apèndix*, publicat com a addenda, quasi immediatament, el 20 de juny de 1831, demanant-li la seva opinió. La resposta de Gauss del 6 de març de 1832 és àmpliament coneguda. En una de les parts més devastadores d'aquesta resposta diu: «Ara deixa'm dir una cosa sobre el treball del teu fill. Si començo dient que no el puc alabar, restaràs parat per un moment. No obstant això, no puc fer una altra cosa: si l'alabés, m'alabaria a mi mateix ja que el total contingut del treball, el camí que segueix el teu fill i els resultats a què ha arribat coincideixen quasi completament amb les meves reflexions de fa trenta o trenta-cinc anys». Continua: ell, també, s'ha proposat escriure un treball rellevant però no ha volgut publicar res d'això durant la seva vida. En altres cartes de Gauss, indica una data anterior en la qual ell hauria estat interessat en la geometria no euclidiana. Però en la seva carta a Gerling reconeix que les seves idees de 1798 estaven lluny de la maduresa trobada en el treball, de János Bolyai. Gauss també va pronunciar paraules elogioses sobre János Bolyai i el seu treball però la pena causada per les fetades de la carta citada anteriorment no van poder ser mitigades pel jove Tità.

János Bolyai va anar amb el seu pare a Marosvásárhely el 1833 però al cap d'un any va anar a Domáld, on va viure fins al 1846. Des de 1834 cohabitava amb Rozália Kibédi Orbán, que procedia de bona família. El casament legal estava fora de les seves possibilitats, ja que

eren incapaços de dipositar els «diners de cautela,⁵» ja que János era un funcionari. Tenien dos nens: Dénes (1837–1913) i Amália (1840–1893). Amália no va tenir fills però Dénes en va tenir diversos fruit dels seus tres matrimonis. Un dels seus descendents, János Bolyai, besnét del nostre János Bolyai, encara viu avui dia a Edelény.

L'any 1837 va portar un important esdeveniment a la vida dels dos Bolyai. La Societat Científica Jablonowski de Leipzig va anunciar una competició per a la fonamentació de la teoria dels nombres imaginaris (el text original de la competició era bastant llarg i ens sembla estrany a nosaltres avui dia). Els Bolyai van tenir notícies d'aquesta competició no massa abans del seu termini, el novembre de 1837, però els dos van presentar un assaig a la dita Societat. A part d'ells també hi va prendre part Ferenc Kerekes, professor del College de Debrecen (1784–1850). Els Bolyai no varen guanyar, però a Kerekes se li va concedir la meitat del premi. Aquest treball de János Bolyai, conegut per *Responso*, està basat en principis similars als de Hamilton que va establir la teoria dels nombres complexos. Malgrat que János Bolyai hi va sotmetre el seu assaig el 1837, la teoria pròpiament dita ja havia estat elaborada el 1831, abans que Hamilton sotmetés el seu article a l'Acadèmia de Dublín.

János Bolyai té altres resultats nous de matemàtiques que han estat discutits en un llibre recentment publicat d'Elemér Kiss.

El 1846 János Bolyai es trasllada a Marosvásárhely amb la seva família, ja que el seu pare estava descontent amb la manera en què János administrava la propietat de Domáld i la va arrendar.

L'any 1848 va donar una sorpresa a János. Va tenir a les seves mans el treball de Lobachevski, publicat en alemany el 1840, el contingut del qual coincidia amb el de l'*Apèndix*, en molts detalls. Primerament, va sospitar que l'hi havien robat, però posteriorment va fer comentaris detallats sobre aquest treball.

Durant el moviment d'alliberació de 1849, aprofitant l'oportunitat que no es demanaven els diners de cautela, es va casar amb Rozália Orbán. Però això va ser invalidat després.

El 1852 János Bolyai es va separar de la seva família; va deixar la casa a la seva dona i va donar una considerable quantitat de diners per al manteniment dels fills. No obstant això, va continuar cuidant-los. Va caure malalt i va ser cuidat per l'assistenta Júlia Szóts.

El 1857, amb el seu germanastre Gergely, que regentava la propietat de Bolya, van vendre Domáld per 1.600 Ft.

El 26 de gener de 1860 Júlia Szóts va escriure una carta a Gergely, demanant-li que hi anés urgentment ja que en János estava malament. Un cop signada la carta, va mirar al seu amo i va continuar-la així: «Mentre jo escric aquesta carta, ha mort, així que no hi ha res a dir: el Sr. capità se n'ha anat».

A part de l'obligada escorta militar hi havia tres civils presents en el funeral i després dels registres formals a la capella calvinista es van afegir les notes següents: «Va ser un famós matemàtic de gran intel·ligència. Va ser el primer entre els primers. És una pena que el seu talent fos desaprofitat.»

No obstant això, en aquella època, gent fins i tot més competent que l'anterior registrador era incapaç de valorar la grandiositat de la personalitat i del treball de János Bolyai.

No ens ha arribat cap retrat de János Bolyai. N'hi havia un on apareixia amb uniforme però una vegada Bolyai, enrabiad, el va tallar a trossets amb la seva espasa. Recentment, s'accepta més i més l'opinió segons la qual un dels relleus de dalt de la façana del Palau de Cultura de Marosvásárhely el representa a ell. En cinc dels sis relleus que hi ha, s'identifica la persona que representa realment i el nom de tots cinc s'hi pot llegir. A sota del sisè es pot veure el nom de János Bolyai i és just al costat del de Farkas Bolyai. Encara hi ha més proves d'això, concretament el testimoni d'aquells que van conèixer János Bolyai personalment quan es construïa el Palau i, a més, la gran semblança que existeix entre aquest relleu i el retrat de György Klapka. És sabut que János Bolyai s'assemblava a György Klapka, general de l'armada revolucionària hongaresa de 1848 a 1849. Basant-se en aquest relleu Kinga Szécheyi ha fet la placa commemorativa (fotografia pàg. 19 adjunta) de l'aniversari 2002.

⁵Una mena de fiança que imposava l'exèrcit als seus oficials per tal d'evitar posteriors pagaments de possibles deutes contrets per aquests. Era una quantitat important de diners.

La revolució de János Bolyai

Fa vint anys va aparèixer publicat l'article del prestigiós matemàtic de Princeton John Milnor, *Hyperbolic geometry: the first 150 years*. Diu en aquest article que la geometria no euclidiana havia estat en un estat d'incertesa durant els primers quaranta anys. Més tard, va integrar les branques més establertes de les matemàtiques des de la teoria de Gauss sobre superfícies corbades fins a la de Riemann sobre varietats corbades de dimensió superior. Malgrat ser cert el que Milnor diu, la realitat és més complicada que tot això.

La teoria de la curvatura i geometria de superfícies no va anar més enllà de les matemàtiques, al menys, no essencialment. La interpretació de la curvatura de superfícies i l'estudi de les seves propietats es poden situar dins el sistema existent de matemàtiques. No obstant això, l'estudi de la curvatura i geometria en el cas de les varietats corbades de Riemann és diferent. En aquesta teoria apareix una aproximació general a la geometria, però un quart de centúria després dels descobriments de Bolyai i Lobatxevski. Riemann va presentar la seva teoria en el seu article d'habilitació el 1854. Per aquells temps començava a ser obvi el que no ho era a l'època de la publicació dels articles de Bolyai i Lobatxevski, per exemple, que la geometria i la realitat poden ser diferents. La geometria es pot concebre com una classe de teories abstractes, sense renunciar a intentar aplicar-les, perquè les seves estructures es poden interpretar arbitràriament i poden ser estudiades com ho són les funcions o altres objectes matemàtics. Per cert, l'article va ser publicat després de la mort de Riemann en 1868.

Abans del descobriment de la geometria no euclidiana, se suposava que la ciència de la geometria descrivia el món real que ens envolta. La geometria era una mena de ciència de la natura. El punt, la línia recta i el pla eren el que la nostra imaginació ens imposava fortament. Hauríem de recordar que els axiomes d'Euclides van néixer només per la necessitat d'ordre en el nostre pensament. Varen ser formulats perquè poguéssim trobar el camí en mig del caos de conceptes i afirmacions i clarificar el que és evident i el que ha de ser provat. Les afirmacions òbvies i els axiomes haurien de ser com menys millor. Afirmacions que es poden deduir d'altres no s'han de considerar axiomes.

Abans del descobriment de János Bolyai els matemàtics esperaven l'arribada d'un geni que provés brillantment el cinquè postulat, a partir dels altres axiomes. Els predecessors immediats, Saccheri i Lambert, suposaven que aquest postulat era fals amb la idea d'arribar a contradicció com a prova indirecta, ja que el món és euclidià. Ells no ho deien així però pensaven així. Des del més gran filòsof de l'època, Immanuel Kant fins a l'home del carrer aquesta era la convicció. Avui, se sap que l'ensenyament de la teoria de la relativitat és diferent i que hi ha proves experimentals d'això, però aquest fet, a més, és conegut només pels més erudits. Les nostres vides i activitats de cada dia estan basades en la geometria euclidiana. Quan un nen dibuixa rectes a la seva llibreta, quan un geòmetra mesura la terra, no necessita preocupar-se de si es poden dibuixar més paral·leles a una recta donada per un punt exterior. Bolyai va portar la geometria al món de les teories abstractes. Va demostrar que, lògicament, més d'una geometria era possible. Com va dir a la carta de 3 de novembre de 1823, enviada des de Temesvár al seu pare: «Del no-res he creat un món diferent» —un món abstracte, per descomptat.

Però si el món segueix la geometria euclidiana, quina és la utilitat de tot això? Gauss no va gosar publicar els seus resultats referents a geometria no euclidiana, que eren resultats parcials en comparació als de Bolyai; no va gosar publicar-los per por que el prenguessin per boig. Per contra, Bolyai era un revolucionari; va tenir el coratge de les seves conviccions. Però, per ser objectius, hem de mencionar que Bolyai estava convençut que seria entès i rebria el merescut reconeixement, basat en el seu treball.

Després de la carta de novembre de 1823, Bolyai va escriure els seus resultats en alemany i va donar l'article a Johann Wolter von Eckwehr, que havia estat un cop professor seu a Viena i supervisor a Arad el 1826. El seu pare el va animar a escriure el seu article en llatí també, el qual va ser publicat com a apèndix del *Tentamen*, la monumental obra en dos volums de Farkas Bolyai. El títol complet de l'apèndix és aquest: *Appendix, Scientiam Spatii absolute veram exhibendis; a veritate aut falsitate axiomatis XI. Euclidei (a priori haud unquam decidenda) independentem; adjecta ad casum falsitatis quadratura circuli geometrica*. És a dir:

«Apèndix, l'absolutament certa ciència de l'espai exhibida; independentment que l'axioma XI d'Euclides sigui cert o fals (que no es pot mai decidir *a priori*); en el cas en què és fals es dona la quadratura geomètrica del cercle».

János Bolyai no va intentar publicar el seu treball a cap de les revistes importants de matemàtiques de l'època. L'hagués pogut publicar gràcies a les connexions del seu pare i a l'ajuda de Gauss, però aquest pensament no va aparèixer, potser, afortunadament per a János, perquè, com és sabut, Gauss va escriure una carta a Farkas sobre l'*Apèndix*, que li havia estat enviat el 1831, que va fer deprimir János. Malgrat que Gauss tenia bona opinió sobre els resultats de l'*Apèndix*, també va dir que ell ja havia arribat als mateixos resultats. Ja hem citat algunes parts d'aquesta carta.

L'apèndix es va publicar en hongarès i altres llengües diverses vegades. Va ser traduït a l'anglès per George Bruce Halsted, de Texas, el 1891 i va ser publicat, juntament amb el prefaci del traductor, a la traducció anglesa del llibre de Bonola (1911), escrit originalment en italià. Excloent les pàgines del títol, l'*Apèndix* és un treball de 24 pàgines. Sobre això el professor Halsted diu en el seu prefaci: «Són les més extraordinàries dues dotzenes de pàgines a la història del pensament.» Bé, a part de les nostres alabances a János Bolyai, deixeu-nos familiaritzar amb alguns dels resultats característics del seu treball.

Com s'ha mencionat, Bolyai pensava encara dintre del sistema d'axiomes d'Euclides; el sistema axiomàtic més complet de Hilbert es va publicar el 1899. No obstant això, pel que fa a la seva deducció a l'*Apèndix* i a la seva metodologia en general, Bolyai va utilitzar els grans invents dels segles anteriors, el primer i més important la geometria analítica de Descartes, així com també el càlcul diferencial i integral de Newton i Leibnitz. En certa manera, el primer invent citat va significar un nou i més alt nivell d'exactitud, no només una solució de problemes geomètrics mitjançant l'àlgebra.

El cinquè postulat d'Euclides es pot enunciar així: «donada una recta l i un punt P del pla que no és a la recta l , existeix exactament una recta que passa per P i és paral·lela a l ». Aquesta equivalència amb la formulació d'Euclides del cinquè postulat, és deguda a Playfair (1748–1819).

Bolyai, primerament, rebutja el cinquè postulat (que portava el nom d'axioma XI) i defineix paral·lisme. Considerem una recta l i un punt P fora de l . Si, començant amb P , dibuixem una semirecta que interseca l en una direcció, movem la intersecció cap a l'infinit, hi haurà una posició límit a partir de la qual la semirecta no tallarà més la recta l . Podem fer el mateix en l'altra direcció. Si continuem cadascuna de les dues semirectes en la direcció oposada, obtenim dues rectes paral·leles a l . Si són diferents hi ha una infinitat de rectes entre aquestes que també són paral·leles a l però tenen diferents propietats. La geometria que correspon a aquest cas es diu hiperbòlica.

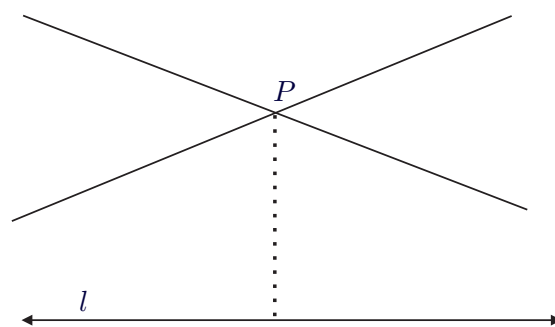


FIGURA 1. Rectes paral·leles

Remarquem ara que les rectes de Bolyai no són rectes en el sentit de cada dia, malgrat que les visualitzem com si ho fossin a la figura 1. Les rectes a la geometria de Bolyai-Lobatchevski poden ser semicercles o altres objectes geomètrics.

Bolyai va desenvolupar la geometria absoluta, que és independent del cinquè postulat. El teorema anterior pertany a la geometria absoluta plana. Si un punt P està a distància d d'una recta l i α és l'angle entre la recta per P orthogonal a l i la recta paral·lela a l en posició límit, llavors la fórmula de Bolyai diu:

$$\cot \frac{\alpha}{2} = e^{\frac{d}{k}}.$$

Aquí k és una constant universal, independent de l'elecció de l i P . Bolyai va desenvolupar la trigonometria hiperbòlica i la va aplicar a calcular àrea i volum. Per exemple, la longitud de la circumferència d'un cercle de radi r en geometria hiperbòlica ve donada per

$$\pi k \left(e^{\frac{r}{k}} - e^{-\frac{r}{k}} \right) = 2\pi k \sinh \frac{r}{k},$$

on k és la ja coneguda constant universal. En treballs matemàtics posteriors aquesta constant s'identifica amb el recíproc de la curvatura de l'espai. Si $k \rightarrow \infty$, obtenim com a valor límit $2\pi r$, que és la ben coneguda fórmula de la longitud de la circumferència en geometria euclidiana.

Un del teoremes més bonics de Bolyai és el següent: «els sinus dels angles d'un triangle estan en la mateixa proporció entre si que les longituds de les circumferències de radi igual als costats oposats als angles». Si anomenem els angles A, B i C i anomenem a, b i c els costats oposats i $\odot r^6$ la longitud de la circumferència de radi r , el teorema de Bolyai es pot enunciar dient:

$$\odot a : \odot b : \odot c = \sin A : \sin B : \sin C.$$

En geometria euclidiana

$$\odot r = 2\pi r,$$

i, per tant, l'anterior fórmula esdevé

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C.$$

D'altra banda, en geometria hiperbòlica tenim

$$\odot r = 2\pi k \sinh \frac{r}{k},$$

a partir de la qual obtenim

$$\sinh \frac{a}{k} : \sinh \frac{b}{k} : \sinh \frac{c}{k} = \sin A : \sin B : \sin C.$$

Ara, considerem dues rectes paral·leles a i b i prenem un punt de cadascuna: A i B . Abans hem mencionat que les rectes tenen direccions també, designem-les amb M , i N (vegeu figura 2). Suposem que l'angle $\angle MAB$ és igual a l'angle $\angle NBA$. Llavors els punts A, B es diuen *isogonals corresponents* o, breument, *punts corresponents*, (el terme és degut a Gauss), i aquest fet s'expressa amb la relació $A \simeq B^6$. Aquesta relació és independent del cinquè postulat, pertany al reialme de la geometria absoluta, i té les propietats reflexiva, simètrica i transitiva: $A \simeq A^6$; si $A \simeq B$, llavors $B \simeq A$; si $A \simeq B$ i $B \simeq C$, llavors $A \simeq C$. Si una relació té les anteriors propietats, es diu *relació d'equivalència*. És ben conegut que qualsevol relació d'equivalència en un conjunt dóna lloc a una subdivisió del conjunt en subconjunts disjunts. Es diuen *classes d'equivalència*.

⁶Notació de Bolyai. (N. del t.)

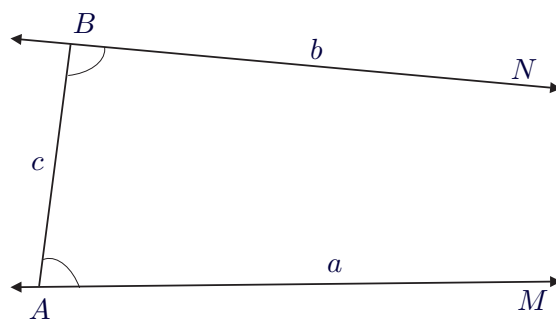


FIGURA 2. Punts corresponents.

Ara, cada classe d'equivalència, obtinguda a partir de la relació de correspondència, és un subconjunt del pla en el qual —com va demostrar Bolyai— la geometria euclidiana és vàlida. Es diuen *horocicles*.

Anàlogament es defineix *horosfera*. En una horosfera també, la geometria euclidiana és vàlida. L'horocicle i l'horosfera es poden considerar, respectivament, com un cercle i una esfera de radi infinit.

Si els angles d'un triangle són α, β, γ , llavors en geometria euclidiana $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, en geometria hiperbòlica, en canvi $\alpha + \beta + \gamma < \pi$. La diferència $\pi - (\alpha + \beta + \gamma)$ es diu *defecte del triangle*. Bolyai va demostrar que l'àrea Δ del triangle és igual a la quantitat:

$$\Delta = k^2(\pi - (\alpha + \beta + \gamma)),$$

on k és la constant universal. Aquesta fórmula era coneguda per Lambert, però Bolyai va donar-ne una prova exacta.

Un darrer teorema interessant de Bolyai és el següent: per als catets a i b i la hipotenusa c d'un triangle rectangle (angle entre dues rectes vol dir l'angle en el punt on es tallen) tenim la fórmula

$$\cosh \frac{c}{k} = \cosh \frac{a}{k} \cosh \frac{b}{k}.$$

Si $k \rightarrow \infty$ obtenim com cas límit $c^2 = a^2 + b^2$, que és el teorema de Pitàgores.

Farkas Bolyai, algunes poques pàgines del *Tentamen*, va fer alguns comentaris de l'*Apèndix*. Entre d'altres, va donar una demostració més detallada de l'anterior pas al límit.

Finalment, hauríem de mencionar que, a l'*Apèndix*, Bolyai també s'interessa per construccions en geometria hiperbòlica.

Uns altres estudis matemàtics de János Bolyai són estudiats en profunditat pels autors següents: Pál Stäckel (1914), Lajos Dávid (1979), János Bolyai (Ferenc Kárteszi ed., 1977), Tibor Weszely (1981) i Elemér Kiss (1999). L'impacte de Bolyai sobre el desenvolupament de la geometria es tracta a l'article d'Ottó Varga (1953). L'anteriorment citat article de Milnor (1982) és la darrera recopilació de resultats de geometria hiperbòlica. La publicació comentada d'escrits no matemàtics de János Bolyai està començada i en progrés.

L'altre gran descobridor de la geometria hiperbòlica va ser el rus Lobatxevski (1793–1856). La diferència entre el treball de Bolyai i el de Lobatxevski es podria resumir així: mentre que Bolyai elabora la geometria absoluta, també, Lobatxevski proporciona una formulació més detallada de la trigonometria hiperbòlica. No hi ha motiu per a un debat sobre la prioritat. Perquè veiem alguna cosa en aquesta direcció, podem mencionar el següent.

La primera publicació de Lobatxevski sobre geometria no euclidiana es va publicar en rus a *Kazan Messenger* el 1829–1830. L'*Apèndix* de Bolyai es va publicar com a addenda el 1831, però l'any d'edició de tot el *Tentamen* és 1829. Se sap que Bolyai va elaborar la seva geometria a grans trets el 1823 i el text complet en alemany estava llest el 1826. Com que aquest darrer es va perdre i el primer és tan sols un report del descobriment en una carta, no hi ha documents escrits del descobriment de Bolyai anteriors a l'*Apèndix*. D'altra banda, es pot dir que Lobatxevski va impartir una conferència sobre aquest tema rellevant a la Universitat de Kazan el 1826, però si escrutem el títol, podem veure que el conferenciant intenta en aquell moment demostrar el cinquè postulat (Elemér Kiss, 1999).

Segons alguns autors, la geometria de Bolyai i Lobatxevski és la crítica a la concepció kantiana de l'espai; segons altres és una refutació d'això. La seva argumentació va així: «si en la nostra ment hi ha espai per a la geometria euclidiana i hiperbòlica, no és possible que el nostre concepte d'espai sigui un concepte *a priori* en nosaltres, independent de les nostres experiències amb els objectes».

Indubtablement, l'absolutització de la geometria euclidiana en la filosofia kantiana s'ha demostrat que és un camí sense sortida no tant

com a conseqüència de la geometria de Bolyai i Lobatxevski com pels resultats de la física del segle XX. No obstant això, la noció de Kant que l'espai és euclidià es pot separar de les altres nocions referents a l'espai, les quals són més subtils i diferents de la que es pot llegir a l'abans esmentada opinió contrària. Kant no ignorava que es podrien formular també altres teories matemàtiques de l'espai.

Encara a l'època de Gauss, Bolyai i Lobatxevski, la filosofia kantiana es considerava un suport definitiu de la geometria euclidiana. Al contrari que Gauss, que tenia por de publicar els seus resultats pels atacs dels beocis, que eren considerats pels atenencs gent estúpida i que es dedicava al plaer Bolyai i Lobatxevski no van tenir por de fer-ho: els dos eren revolucionaris. Ells van donar a conèixer les seves conviccions científiques al món amb coratge.

Referències

- [1] BENKÓ, S. *The confessions of János Bolyai*. Bucarest: Literary Publisher, 1968. Segona edició, Bucarest: Kriterion Publisher, 1972.
- [2] BENKÓ, S. *Father and son (Bolyai studies)*. Budapest: Magvetó Publisher, 1978. [En hongarès].
- [3] BOLYAI, F. *Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae, elementaris sublimioris, metodo intuitiva, evidentiaque huic propria, introducendi*. Cum Appendice triplici I, II, Maros Vásárhely, 1832–1833.
- [4] BOLYAI, J. *Appendix, Scientiam Spatii absolute veram exhibendis; a veritate aut falsitate axiomatis XI. Euclidei (a priori haud unquam decidenda) independentem; adjecta ad casum falsitatis quadratura circuli geometrica*. Cum Appendice triplici I, II, Maros Vásárhely, 1931.
- [5] BOLYAI, J. *Bolyai letters*. Bucarest: Kriterion Publisher, 1975 [Selecció, introducció i notes escrites per S. Benkó. En hongarès].
- [6] BOLYAI, J. *Appendix, The Theory of Space*. (F. Kárteszi, ed.) Amsterdam: North Holland, 1987.
- [7] BONOLA, R. *Non-Euclidean Geometry*. Nova York: Dover, 1911.
- [8] DÁVID, L. *The lifes and works of the Bolyais*. Budapest: Gondolat Publisher,

1979. [Segona edició ampliada. En hongarès].
- [9] KISS, E. *Mathematical gems from Bolyai chests*. Budapest: Academic Publ. i Typotex Publ., 1999.
- [10] LOBATXEVSKI, N. I. *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*. Berlín, 1840.
- [11] MILNOR, J. «Hyperbolic geometry: The first 150 years.» *Bull. Amer. Math. Soc.* (New Series), 6, p. 9-24, 1982.
- [12] STÄCKEL, P. *Wolfgang und Johann Bolyais geometrische Untersuchungen, I-II*. Leipzig-Berlín, 1913.
- [13] VARGA, O. *The impact of the Bolyai-Lobachevski geometry on the development of geometry*. Dept. Math-Phys. of the HAS, 3, p. 151-171, 1953. [En hongarès].
- [14] WESZELY, T. *The mathematical works of János Bolyai*. Bucarest: Kriterion Publisher, 1981.

András Prékopa
Membre de l'Acadèmia Hongaresa de Ciències

Premis i concursos

Medalles Fields

El proppassat 20 d'agost, en el decurs del Congrés Internacional de Matemàtiques celebrat a Beijin, els matemàtics Laurent Lafforgue i Vladimir Voevodsky varen rebre de mans del president de la Xina, Jiang Zemin, la Medalla Fields. El premi es coneix per Premi Nobel de Matemàtiques.

Lafforgue va ser reconegut per la seva prova de *la correspondència de Langlands per GL_r sobre cossos de funcions*. En el volum de gener de 2003 la revista *Inventiones Mathematicae* dedica 241 pàgines al camp de recerca de Lafforgue.

Voevodsky va ser reconegut per desenvolupar *teories de cohomologia sobre varietats algebraïques*.

A la mateixa sessió es va concedir el Premi Nevanlinna a Madhu Sudan.

Laurent Lafforgue

Laurent Lafforgue, nascut el 6 de novembre de 1966, a Antony dans les Hauts-de-Seine (França), ha treballat en el programa de Langlands des de la seva tesi, finalitzada l'any 1994 i dirigida per Gérard Laumon. Actualment, és investigador a l'Institut d'Alts Estudis Científics (IHES) de París. Abans de rebre la Medalla Fields, Lafforgue havia rebut el premi de recerca Clay de l'any 2000.

El programa de Langlands és compost d'un seguit de conjectures que van ser formulades per Robert Langlands l'any 1967 en una carta adreçada a André Weil. En aquest escrit, Langlands proposava l'existència d'una sèrie de lligams gens evidents entre la teoria de nombres, la teoria de representacions de grups i

l'anàlisi, que explicarien i generalitzarien tot de resultats que parteixen de la llei de reciprocitat quadràtica de Carl Friedrich Gauss.

Aquestes conjectures han guiat bona part de la recerca en teoria de nombres dels últims anys. Per exemple, el resultat que va demostrar Andrew Wiles el 1994, que implicava l'últim teorema de Fermat, anomenat *la conjectura de Shimura-Taniyama*, es pot interpretar com una petita part del programa de Langlands. Aquestes conjectures s'apliquen als anomenats *cossos globals*, que són de dos tipus: els *cossos de nombres*, és a dir les extensions finites del cos dels nombres racionals, i els *cossos de funcions*, extensions finites del cos de les funcions racionals sobre un cos finit. El cas dels cossos de nom-

bres és el més complex i encara és poc conegut (a part d'alguns resultats de Langlands mateix i del resultat de Wiles i les seves generalitzacions), en contraposició al cas dels cossos de funcions, el qual, després del treball de Lafforgue, està gairebé resolt.



Recordem que la llei de reciprocitat quadràtica, que va ser enunciatada per primer cop per Leonhard Euler i demostrada per Gauss, ens diu que, entre dos nombres primers p i q , hi ha una relació entre l'existència (o no) d'un nombre enter x de tal manera que $x^2 - p$ sigui divisible per q amb l'existència d'un nombre y de tal manera que $y^2 - q$ sigui divisible per p . Es diu que d'aquest resultat hi ha més de 150 demostracions diferents, sis de les quals de Gauss. Després d'aquest resultat, es van anar trobant lleis de reciprocitat cúbiques, biquadràtiques, etc., fins a la llei de reciprocitat de Teiji Takagi i Emil Artin dels anys vint, que va portar a la teoria de cossos de classes global. Aquesta teoria ens dona una caracterització de les representacions abelianes (o commutatives) del grup de

Galois absolut del cos dels nombres racionals, o, més generalment, d'un cos global qualsevol, i està considerada un dels grans èxits de la teoria algebraica dels nombres del segle XX.

Les conjectures de Langlands són una generalització d'aquesta teoria a certes representacions no abelianes. Segons una d'aquestes conjectures, l'anomenada *correspondència de Langlands*, hi ha una bijecció entre certes representacions de dimensió finita del grup de Galois absolut d'un cos global i certes representacions, anomenades *automorfes*, del grup lineal $GL(n)$ (el cas $n = 1$ no és res més que el que ens diu la teoria de cossos de classes global). Aquesta bijecció hauria de donar-nos una igualtat entre certes funcions analítiques, les funcions L , associades als dos tipus de representacions.

El treball de Lafforgue parteix de les idees de Vladimir Drinfeld, que, a partir dels anys setanta, va demostrar que la correspondència de Langlands era certa per a $GL(2)$ sobre un cos de funcions. Per fer-ho, Drinfeld va haver de construir primer unes corbes, semblants a les corbes modulars, i després uns objectes aritmeticogeomètrics, que ell mateix va anomenar *shtukas* (una paraula russa que significa més o menys 'tros d'alguna cosa'), i després va haver d'estudiar en detall les seves varietats de *moduli*. Drinfeld va rebre la Medalla Fields l'any 1990 pel seu treball.

Lafforgue va començar, a partir de la seva tesi, a estudiar en detall les *shtukas* de Drinfeld per a rang més gran que 2 (el cas de rang 2 el va fer Drinfeld mateix), fins a demostrar completament la correspondència de Langlands per a $GL(n)$ sobre cossos de funcions. Els resultats necessaris per a obtenir aquesta demostració ocupen més de 500 pàgines molt denses, repartides principalment en dos articles. La demostració final del resultat es fa per inducció sobre n i passa per la construcció d'unes compactificacions adequades de les varietats de *moduli* de les *shtukas*. Està continguda en el seu últim article, de 241 pàgines, i publicat recentment en la revista *Inventiones Mathematicae*.

Xavier Xarles
UAB

Vladimir Voevodsky

Vladimir Voevodsky va néixer a Rússia el 4 de juny de 1966. Es va llicenciar a la Universitat de l'Estat de Moscou el 1986 i va obtenir la seva tesi doctoral per la Universitat de Harvard el 1992. Des d'aleshores ha estat professor visitant a l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton, a la Universitat de Harvard i en l'Institut Max-Planck de Bonn, fins a entrar a la Northwestern University el 1996. L'any 2002 va obtenir una plaça de professor permanent a l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton.

El treball de Vladimir Voevodsky s'ha caracteritzat per la seva habilitat a manipular idees molt abstractes amb facilitat i versatilitat i utilitzar aquestes idees en la resolució de problemes matemàtics molt concrets. Les seves aportacions més importants han estat, d'una banda, la contribució al desenvolupament de la cohomologia motívica, introduint les tècniques de topologia algebraica més modernes a l'estudi de les varietats algebraiques. I de l'altra, l'aplicació de la cohomologia motívica a la demostració de la conjectura de Milnor, un dels problemes oberts en teoria K més importants i que té moltes conseqüències en diverses àrees, com la cohomologia galoisiana, la teoria de formes quadràtiques i la cohomologia de les varietats algebraiques complexes. És precisament aquesta visió global de les matemàtiques, en la qual idees originades en topologia algebraica troben aplicacions en teoria de números, la que confereix al treball de V. Voevodsky la qualitat de les grans aportacions matemàtiques.

La teoria de motius va ser originada per A. Grothendieck, que va conjecturar l'existència d'una categoria abeliana, la categoria de motius, íntimament lligada a la categoria de les varietats algebraiques, i va proposar una categoria de «motius purs», que correspondria a la sub-categoria de les varietats llises i projectives. La recerca i l'estudi d'aquesta hipotètica categoria de motius ha ocupat bona part dels millors matemàtics durant els últims quaranta anys. Malgrat que la categoria de motius ha provat ser un objectiu elusiu, s'ha mostrat molt valuosa com a guia per a l'obtenció de nous resultats, i s'han comprovat moltes de les conseqüències de la seva existència. Per exemple, els morfismes en la categoria derivada de la categoria de motius proporcionarien una te-

oria de cohomologia universal: la cohomologia motívica, que unificaria totes les teories cohomològiques conegudes de les varietats algebraiques. Una teoria cohomològica, concepte que té el seu origen també en la topologia, és una correspondència que assigna a cada varietat algebraica un objecte algebraic. Exemples de teories cohomològiques són la cohomologia singular d'una varietat complexa o la cohomologia étale d'una varietat sobre un cos de números. El fet que teories tan disperses com aquestes tinguin moltes propietats comunes és l'origen de la teoria de motius.



Des de fa temps se sap que la cohomologia motívica amb coeficients racionals es pot obtenir a partir de determinades peces de la teoria K algebraica. No obstant això, el conèixer els grups de cohomologia motívica amb coeficients racionals no és suficient per a moltes aplicacions, ja que es perd informació sobre la torsió d'aquests grups. Per exemple, les propietats d'aquests grups no es poden aplicar a la conjectura de Milnor, que prediu l'existència d'un isomorfisme entre la cohomologia étale d'un cos amb coeficients a $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ i la teoria K de Milnor d'aquest cos amb els mateixos coeficients. Per aquest motiu és important disposar d'una cohomologia motívica amb coeficients enters. Spencer Bloch ha proposat els grups de Chow superiors com a possibles grups de cohomologia motívica amb coeficients enters. A pesar que aquests grups tenen moltes de les propietats necessàries, determinats problemes tècnics impedeixen que es puguin considerar la solució definitiva al problema de la cohomologia motívica.

Recentment, V. Voevodsky, utilitzant sofisticades tècniques de topologia algebraica i en particular de teoria de l'homotopia, ha desenvolupat una teoria de cohomologia motívica, molt més general i amb propietats millors que els grups de Chow superiors, però que coincideix amb aquests en els casos en els quals els grups de Chow superiors proporcionen una resposta satisfactòria al problema de la cohomologia motívica.

Cangur-2003

A finals de l'any 1995 la SCM va convocar per primera vegada a Catalunya la prova **Cangur** en el marc de l'organització internacional Le Kangourou sans Frontières que uns anys abans havia «importat» cap a Europa una idea procedent d'un grup de professors australians (i per això la denominació de l'activitat!). És ben cert que el primer any la convocatòria es va fer d'una manera que podríem qualificar d'«experimental», però l'acollida que va tenir el primer **Cangur-SCM**, celebrat el març de 1996 i, sobretot, les opinions que ens deien que aquesta és una iniciativa que facilita «nous recursos» per animar l'ensenyament de les matemàtiques, van impulsar la SCM a continuar amb l'experiència.

D'aquesta manera s'han anat succeint, any rere any, les novetats:

- Per al segon any un equip de professors va elaborar un interessant recull de problemes de resposta tancada, classificats per nivells, que ha esdevingut un material que alhora que serveix, naturalment, per a preparar la prova sabem que impulsa crèdits variables de resolució de problemes a l'ESO.
- A redós del **Cangur** van néixer, l'any 2000, l'Any Mundial de les Matemàtiques, dues activitats internivells, col·lectives i telemàtiques de resolució de problemes: els **Relleus**, que s'allarguen durant uns quants mesos, i els **Problemes a l'esprint**, prova innovadora, que se celebra en línia. I també l'any 2002 es va convocar un concurs de cartells amb una participació ben interessant d'alumnes de secundària.

Ara bé, no tan sols és important tenir una bona definició de cohomologia motívica, sinó també desenvolupar tècniques que permetin treballar-hi. En aquest sentit, la demostració de V. Voevodsky de la conjectura de Milnor, seguint idees de Suslin i Merkurjev, és una prova de la maduresa i potència assolida per la teoria.

José I. Burgos
UB

- I tot això acompanya el fet fonamental que s'ha passat (en números rodons) dels 1.000 alumnes i 100 centres de la primera edició als 8.000 alumnes i 300 centres del setè Cangur-SCM, el de l'any 2002.

Ara bé hi ha dos aspectes «institucionals» del nostre Cangur que creiem que val la pena destacar:

- El primer fa referència al fet que, des de l'any 2000, el Cangur-SCM té un àmbit d'influència cap als països catalans. La comissió «local» que adapta els enunciats que proposa una comissió internacional té membres de les Balears i del País Valencià. I llavors, tot i que a ses Illes fan una organització pròpia i, en canvi, els centres de Castelló i València participen plenament en la nostra organització, els enunciats són els mateixos per a tothom.
- El segon es podria titular «Catalunya, una nació» i es cristal·litza en el fet que, des de l'any 2000, a les actes de la comissió internacional de Le Kangourou sans Frontières (2000, Katowice, Txèquia; 2001, Sinaia, Romania; 2002, Rímni, Itàlia), figura Catalunya, com a tal, en la relació de participants: Alemanya, Àustria, Catalunya, Croàcia, Espanya, França,...

El **Cangur-2003** ja està en marxa. Ja ha acabat el termini d'inscripció i tot fa pensar que enguany es podran superar els 350 centres participants, amb més de 9.000 alumnes, i acostar-nos a una fita que tenim plantejada: «10.000 participants per al desè Cangur!»

Antoni Gomà
Comissió Cangur de la SCM

Olimpíades

Els dies 13 i 14 de desembre de 2002 es van celebrar les proves de la fase catalana de la XX-XIX Olimpíada Matemàtica. S'hi van presentar setanta-un concursants, dels quals cinquanta-tres es van presentar a Barcelona, dos a Girona, cinc a Tarragona i onze a Lleida. El tribunal, nomenat per la SCM, estava format pels professors: Josep Vaquer, de la UB, que actuà de president; Jaume Lluís García Roig, de la UPC (guanyador de la sisena Olimpíada), i Josep Maria Ferrán, de l'IES Joanot Martorell d'Esplugues de Llobregat, que actuà de secretari.

El tribunal va decidir seleccionar vuit concursants amb la distribució de premis següents: Primers premis: Daniel Rodrigo López (IES Montserrat Miró i Vilà, Montcada i Reixac), Joaquím Serra Montolí (primer de batxillerat, IES La Sedeta Barcelona), Matías Javier Wartelski Pryluka (Liceu Francès, Barcelona).

Segons premis: Carles Sala Cladellas (IES Sant

Quirze, Sant Quirze del Vallès), Xavier Roca Artola (Aula Escola Europea, Barcelona), Anna Sabaté Vidales (Aula Escola Europea, Barcelona)

Tercers premis: Arnau Padrol Sureda (IES Menéndez y Pelayo, Barcelona), Carles Solano Molins (Institució Cultural del CIC, Barcelona).

Tots els seleccionats formaran l'equip català que participarà a la fase espanyola de l'Olimpíada, que se celebrarà a partir del proper dia 3 de març a Tenerife i Las Palmas, organitzada per la Universitat de La Laguna i la Universitat de Las Palmas.

Podeu trobar més informació a la secció corresponent de la pàgina web

<http://www.cangur.org>

i els enuncisats i solucions dels problemes a

<http://www.xtec.es/recursos/mates/aqui/olimp.htm>.

Enhorabona i molta sort a tots!

Josep Grané
UPC

Noticiari

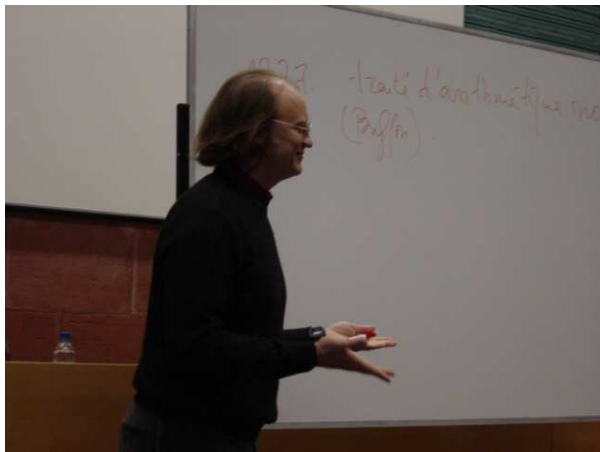
Acte d'homenatge a Lluís Santaló

El divendres 22 de novembre de 2002, coincidint amb el primer aniversari de la mort a Buenos Aires del professor Lluís Santaló, la Càtedra Lluís Santaló d'Aplicacions de la Matemàtica de la Universitat Girona va retre un homenatge públic a la seva figura.



D'esquerra a dreta: Carles Barceló, Alicia Santaló, Maria Inés Santaló i Anna Pagans.

L'acte, celebrat a la sala d'actes de la Facultat de Ciències de la Universitat de Girona, en el campus de Montilivi, va començar amb una presentació, a càrrec del professor Carles Barceló, director de la Càtedra, amb l'assistència del rector de la UdG, doctor Joan Batlle. Posteriorment, el professor Remi Langevin, del Laboratori de Topologia de la Universitat de Borgonya, va parlar de geometria integral usant esferes, i el professor Luis M. Cruz-Orive, del Departament de Matemàtiques, Estadística i Computació de la Universitat de Cantàbria, va parlar d'estereologia: una ciència entre el joc matemàtic i la necessitat pràctica. Després d'un breu descans, el professor Miguel de Guzmán, del Departament d'Anàlisi Matemàtica de la Universitat Complutense de Madrid, va parlar del pensament de Lluís A. Santaló, com a guia enfront dels problemes de la nostra educació matemàtica, i el professor Claudi Alsina, director general d'Universitats de Catalunya, ens va glossar la figura de Santaló tot recordant l'amic i el mestre. L'acte es va cloure a les 14.00 h. amb l'assistència de l'alcalde de Girona, la senyora Anna Pagans. Les filles del professor Santaló van donar a la Càtedra separades dels primers treballs del seu pare.



Langevin el dia de l'homenatge.

Durant l'acte d'homenatge es va fer la presentació d'una publicació —editada per la Càtedra Lluís Santaló— que recull les contri-

bucions que diferents autors ens han fet arribar amablement amb motiu de l'homenatge. Aquesta publicació aplega aportacions molt diverses sobre els aspectes científic, docent i humà del professor L. Santaló, i també les nombroses adhesions personals i institucionals a l'acte d'homenatge que s'han rebut.

Contribucions:

Quai-Montecarlo techniques in multipath radiosity, F. Castro i M. Sbert.

Comportament asimptòtic de convexos al pla hiperbòlic, E. Gallego.

Total absolute curvatures in spheres via integral geometry, X. Gual-Arnau.

Complete systems of inequalities, M. A. Hernández, G. Salinas i S. Segura.

Kinematic and Crofton formulae of integral geometry, D. Hug i R. Schneider.

Integral equation between the distribution of sizes of corpuscles in a solid and the distribution in its sections by k -planes, U. M. Molter.

Two problems in real and complex integral geometry, A. M. Naveira.

Mesuring lines in space, M. Pellegrini.

Geometria integral hiperbòlica, A. Reventós.

Dues rectes del pla hiperbòlic preses a l'atzar no es tallen gairebé mai, G. Solanes.

La didàctica de la matemàtica en l'obra de Lluís Santaló, A. Alsina, J. Callís i T. Calabuig.

Les idees en didàctica de la matemàtica de Lluís Santaló, C. Dalfó.

La calculadora como recurso didàctico, S. del Puerto i C. Minnaard.

Lluís Santaló i la matemàtica aplicada, J. Gelabertó.

Una conversa recordant Lluís Santaló, C. Alsina i E. Trillas.

Santaló i el Centre de Recerca Matemàtica, M. Castellet.

El Dr. Santaló como maestro, U. M. Molter.

La publicació és disponible a:

<http://ima.udg.es/~cls>.

A. Reventós
UAB

El Notícies al Mathematical Reviews

Apreciats socis, la nostra revista ha rebut un petit impuls internacional pel fet que l'AMS ens ha demanat d'incloure-la a la base de dades del *Mathematical Reviews*.

La carta que s'ha rebut diu així:

Dear Prof. Reventós Tarrida:

Mathematical Reviews is the premier reviewing journal in the field of research mathematics for the international scientific community. Our editors scan 1500 journals and many more books and monograph series. We publish 52,000 reviews annually with the help of 12,000 reviewers located around the world. Over 2000 copies of our publication appear monthly, giving exposure and added value to the works we review and index in both paper and electronic forms.

We have recently received a copy of SCM Notícies, which we would like to scan on a regular basis so that research-level papers appearing in it can be indexed and reviewed in our services.

Mathematical Reviews would like to receive for reviewing purposes one copy of your journal when published. It will be scanned by our editors who will select from the articles in each

issue those that appear to be within the scope of *Mathematical Reviews*. We look forward to receiving future issues.

We hope the inclusion of your journal in *Current Mathematical Publications*, *Mathematical Reviews* and MathSciNet, our online database, will be of value to you. We appreciate your interest and hope you will provide a long-term complimentary subscription to assist us in our goal of serving the international scientific community.

Please note that, unlike the initial issue sent, the subscription should not go to the AMS headquarters in Providence Rhode Island. Rather, please send issues to my attention at the address above.

Thank you for your cooperation.

Sincerely,

Paula Shanks
Acquisitions Librarian

Matemàtiques i ensenyament

Cap a un marc comú per als títols de matemàtiques a Europa*

Resum: El maig de 2001 es va posar en marxa, sota els auspicis de la Comissió Europea, el projecte pilot «Tuning educational structures in Europe» per facilitar i impulsar la construcció de l'espai europeu d'educació superior previst en els acords de Bolonya i Praga. En aquest programa es varen seleccionar cinc titulacions (administració d'empreses, ciències de l'educació, geologia, història i matemàtiques) i per a cadascuna es va constituir una xarxa amb universitats dels diferents països de la UE. El projecte va finalitzar el 31 de maig de 2002, i en el document que vàrem publicar es troben les conclusions de la xarxa de matemàtiques, en la qual han participat la Universitat Autònoma de Madrid i la Universitat de Cantàbria. Aquestes conclusions es publicaran en els butlletins de diverses societats matemàtiques europees.

Aprofitem aquesta ocasió per informar que la Conferència de Rectors d'Universitats Espanyoles (CRUE) ha decidit utilitzar l'experiència de «Tuning» per desenvolupar al seu torn un projecte pilot. Al grup de matemàtiques, coordinat per les dues universitats ja mencionades, s'hi han incorporat la Universitat Autònoma de Barcelona, la Universitat de Santiago de Compostel·la i la Universitat de Sevilla. Tan aviat com el grup acabi els seus treballs es farà avinent a la comunitat matemàtica espanyola, perquè es puguin discutir els documents que recullen aquests treballs.

*Traducció: A. Reventós.

El Grup Tuning de Matemàtiques

Després que ministres responsables de l'educació superior de vint-i-nou països europeus firmessin la Declaració de Bolonya [B] el 1999 i la seva continuació, el Comunicat de Praga [P], un grup d'universitats va posar en marxa el projecte «Tuning educational structures in Europe» [T1, T2]. L'han coordinat les universitats de Deusto i Groningen i ha estat finançat per la Unió Europea. Com el seu nom indica, l'objectiu principal del projecte va ser estudiar la manera d'«afinar» (com els diferents instruments d'una orquestra, no uniformitzar) les estructures educatives europees, i col·laborar així en la construcció de l'Espai Europeu de l'Educació Superior. Això hauria de contribuir, per la seva banda, a la mobilitat i millorar les possibilitats laborals dels titulats europeus. Un dels camps inclosos en el projecte «Tuning» va ser el de les matemàtiques, i aquest document reflecteix el consens unànim del grup de matemàtiques. Però, ja que el grup no pretén tenir cap paper representatiu, considerem necessari sotmetre'l a discussió entre la comunitat de matemàtics europeus. Estem convençuts que qualsevol classe d'acció en les direccions que aquí assenyalem únicament serà possible i fructífera quan s'hagi arribat a un ampli acord. Per descomptat, tots els matemàtics pertanyents al grup rebran gustos qualsevol comentari sobre aquest document. Les seves direccions electròniques apareixen al final. El Grup Tuning de Matemàtiques vol mostrar el seu agraïment als coordinadors del projecte «Tuning», Julia González (Universitat de Deusto) i Robert Wagenaar (Rijksuniversiteit Groningen), i a la Comissió Europea per crear les condicions que varen permetre una agradable i profitosa comunicació entre els seus membres.

Comentaris previs

- Aquest document es refereix únicament a les universitats (incloent-hi les politècniques), i cap de les nostres propostes s'aplica a uns altres tipus d'institucions d'educació superior.
- La finalitat de disposar d'un «marc comú per als títols de matemàtiques a Europa» és la de facilitar un reconeixement automàtic, que contribueixi a la mobilitat.
- La idea d'un marc comú ha d'anar lligada a la d'un sistema d'acreditació.
- Les dues components d'un marc comú són unes estructures similars (encara que no necessàriament idèntiques) i una part troncal, bàsica i comuna, en els continguts dels dos o tres primers anys del pla d'estudis (que permetia un cert grau de flexibilitat local).
- Més enllà de la part bàsica i troncal del pla d'estudis, i sens dubte en tot el segon cicle, els plans podrien divergir de manera significativa. Com que hi ha moltes àrees en matemàtiques, i estan enllaçades amb altres camps del coneixement, la flexibilitat és de molta importància.
- La base comuna de tots els plans d'estudis inclourà el càlcul en una i diverses variables reals i l'àlgebra lineal.
- Proposem una àmplia llista d'altres matèries que els nostres graduats haurien de conèixer per ser immediatament reconeguts com a matemàtics. No es proposa que tots els plans incloguin assignatures específiques que es dediquin a cadascun d'aquests temes.
- No presentem una llista obligatòria de temes que s'hagin d'estudiar, però sí que mencionem tres habilitats que qualsevol graduat en matemàtiques hauria de tenir:
 - a) la capacitat d'idear demostracions,
 - b) la capacitat de modelitzar matemàticament una situació,
 - c) la capacitat de resoldre problemes amb tècniques matemàtiques.
- El primer cicle normalment hauria d'incloure l'aprenentatge d'una mica de computació i l'adquisició del coneixement d'almenys un dels camps d'aplicació de les matemàtiques més importants.
- S'hauria de procurar que els segons cicles de matemàtiques fossin d'índoles molt diverses. La característica comuna hauria de ser que tots els estudiants portin a terme una apreciable quantitat de treball individual. Per aconseguir això, sembla necessari un mínim de 90 crèdits ECTS per obtenir un títol de màster.
- Pot ser acceptable que coexisteixin titulacions amb diversos dissenys, però en el cas que es donin desviacions significatives de l'estàndard (pel que fa als continguts mínims o a l'estructura cíclica), aquestes han d'estar fonamentades en uns requisits d'ingrés adequats o en altres factors específics del pla

que puguin ser jutjats en l'acreditació externa. Altrament, aquests títols corren el risc de no beneficiar-se del reconeixement automàtic

europeu que donarà el marc comú, encara que puguin constituir títols vàlids d'educació superior.

Un marc comú: el que significa i el que no significa

1. L'únic objectiu possible d'acordar un marc comú europeu hauria de ser facilitar un reconeixement automàtic dels títols de matemàtiques a Europa per contribuir a la mobilitat. Això significaria que, quan una persona amb un títol en matemàtiques obtingut en un país A es trasllada a un país B:

- a) Se li reconeixerà oficialment el títol, i per això les autoritats del país B no li exigiran cap altra prova de la seva capacitat.
- b) Qualsevol que el vulgui contractar en el país B podrà suposar que el posseïdor del títol té els coneixements generals que s'esperen d'algú amb un títol en matemàtiques.

Naturalment, cap d'aquestes facilitats garantirà l'obtenció d'una feina: el titulat en matemàtiques haurà de passar per qualsevol procediment (oposicions, entrevistes, anàlisi del seu currículum, valoració per part de l'empresari de la universitat en què va obtenir el títol...) que s'utilitzin en el país B per obtenir una feina, ja sigui públic o privat.

2. Un component important del marc comú dels títols europeus de matemàtiques és que tots els plans tinguin estructures similars, encara que no necessàriament idèntiques. Un altre component és un acord sobre una part troncal, bàsica i comuna del contingut del pla que permeti un cert grau de flexibilitat local.

3. Volem insistir en l'aspecte que de cap manera pensem que un acord sobre un marc comú pugui usar-se com un instrument per als trasllats automàtics entre universitats. Els trasllats s'hauran de considerar cas a cas, ja que diferents plans d'estudis poden dur als estudiants fins els mateixos nivells de maneres diferents però totes coherents, mentre que una mescla inadequada de diversos plans pot no servir per al mateix fi.

4. En molts països europeus existeixen institucions d'educació superior que difereixen de les universitats tant en el nivell que exigeixen als seus estudiants com en el seu enfocament general de l'ensenyament i l'aprenentatge. Per no

excloure de l'ensenyament superior un nombre important d'estudiants, a la pràctica és essencial mantenir aquestes diferències. Volem declarar expressament que aquest document es refereix únicament a les universitats (incloent-hi les politècniques) i que qualsevol proposta d'un marc comú dissenyat per a les universitats no seria automàticament aplicable a institucions d'altres tipus.

Cap a una troncalitat comuna

Consideracions generals. A primera vista, les matemàtiques semblen idònies per a la definició d'uns continguts comuns, per exemple, per als dos o tres primers anys. Per la naturalesa mateixa de les matemàtiques, i per la seva estructura lògica, hi haurà una part comuna a tots els plans d'estudis de matemàtiques, que constarà de les nocions fonamentals. Però d'altra banda, existeixen moltes àrees de les matemàtiques, i moltes estan relacionades amb altres camps del coneixement (informàtica, física, enginyeria, economia, etc.). La flexibilitat és de la màxima importància per preservar aquesta varietat i les interrelacions que enriqueixen la nostra ciència. Podria arribar-se a un acord sobre una llista de matèries que segur que han d'estar incloses (àlgebra lineal, càlcul/anàlisi) o que haurien d'estar incloses (probabilitat/estadística, certa familiaritat amb la utilització matemàtica d'un ordinador) en qualsevol títol de matemàtiques. En el cas d'alguns temes especialitzats, com física matemàtica, sens dubte hi haurà variacions entre països i fins i tot entre universitats del mateix país, sense que se n'hagi de deduir cap diferència de qualitat entre els distints plans d'estudis. D'altra banda, actualment existeixen a Europa plans d'estudi de matemàtiques molt variats, amb diferents requisits d'accés i amb diferents durades dels ensenyaments i diferents nivells d'exigència sobre els estudiants. És enormement important que es mantingui aquesta varietat, tant per a l'eficiència del sistema edu-

catiu com des del punt de vista social, amb l'objectiu d'aconseguir atendre les demandes del major nombre possible d'alumnes potencials. La fixació d'una única definició dels continguts, les habilitats i els nivells per a la totalitat de l'educació superior europea exclouria del sistema molts estudiants i, en conjunt, resultaria contraproduent. De fet, en el grup hi ha un acord total sobre el fet que els plans puguin divergir de manera significativa en el que sigui addicional a la part troncal bàsica (per exemple, en la direcció de la matemàtica «pura»; o de la probabilitat-estadística aplicada a l'economia o a les finances; o de la física matemàtica; o de l'ensenyament de les matemàtiques en l'educació secundària). El que farà que aquests plans siguin reconeguts com a plans vàlids de matemàtiques serà la seva manera de presentació i el seu nivell de rigor, admetent que hi ha, i ha de seguir havent-hi, variants en la importància que es doni a cada tema i, fins a cert punt, en el contingut, fins i tot dintre dels dos o tres primers anys. Quant al segon cicle, no pensem tan sols que els diferents plans poden diferir, sinó que també estem convençuts que, per reflectir la diversitat de les matemàtiques i de les seves relacions amb altres camps, s'haurien de desenvolupar en les diferents institucions tot tipus de segons cicles diferents en matemàtiques, aprofitant en particular els aspectes en els quals destaca més cada institució.

La necessitat de l'acreditació. La idea d'una troncalitat bàsica ha de combinar-se amb un sistema d'acreditació. Amb l'objectiu de reconèixer que un programa compleix amb els requisits de la troncalitat, s'han de comprovar tres aspectes:

- a) una llista de continguts,
- b) una llista d'habilitats o competències,
- c) el nivell del domini dels conceptes.

No és possible reduir aquests aspectes a una simple escala. Per concedir l'acreditació a un pla de matemàtiques és imprescindible una anàlisi per part d'un grup d'avaluadors acadèmics, la major part dels quals seran matemàtics. Els aspectes clau per ser avaluats haurien de ser:

- a) el pla d'estudis en conjunt,
- b) les unitats o assignatures (tant en contingut com en nivell),

- c) els requisits d'accés al pla,
- d) els objectius de l'aprenentatge (les habilitats i el nivell assolit),
- e) una avaluació qualitativa tant dels graduats com dels qui els contracten.

El grup no creu que es necessiti un (elaborat) sistema d'acreditació europeu, sinó que les universitats, buscant el reconeixement, actuaran en l'àmbit nacional. Perquè aquest reconeixement tingui valor internacional, sembla necessari que entre els avaluadors s'incloguin matemàtics d'altres països.

Alguns principis per a la troncalitat comuna del primer títol (llicenciatura) en matemàtiques

No creiem que sigui necessari, ni tan sols oportú, fixar una llista detallada dels temes que s'han de cobrir. No obstant això, creiem que és possible donar algunes directrius sobre el contingut comú d'un «primer títol europeu en matemàtiques» i, el que és més important, sobre les habilitats que tots els titulats haurien de tenir.

Contingut. 1. Tots els titulats en matemàtiques coneixeran i entendran, i seran capaços d'usar, els mètodes i les tècniques apropiats al seu pla d'estudis. La part comuna de tots els plans inclourà:

- a) càlcul en una i diverses variables reals,
- b) àlgebra lineal.

2. Els titulats en matemàtiques han de conèixer les àrees bàsiques de les matemàtiques, no tan sols les que històricament han guiat l'activitat matemàtica, sinó també altres d'origen més modern. En conseqüència, els titulats normalment hauran de conèixer la majoria de les següents matèries, i preferiblement totes:

- a) equacions diferencials de nivell bàsic,
- b) funcions de variable complexa de nivell bàsic,
- c) una mica de probabilitat,
- d) una mica d'estadística,
- e) una mica de mètodes numèrics,
- f) geometria de corbes i superfícies de nivell bàsic,
- g) algunes estructures algebraïques,
- h) una mica de matemàtiques discretes.

No és necessari que aquests temes s'apreguin en assignatures o mòduls individuals que cobreixin en profunditat i des d'un punt de vista abstracte cada matèria. Per exemple, un estudiant podria aprendre sobre els grups en un curs de teoria de grups (abstracta) o en el marc d'un curs sobre criptografia. Les idees geomètriques podrien aparèixer en diverses assignatures, ja que tenen un paper central.

3. D'acord amb el caràcter i les exigències del pla d'estudis, es desenvoluparan uns altres mètodes i unes altres tècniques, els nivells de les quals seran definits pel propi pla. En qualsevol cas, tots els plans inclouran un nombre important d'assignatures amb contingut matemàtic.

4. A la pràctica i parlant en termes una mica imprecisos, hi ha dos tipus d'estudis de matemàtiques que coexisteixen actualment a Europa, i ambdós tipus d'estudis són útils. Podem anomenar-los, seguint [QAA], basats en la teoria i basats en la pràctica. La incidència de cadascun d'aquests dos tipus d'ensenyaments varia àmpliament segons el país, i podria ser interessant esbrinar si la major part dels estudis universitaris europeus de matemàtiques estan basats en la teoria o no. Els graduats en plans d'estudi basats en la teoria tindran coneixement i comprensió dels resultats d'alguns dels camps més importants de les matemàtiques. Són exemple d'aquests camps l'àlgebra, l'anàlisi, la geometria, la teoria de nombres, les equacions diferencials, la mecànica, la teoria de la probabilitat i l'estadística, però n'hi ha molts d'altres. Sobre aquest coneixement i aquesta comprensió es fonamentaran el coneixement i la comprensió dels mètodes i tècniques matemàtics, atorgant-los un context matemàtic ben fonamentat. Els graduats en plans d'estudi basats en la pràctica també tindran coneixement dels resultats de diversos camps matemàtics, però aquest coneixement normalment estarà dissenyat per donar suport a la comprensió de models i de com poden aplicar-se. A més dels mencionats més amunt, aquests camps inclouen l'anàlisi numèrica, la teoria de control, la investigació operativa, les matemàtiques discretes, la teoria de jocs i molts d'altres. (Naturalment, aquests camps també poden estudiar-se en els ensenyaments més teòrics.)

5. És necessari que tots els titulats coneguin almenys una de les àrees més importants d'apli-

cació de les matemàtiques, en la qual l'ús de les matemàtiques sigui essencial per entendre veraderament la matèria. La naturalesa d'aquesta àrea d'aplicació i la manera com s'estudia pot variar depenent de si el pla d'estudis està basat en la teoria o en la pràctica. Algunes de les possibles àrees d'aplicació poden ser la física, l'astronomia, la química, la biologia, l'enginyeria, la computació, la tecnologia de la informació i les comunicacions, l'economia, la comptabilitat, les ciències actuàries, les finances i moltes d'altres.

Habilitats. 1. Per un concepte com ara la integració en una variable, el mateix «contingut» podria significar:

- a) calcular integrals senzilles,
- b) comprendre la definició de la integral de Riemann,
- c) conèixer les demostracions de l'existència i de les propietats de la integral de Riemann per a certes classes de funcions,
- d) usar les integrals per modelitzar i resoldre problemes en diverses ciències.

Concloem que, d'una banda el contingut ha d'estar detallat clarament, i que d'altra banda, mitjançant l'estudi d'una mateixa matèria, es desenvolupen diverses habilitats.

2. Els estudiants que es graduen en matemàtiques disposen d'una àmplia varietat de possibilitats de feina. Els empresaris valoren molt la capacitat i el rigor intel·lectual, i les habilitats de raonament que aquests estudiants han adquirit, així com les seves demostrades capacitats numèriques i l'enfocament analític a la solució de problemes que constitueixen les seves qualitats més distintives. Per tant, les tres habilitats clau que considerem que qualsevol titulat en matemàtiques hauria d'adquirir són:

- a) la capacitat per idear demostracions,
- b) la capacitat per modelitzar matemàticament una situació,
- c) la capacitat per resoldre problemes amb tècniques matemàtiques.

Avui dia està clar que resoldre un problema ha d'incloure'n la resolució numèrica i computacional. Per a això es requereix un ferm coneixement d'algorismes i de programació, així com de l'ús del programari actualment existent.

3. Convé remarcar també que aquestes habilitats es desenvolupen de manera progressiva mitjançant la pràctica de diverses matèries. No es comencen els estudis de matemàtiques amb una assignatura anomenada «com fer una demostració» i amb una altra anomenada «com modelitzar una situació» amb la idea que aquestes habilitats s'adquireixin immediatament, sinó que es desenvolupen practicant-les en totes les assignatures.

Nivell. Tots els graduats hauran desenvolupat el coneixement i la comprensió a un alt nivell en alguna àrea en particular. El nom dels estudis o del títol reflectirà el contingut de matèries d'alt nivell. Per exemple, els qui posseïxin títols que incloguin «estadística» tindran un coneixement i una comprensió substancials de la teoria central de la inferència estadística i de moltes aplicacions de l'estadística. Els qui posseïxin un títol en «matemàtiques» poden tenir coneixements de parts molt diferents de les matemàtiques, però si més no hauran tractat en profunditat alguns temes.

El segon títol (màster) en matemàtiques

Ja hem deixat clar el nostre convenciment que seria un error establir qualsevol classe de currículum troncal per als estudis de segon cicle. A causa de la diversitat de les matemàtiques, els diferents plans haurien de dirigir-se a una àmplia gamma d'estudiants, incloent-hi molts el primer títol dels quals no sigui en matemàtiques sinó en altres camps més o menys relacionats (informàtica, física, enginyeria, economia, etc.). En conseqüència, s'hauria de procurar que els segons cicles de matemàtiques fossin d'índole molt diversa. Pensem que el denominador comú de tots els segons cicles hauria de residir, més que en el contingut, en el nivell que s'espera que els alumnes assoleixin. Una característica unificadora podria ser el requisit que tots els estudiants de segon cicle duguin a terme una apreciable quantitat de treball individual, que es podria plasmar en la presentació d'un projecte individual de certa consideració. Creiem que, per aconseguir el nivell necessari per realitzar un vertader treball individual en matemàtiques, el temps necessari per obtenir un títol de màster hauria de ser al menys l'equivalent de 90 crèdits ECTS. Per tant, el nombre de crèdits ECTS d'un màster

estarà comprès normalment entre 90 i 120, depenent de quina sigui la duració de cadascun dels dos cicles en els diferents països.

Un marc europeu i l'acord de Bolonya

1. La manera com els diferents països implementin l'acord de Bolonya tindrà transcendència sobre la troncalitat comuna. En particular, 3 + 2 pot no ser equivalent a 5, perquè en una estructura de 3 + 2 anys els tres primers anys podrien conduir a un títol professional, la qual cosa significaria que s'inverteix menys temps en les nocions fonamentals, o podrien conduir als dos anys següents, i en aquest cas l'esperit del pla d'estudis dels tres anys seria diferent.

2. Si és millor que els estudis de matemàtiques estiguin formats per una llicenciatura de 180 crèdits ECTS seguits per un màster de 120 crèdits ECTS (és a dir, una estructura 3 + 2, en termes d'anys acadèmics), o si, al contrari, és preferible una estructura 240 + 90 (és a dir, 4 + 1 + projecte), dependrà de diverses circumstàncies. Per exemple, una estructura 3 + 2 segurament facilitarà la mobilitat entre matèries per a estudiants que decideixin seguir un màster en una àrea diferent d'aquella en la qual varen obtenir la seva llicenciatura. Un aspecte que no es pot ignorar, al menys en matemàtiques, és la formació dels professors d'ensenyament secundari. En el cas en què la qualificació pedagògica s'hagi d'obtenir durant els estudis de primer cicle, aquests probablement haurien de durar quatre anys. Però si ser professor d'ensenyament secundari exigeix un màster (o algun altre tipus de qualificació postgraduada), llavors una llicenciatura de tres anys pot ser adequada, i en aquest cas la formació pedagògica seria una de les possibles opcions de postgrau (en el nivell de màster o en un altre nivell).

3. El grup no ha intentat resoldre les contradiccions que podrien aparèixer en el cas de que hi hagi diferents implementacions de l'acord de Bolonya (és a dir, si coexisteixen plans universitaris de tres anys amb uns altres de cinc anys; o si s'estableixen diferents estructures cíclics, ja que s'han proposat tots aquests esquemes: 3 + 1, 3 + 2, 4 + 1, 4 + 1 + projecte, 4 + 2). Com s'ha dit més amunt, podria ser acceptable que coexisteixin diversos sistemes, però creiem

que, si s'allunyen molt de l'estàndard (com l'estructura 3 + 1, o l'incompliment dels principis enunciats a la secció 3), aquests han d'estar fonamentats en uns requisits adequats sobre els nivells d'accés o en altres factors particulars del pla d'estudis, que puguin ser jutjats en l'acreditació externa. Altrament, aquests títols corren el perill de no beneficiar-se del reconeixement automàtic europeu que donarà el marc comú, encara que puguin constituir títols vàlids d'educació superior.

Referències

- [B] <http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/bologna-declaration.pdf>.
- [P] <http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/Prague-communicuTheta.pdf>.
- [QAA] Document per a l'avaluació comparada dels títols de matemàtiques, estadística i investigació operativa, de la Quality Assurance Agency for Higher Education del Regne Unit.
<http://www.qaa.ac.uk/crntwork/benchmark/phase2/mathematics.pdf>.
- [T1] Els llocs oficials del projecte Tuning educational structures in Europe:
<http://www.relint.deusto.es/TuningProject/index.htm>,
<http://www.let.rug.nl/TuningProject/index.htm>.
- [T2] Informació sobre el projecte «Tuning educational structures in Europe» en el lloc de la Comissió Europea:
<http://europa.eu.int/comm/education/tuning.html>.

Membres del Grup Tuning de Matemàtiques

Stephen Adam, University of Westminster (expert en educació superior);
José Manuel Bayod, Universidad de Cantabria (bayodjm@unican.es);
Martine Bellec, Université Paris IX Dauphine (martine.bellec@dauphine.fr);
Marc Diener, Université de Nice (diener@math.unice.fr);
Alan Hegarty, University of Limerick (Alan.Hegarty@ul.ie);
Poul Hjorth, Danmarks Tekniske Universitet (P.G.Hjorth@mat.dtu.dk);
Anne Mette Holt, Danmarks Tekniske Universitet (experta en relacions internacionals);
Günter Kern, Technische Universität Graz (Kern@opt.math.tu-graz.ac.at);
Frans J. Keune, Katholieke Universiteit Nijmegen (keune@sci.kun.nl);
Luc Lemaire, Université Libre de Bruxelles (llemaire@ulb.ac.be);
Andrea Milani, Università degli Studi di Pisa (milani@dm.unipi.it);
Julian Padget, University of Bath (jap@maths.bath.ac.uk);
Maria do Rosário Pinto, Universidade de Porto (mspinto@fc.up.pt);
Adolfo Quirós, Universidad Autónoma de Madrid (adolfo.quirós@uam.es);
Wolfgang Sander, Technische Universität Braunschweig (w.sander@tu-bs.de);
Hans-Olav Tylli, University of Helsinki (hojtylli@cc.helsinki.fi).

Adolfo Quirós
Universitat Autònoma de Madrid

Nivells de referència per a l'ensenyament de les matemàtiques a Europa per a l'edat de setze anys*

Introducció

Sota els auspicis del Committee on Mathematics Education of the EMS (European Mathematical Society), l'estudi *Reference Levels in School Mathematics Education in Europe at the age 16*, com han evidenciat Bodin i Villani [1], projecta identificar nivells de referència, pel que fa

al coneixement i les capacitats en l'àmbit de la matemàtica, que puguin esdevenir comuns a tots els països de l'Unió Europea, i potser fins i tot a d'altres països.

Com a extensió del Committee on Mathematics Education of the EMS, sota la presidència de Vinicio Villani, s'ha constituït un grup d'experts (ensenyants d'escola secundària,

*L'autora ha estat membre de l'esmentat comitè, i ha pres part en el projecte. Traducció de Xavier Massaneda.

investigadors en didàctica, formadors i autors de currículums o de llibres de text) en el quals diversos països (si no tots, almenys la majoria) de la Comunitat Europea hi fossin representats. La funció de centre de coordinació del projecte l'ha dut a terme l'IREM de Besançon, a França, sota la responsabilitat d'Antoine Bodin.

Per tenir una base objectiva de desenvolupament del projecte, els membres del grup de treball han presentat els aspectes estructurals del sistema educatiu (o dels sistemes educatius) dels respectius països (*National Reports*) amb particular esment de la situació relativa al final de l'escolarització obligatòria (en general als setze anys).

Un dels objectius del projecte s'ha centrat en l'elaboració d'un conjunt d'allò que inicialment s'han anomenat *dream questions* i que més tard han esdevingut *reference level questions*:¹ qüestions i problemes escollits per la seva qualitat cultural i formativa.

Qüestions de referència

El projecte s'ha mostrat de seguida més aviat complex, però hi ha hagut una voluntat comuna molt clara de no voler de cap manera proposar una estandarització de l'ensenyament de la matemàtica a Europa. Com s'ha posat en evidència en el transcurs de l'estudi, la proposta hauria d'indicar una mena d'«estil de treball» en l'àmbit de l'ensenyament de la matemàtica que pogués revelar-se d'alguna manera complementari o de suport a allò que usualment es fa a l'escola.

S'han proposat i discutit seixanta-cinc preguntes, successivament elaborades i presentades en la redacció última per Antoine Bodin i l'autora, a la Trobada Internacional del maig de 2001 a Luxemburg.

Per organitzar i classificar les preguntes se'ns han proporcionat algunes de les referències estructurals del projecte PISA, i s'ha elaborat una classificació que té en compte els següents aspectes:

CAMP (IDEES PRINCIPALS):

- P_1 —Quantitat
- P_2 —Espai i forma

P_3 —Canvi i relació

P_4 —Incertesa.

NIVELL DE MATEMATITZACIÓ:

Classe 1: Reproducció, definicions, computació

Classe 2: Connexions i integració per resoldre problemes

Classe 3: Pensament matemàtic, generalització i intuïció.

CAPACITATS MATEMÀTIQUES:

C_1 —Talent en pensament matemàtic

C_2 —Talent en argumentació matemàtica

C_3 —Talent en modelització

C_4 —Talent en enunciar i resoldre problemes

C_5 —Talent en representació

C_6 —Talent simbòlic, formal i tècnic

C_7 —Talent comunicatiu

C_8 —Talent en ajuts i eines.

POBLACIÓ OBJECTIU:

T_1 —Per a tothom

T_2 —Per a aquells que necessitaran les matemàtiques en els seus estudis futurs

T_3 —Per a aquells que probablement aniran a la matemàtica superior.

Unes altres característiques especials de les qüestions són:

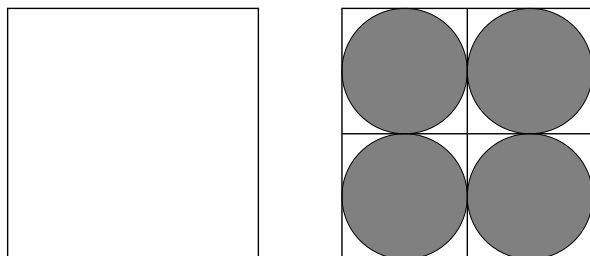
- No estan lligades als currículums nacionals particulars
- No involucren tan sols habilitat tècnica
- Impliquen estratègies diferenciades
- Permeten diversos nivells de resposta
- No s'han concebut per a una valoració additiva
- Demanen als alumnes de donar informació sobre el seu procediment i no només sobre la solució
- Pretenen donar una idea d'«estil» d'activitat matemàtica.

¹Sobre aquesta denominació han sorgit algunes disputes. A la Trobada Internacional del maig de 2001 a Luxemburg, en la presentació del projecte a representants d'associacions d'ensenyants i d'altres operadors en el sector de la didàctica de la matemàtica, Raimondo Bolleta va proposar la denominació *points of reference*.

Alguns exemples

A continuació exposo i comento tan sols algunes de les seixanta-cinc preguntes o punts de referència per tal de donar al lector almenys una idea de l'«estil» d'activitat matemàtica que el Comitè Europeu pretén suggerir. La presentació que en resulta no és, ni pot ésser, exhaustiva. Per a la totalitat de les qüestions us referim al document presentat per Antoine Bodin (també a nom de l'autora) a Luxemburg, titulat *Bundle of proposed reference questions, part 2* [2].

Qüestió de referència EMS 002. Tessel·lació per cercles. Sigui Q un quadrat de costat 1 m. i sigui C el cercle inscrit. Si es subdivideix Q en quadrats més petits i es consideren els respectius cercles inscrits, s'obté la figura següent:



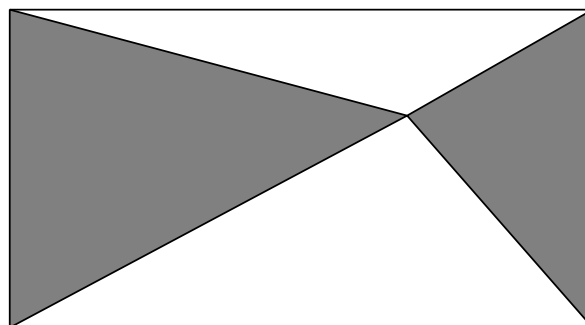
Augmentant tal i com podeu imaginar el nombre de subdivisions, l'àrea de la part ombrejada (és a dir, la part recoberta pels cercles) augmenta, disminueix o roman sempre igual? I la mateixa pregunta pel que fa a l'espai?

Targeta d'identificació de la qüestió de referència

Nom i nombre de la qüestió	Tessel·lació per cercles. EMS 002
Origen de la qüestió	Proposada per Vinicio Vitalli (Itàlia)
Camp del problema	P_2
Contingut principal	Similaritat com a resposta sintètica, o bé càlcul algebriac simple
Capacitats implicades	$C_1 - C_4$
Classe de complexitat	Classe 3
Grup objectiu	T_1 (per a tothom)
Tipus de situació	Treball individual

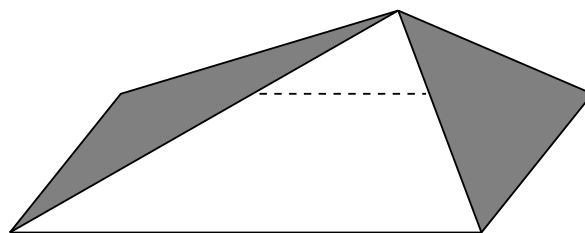
Aquesta pregunta, així com les altres, dóna una idea de l'estil de treball suggerit pel projecte. Implica, de fet, coneixements dels alumnes de setze anys que aquí han d'utilitzar, de manera problemàtica i no com a mera aplicació, fórmules amb la finalitat de produir un procediment autònom de resposta. És l'alumne qui ha de mobilitzar els propis coneixements i posar a punt una estratègia resolutive. Em sembla també significatiu el pas del pla a l'espai en un mateix àmbit problemàtic.

Qüestió de referència EMS 009. L'herència. Dos germans hereten un terreny de forma rectangular. Per tal de dividir-lo en dues parts d'igual àrea, un veí suggereix que clavin un pal a qualsevol punt del terreny i tracin els segments que van del pal als quatre cantons del terreny.



Un dels germans es quedarà la part en gris i l'altre la part en blanc. Són les dues parts realment iguals? Justifiqueu el vostre raonament.

Investigueu què passa si la figura és una piràmide (per exemple, el teulat d'una casa) vista des de dalt.



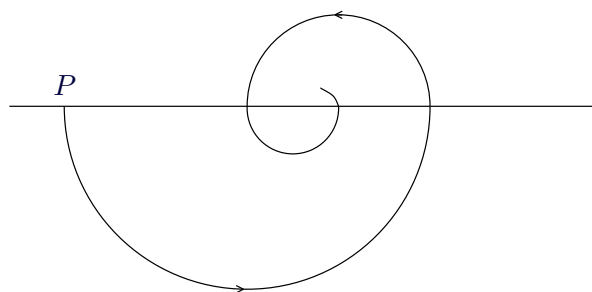
La primera part del problema fou proposada a alumnes de les categories 7 i 8 (setè i vuitè any d'escolarització) en una prova del Rally Matemàtic Transalpino (RMT), un concurs de matemàtiques per classes. Els alumnes en aquell cas van treballar en grups. Pensem que als setze anys un alumne ha de poder afrontar individualment aquest problema, i és interessant, com ho ha estat en el cas del RMT [4], d'analitzar el procediment resolutive utilitzat pels alumnes. S'aturaran en el cas de la figura proposada recurrent a consideracions empíriques, o trobaran necessari un raonament «demostratiu» de tipus general?

La segona part del problema, com en el cas precedent, considera l'espai. En aquest cas el nivell de dificultat en passar del pla a l'espai augmenta considerablement i s'aconsella de proposar l'activitat com a treball de grup que impliqui una discussió constructiva a classe per a una orientació o un aprofundiment relatiu al paper de la demostració.

Targeta d'identificació de la qüestió de referència

Nom i nombre de la qüestió	L'herència. EMS 009
Origen de la qüestió	Proposada per Lucia Grugnetti i François Jaquet (de RMT 2000)
Camp del problema	P_2
Contingut principal	Àrea de triangles, teorema de Pitàgores
Capacitats implicades	$C_3 - C_2$
Classe de complexitat	Classe 2
Grup objectiu	T_1 (per a tothom)
Tipus de situació	Treball individual per a la primera part, treball en grup per a la segona

Qüestió de referència EMS 010. Una espiral estranya. Des d'un punt de sortida P es traça un semicercle de radi 1. Es continua tot seguit en un semicercle de radi $1/2$, i així successivament, de manera que cada semicercle té un radi que és la meitat del semicercle precedent.



Quina és la distància des del punt de sortida P fins al punt final? Quina és la llargària del camí?

En principi s'havia proposat al grup de treball internacional un altre problema també provinent del RMT, amb una empremta cognitiva similar:

El Ferrari. Fa molt temps que en Ciril i l'Antoni somnien de comprar-se un bell Ferrari vermell. Però aquest automòbil costa 100.000 euros, i ells no tenen els diners necessaris.

Ens trobem a l'any 2000 i en Ciril here-ta 50.000 euros. Decideix de guardar aquesta quantitat per a la compra del Ferrari, i d'afegir-hi 25.000 euros l'any proper, 12.500 el 2002 i així successivament. Cada any hi afegirà la meitat de la quantitat afegida l'any anterior.

L'Antoni no ha heretat res, però decideix que el 2001 estalviarà 30.000 euros, el 2002 hi afegirà la meitat d'aquesta suma, el 2003 un terç, el 2004 una quarta part, el 2005 una cinquena part i així anar fent. Cada any hi afegirà, per tant, una suma equivalent a 30.000 euros dividit pel nombre format per les tres darreres xifres de l'any.

Qui arribarà primer a comprar el Ferrari? I quan? Escriviu en detall els vostres càlculs.

El context del problema del Ferrari s'ha trobat massa específic de la realitat d'alguns països i s'ha substituït pel problema de l'espiral estranya. L'esmentat problema, proposat en un manual escolar [3], s'ha utilitzat després en recerca didàctica en algunes classes i en cursos de formació d'ensenyants com a activitat problemàtica que obre la porta al llarg camí que hauria de conduir al concepte de límit [5].

Targeta d'identificació de la qüestió de referència

Nom i nombre de la qüestió	Una espiral estranya. EMS 010
Origen de la qüestió	Proposada per François Jaquet (Suïssa)
Camp del problema	P_1
Contingut principal	Longitud d'un cercle, suma infinita
Capacitats implicades	$C_3 - C_1$
Classe de complexitat	Classe 3
Grup objectiu	T_1 (per a tothom)
Tipus de situació	Treball en grup

Un alumne de quinze o setze anys pot començar a afrontar autònomament aquesta activitat, que requereix, a l'inici, només coneixements elementals sobre fraccions i la circumferència. Aquests coneixements, però, no són suficients per permetre-li de resoldre el problema.

L'alumne es troba així en una situació en què la reinversió dels coneixements previs no és suficient, tot i que aquests li siguin certament útils.

La situació és prou rica per suscitar con-jec-tures, i prou «consistent» perquè els primers intents no portin a la solució i emergeixin conflictes cognitius.

Una primera aproximació consisteix generalment en el recurs al dibuix geomètric, però aquest, revela ben aviat les pròpies limitacions.

Seguidament, la recerca de les abscisses dels punts d'intersecció de les semicircumferències amb l'eix, a partir del punt de sortida, condueix a una successió «irregular». És un moment important: les anades i vingudes entre el context geomètric i aritmètic es multipliquen. El punt d'arribada es trobarà potser entre els punts d'abscissa 1 i 2: $1 + \ll\text{alguna cosa}\gg$.

A aquest punt, el treball col·lectiu i les discussions posen en evidència l'alternança de termes positius i negatius. Sorgeixen interrogants, perplexitat: és aleshores el moment per als intents, per a les con-jec-tures. Pel que fa el camí recorregut, segons alguns, «aquest serà

tan llarg com es vulgui», d'altres, quan sumen algunes longituds de les semicircumferències, comencen a dubtar que «el camí no podrà ésser tan llarg».

L'activitat, coordinada per l'ensenyant, porta a la suma d'una progressió geomètrica i al sorgiment de la idea d'infinitesimal, d'infinit, de convergència d'una sèrie, de límit: només una primera idea, és clar.

La resposta a les dues preguntes del problema es pot construir seguint el següent recorregut:

- 1) La suma dels termes de la successió «irregular» de la qual s'ha parlat més amunt: $2 - 1 + 1/2 - 1/4 + 1/8 - 1/16 + 1/32 - 1/64 + \dots$ (sèrie geomètrica de raó $q = -1/2$) es pot reescriure de la manera $1 + 1/4 + 1/16 + 1/64 + \dots$, on se sumen el segon i el tercer terme, el quart i el cinquè i així anar fent.² Denotant S aquesta suma, si es considera $S/4 = 1/4 + 1/16 + 1/64 + \dots$ i s'efectua la diferència $S - S/4$, s'obté 1, d'on $S = 4/3$. La conjectura $1 + \ll\text{alguna cosa}\gg$ esdevé $1 + 1/3$.
- 2) Quant a la llargada del camí: $\pi + \pi/2 + \pi/4 + \pi/8 + \dots$, un cop escrita la suma de la manera $\pi(1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots)$, si s'anomena S' la suma entre parèntesis i s'hi resta $S'/2$, s'obté 1, d'on $S'/2 = 1$, per tant, $S' = 2$ i la llargada del camí és 2π .

En una fase successiva hi haurà la «institucionalització» dels coneixements, però serà un desenvolupament d'activitat (d'aquesta i d'altres) i no una teorització per si mateixa.

Qüestió de referència EMS 018. El túnel. Quatre persones estan a punt de travessar un túnel fosc i estret. Tenen una llanterna que pot funcionar durant 18 minuts. Necessiten respectivament 1, 2, 5 i 10 minuts per passar el túnel. Sense la llanterna no poden passar. El túnel és estret i només dos d'ells poden anar junts.

És possible que tots passin a l'altre costat?

²Cal tenir present, però, que, en general, en el cas de sumes d'infinitos termes no es «garanteix» la propietat associativa, que de fet aquí sí val. Això passa si la sèrie és absolutament convergent, és a dir, si convergeix la suma dels valors absoluts dels seus termes. Pensant en la didàctica seria també important considerar un exemple de sèrie, com la famosa sèrie de Grandi: $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$, que pot fer $1/2$, 0, o fins i tot 1, i els valors absoluts dels termes de la qual no coincideixen a una sèrie convergent: heus aquí la paradoxa.

Targeta d'identificació de la qüestió de referència

Nom i nombre de la qüestió	El túnel. EMS 018
Origen de la qüestió	Proposada per Sandor Dobos (Hongria)
Camp del problema	P_3
Contingut principal	Raonament lògic
Capacitats implicades	C_1
Classe de complexitat	Classe 2
Grup objectiu	T_1 (per a tothom)
Tipus de situació	Treball individual

Penso que aquesta qüestió és un bon exemple de matemàtica que va més enllà de les fórmules i la pura tècnica de càlcul. Als alumnes se'ls demana de comprendre i utilitzar les dades no per trobar un resultat expressat en números, sinó per analitzar «lògicament» una situació i establir si una situació pot produir-se o no.

Qüestió de referència EMS 006. Estirant palletes. Cinc persones juguen a estirar palletes. Quatre de les cinc palletes tenen la mateixa llargada, mentre que la restant és més curta. Les palletes es presenten de manera que els jugadors no tenen cap pista de les seves llargades.

Un rere l'altre, cada jugador estira una palleta. El guanyador és aquell que estiri la palleta curta.

La darrera persona que li toca estirar la palleta afirma que es troba en desavantatge. Què en penses?

Targeta d'identificació de la qüestió de referència

Nom i nombre de la qüestió	Estirant palletes. EMS 006
Origen de la qüestió	Proposada per Michel Henry (IREM Besançon)
Camp del problema	P_4
Contingut principal	Probabilitat
Capacitats implicades	$C_3 - C_1 - C_2$
Classe de complexitat	Classe 3
Grup objectiu	T_1 (per a tothom)
Tipus de situació	Treball en grup

Aquesta és una de les poques qüestions en què intervé la probabilitat, conscients del fet que a no tots els països europeus aquest tema es troba als temaris oficials. De totes maneres la idea és d'iniciar un petit debat a classe sobre qüestions que pertanyen al pensament no determinista.

Divulgació de les qüestions i futur del projecte

L'objectiu primari de la Trobada Internacional desenvolupada a Luxemburg el mes de maig de 2001 ha estat presentar el projecte a un públic compost de representants d'associacions d'ensenyants de matemàtiques, a responsables ministerials dels diversos països europeus i, en general, a operadors del sector educatiu, amb vista a una divulgació de les *reference level questions* o *points of reference*.

Penso que conferències com aquesta, organitzada per la Societat Catalana de Matemàtiques, a la qual dono les gràcies sentidament, poden obrir el camí a discussions amb els organismes educatius i amb els ensenyants que poden dur a un ús raonat de les *questions*.

Un altre sector que em sembla particularment adaptat a un ús raonable i constructivament crític de les *questions* és el de la formació d'ensenyants en les seves diverses accepcions.

Les revistes de didàctica de la matemàtica podrien fer-se portaveu d'aquestes exigències, presentant el projecte.

El projecte sembla no aturar-se a la població de setze anys: l'EMS està interessada també en la població de divuit anys, és clar, d'aquells que es troben a la fi de l'escola secundària superior.

Resta encara tot per discutir i organitzar, però sembla clara la voluntat d'anar més lluny.

Referències

- [1] BODIN, A.; VILLANI, V. *Reference Levels in School Mathematics Education in Europe. International Report*, presentat a la trobada de l'EMS a Luxemburg el maig de 2001.
- [2] BODIN, A.; GRUGNETTI, L. *Reference Levels in School Mathematics Education in Europe. Bundle of proposed reference questions, part 2*, presentat a la trobada de l'EMS a Luxemburg el maig de 2001.
- [3] CALAME, J. A.; JAQUET, F. *Mathématique 7-8-9*, Neuchâtel: Departament de la Instrucció Pública, 1989.
- [4] GRUGNETTI, L. «"Dimostrazione" e prove empiriche in problemi di geometria del RMT». A: GRUGNETTI; JAQUET; CROCIANI; DORETTI; SALOMONE, *RMT: evoluzione delle conoscenze e valutazione dei saperi matematici: Atti delle giornate di studio sul Rally Matematico Transalpino*, Siena 1999 Neuchâtel, 2000, Universitat de Siena; IRDP de Neuchâtel, p. 25-34.
- [5] GRUGNETTI, L.; JAQUET, F. *Senior Secondary School Practices*. A: BISHOP, A. et al. *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic (1996), p. 615-645.

Lucia Grugnetti
Universitat de Parma

Agenda

International Conference: «Correspondence analysis and related methods» (CARME2003)

Del 30 de juny al 2 de juliol de 2003 tindrà lloc a la Universitat Pompeu Fabra de Barcelona, el congrés que porta per títol «Correspondence analysis and related methods» (CARME 2003). Es tracta del quart congrés sobre l'anàlisi de dades categòriques, que organitzen els professors Michael Greenacre, de la UPF, i Jörg Blasius, de la Universitat de Colònia. Els tres anteriors

(«Correspondence analysis in the social sciences», 1991; «Visualisation of categorical data», 1995, i «Large scale data analysis», 1999) es van celebrar al Zentralarchiv für Empirische Sozialforschung de la Universitat de Colònia.

L'objectiu de CARME 2003 és presentar les investigacions més recents en l'àmbit de l'anàlisi de correspondències. El congrés és

obert a totes aquelles àrees de recerca en què l'anàlisi de correspondències és present: ciències socials, ecologia i ciències del medi ambient, biomedicina i ciències de la salut, arqueologia, investigació de mercats i gestió...

Els temes del congrés inclouen les anàlisis de correspondències simple, múltiple, conjunt, canònic i no simètric; l'escalament dual i òptim; l'anàlisi de la homogeneïtat, l'escalament multidimensional i els biplots de dades categòriques i composicionals, així com apli-

cacions en diverses àrees de recerca, amb un interès especial en les contribucions interdisciplinàries. Trobareu més informació a l'adreça electrònica: <http://www.econ.upf.es/carme> o al correu electrònic: carme2003@upf.es.

Les propostes d'articles per al congrés (títol i breu resum) es poden enviar per correu electrònic o postal a Michael Greenacre, Departament d'Economia i Empresa, Universitat Pompeu Fabra, c. Ramon Trias Fargas, 25-27, 08005 Barcelona.

Anna Cuxart
UPF

Activitats organitzades pel CRM

Advanced Course on Polynomial identity rings

De l'1 al 10 de juliol de 2003 al CRM

Coordinador: Ferran Cedó, UAB

Conferenciants:

EDWARD FORMANEK, Pennsylvania State University

VESSELIN DRENSKY, Bulgarian Academy of Sciences

<http://www.crm.es/pi-rings>

Barcelona Conference on Asymptotic Statistics

Del 2 al 6 de setembre de 2003 al CRM

Coordinador: Vladimir Zaiats

<http://www.crm.es/bas2003>

Programa de Recerca

Títol: Set Theory

Durada: de setembre 2003 a juliol 2004

Organitzadors:

Local: Joan Bagaria (ICREA, UB)

Visitant: Stevo Todorčević (CNRS)

Dins d'aquest programa s'organitzen el congrés i curs avançat següents:

Barcelona Conference on Set Theory

Del 16 al 20 de setembre de 2003 al CRM

Coordinador: Joan Bagaria (ICREA-UB)

<http://www.crm.es/set-theory>

Advanced Course on Ramsey Methods

Del 19 al 28 de gener de 2004 al CRM

Coordinador: Joan Bagaria (ICREA-UB)

<http://www.crm.es/set-theory>

Llibres

En aquesta secció, a part dels llibres que algunes editorials ens fan arribar a la redacció, ens agradaria publicar les ressenyes dels llibres de matemàtiques en català o fets per autors catalans. Preferentment de divulgació o temes generals que puguin interessar un nombre gran de socis. Us demanem, doncs, la vostra col·laboració, que pot anar des d'escriure una ressenya fins a, simplement, cridar la nostra atenció sobre novetats editorials. Gràcies.

Compact Riemann surfaces

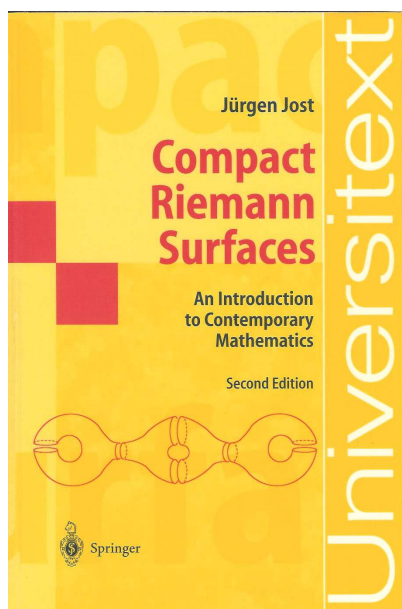
Autor: JÜRGEN JOST

Editorial Springer, Universitext, 2002 (2a edició).

Si hi ha un camp de les matemàtiques que es pugui abordar amb moltes i molt diverses tècniques, aquest és el reialme de les superfícies de Riemann. L'anàlisi complexa, la geometria diferencial, la topologia algebraica, l'anàlisi funcional, la geometria algebraica i l'àlgebra, entre altres branques de les matemàtiques, s'hi veuen involucrades. La característica principal d'aquest llibre és la interdisciplinarietat, ja que no es conforma a desenvolupar una d'aquestes línies sinó que busca explicar-ne les interrelacions. Fem un passeig pel seu sumari per il·lustrar aquest fet.

En el primer capítol trobem un breu, però encertat, recordatori dels fonaments topològics bàsics, necessaris per a la continuació.

En el capítol 2 s'introdueixen els conceptes de superfícies i mètriques de Riemann i es demostren algunes propietats generals de les superfícies de Riemann compactes com, per exemple, l'existència de triangulacions, la seva classificació topològica i els teoremes de Gauss-Bonnet i Riemann-Hurwitz.



El capítol 3 està dedicat a l'estudi de les aplicacions harmòniques entre superfícies de Riemann. Començant per un adient recordatori d'anàlisi funcional sobre espais de Banach i de Hilbert, s'introdueix l'espai de Sobolev, on «vien» de manera natural les solucions febles de

l'equació de Laplace. A continuació es tracta el problema de la regularitat de les solucions. Aquest estudi local permet introduir el funcional de l'energia per a les aplicacions globals entre superfícies de Riemann així com els seus extrems: les aplicacions harmòniques, les quals prenen rellevància un cop demostrat un teorema d'existència i unicitat. Aquesta és l'eina utilitzada al capítol següent per abordar la teoria de Teichmüller. Aquest és un punt de vista molt poc habitual i té l'avantatge de ser una mica menys tècnic que l'aproximació clàssica a partir de les aplicacions quasi-conformes.

Així doncs, en el capítol 4, s'introdueixen i s'estudien els espais de moduli i de Teichmüller d'estructures conformes d'una superfície compacta utilitzant l'espai de les seves diferencials quadràtiques. També s'inclou una aproximació molt més geomètrica al mateix problema introduint les coordenades de Fenchel-Nielsen de l'espai de Teichmüller d'una superfície de Riemann de gènere $p > 1$. Aquest últim punt de vista està basat en la descomposició en «pantalons» hiperbòlics, que trobem il·lustrada a la figura de la portada. Aquest capítol conclou amb una prova bastant breu del teorema d'uniformització de Riemann per a superfícies compactes utilitzant les aplicacions harmòniques.

Finalment, el darrer capítol recull moltes de les relacions entre la teoria analítica i la teoria algebraica de superfícies de Riemann. Començant amb una mica de teoria de Hodge en dimensió dos, s'introdueixen els períodes i els residus de 1-formes holomorfes i meromorfes i es demostren algunes propietats bàsiques que permeten donar una demostració bastant elemental del teorema de Riemann-Roch. S'obté la relació completa entre superfícies de Riemann i les corbes algebraiques no singulars per mitjà de la interpretació geomètrica de la teoria algebraica de valoracions sobre el cos de les funcions meromorfes. El llibre acaba amb una secció molt il·lustrativa on s'estudien les corbes el·líptiques des de tots els punts de vista introduïts.

Tot això està explicat d'una manera autocontinguda, molt ben estructurada i entenedora. D'altra banda, la introducció de cada noció està ben motivada i justificada amb els re-

- MAGDA VALLS MARSAL va llegir la seva tesi, dirigida per Jorge L. Villar Santos, titulada *Esquemas dinámicos para compartir secretos computacionalmente seguros*, el dia 19 de desembre de 2001. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.



Un esquema per a compartir secrets és un protocol criptogràfic que permet distribuir fragments d'informació a un conjunt de participants, de manera que certes coalicions autoritzades d'aquests tinguin la capacitat de recuperar el secret original. El treball desenvolupat en aquesta tesi se centra en l'estudi d'esquemes en els quals la seguretat és computacional (és a dir, aquells que són segurs enfront adversaris amb capacitats computacionals limitades) i que presenten propietats dinàmiques (la qual cosa permet que es puguin activar diferents estructures d'accés i diferents secrets, sense necessitat de modificar els fragments distribuïts inicialment).

Una de les aportacions d'aquest treball consisteix en el disseny d'un nou esquema dinàmic computacionalment segur. L'esquema que es proposa permet superar algunes de les limitacions que presentaven els esquemes existents en la literatura: el volum d'informació pública que cal gestionar es veu substancialment reduït, els protocols d'activació d'estructures d'accés i d'activació de secrets es poden executar de manera independent (fins i tot, poden ser executats per entitats diferents) i la reconstrucció es pot realitzar mitjançant canals de comunicació insegurs, sense la necessitat d'un combinador. S'analitzen també diferents extensions de l'esquema que permeten dotar-lo de prestacions addicionals, que el fan més atractiu per a ser emprat com a subprotocol en aplicacions criptogràfiques distribuïdes. En particular, l'esquema pot ser proactiu, verificable, públicament verificable i robust. Pel que fa a la seguretat,

aquesta queda provada davant d'adversaris passius, i està basada en hipòtesis estàndards d'intractabilitat computacional, com és el problema decisional de Diffie-Hellman.

D'altra banda, s'estudia la relació existent entre els esquemes dinàmics computacionalment segurs i els criptosistemes de desxiframent compartit. Malgrat que ambdós sistemes havien estat tractats de independentment, es mostra que poden encabir-se dins un model comú. Aquesta situació permet definir certs paràmetres que poden ser emprats per contrastar l'eficiència dels diferents protocols. Mitjançant aquests paràmetres es pot avaluar el volum d'informació (pública i secreta) que es necessita gestionar en cada sistema, així com el volum de comunicacions necessàries.

Finalment, es descriu i analitza una aplicació de l'esquema estudiat a un protocol de criptografia de grup: les caixes de seguretat virtuals distribuïdes. Mitjançant aquest protocol, un usuari pot dipositar certa informació secreta a una entitat distribuïda. En el moment en què l'usuari vulgui recuperar el secret, serà necessària la col·laboració d'una col·lecció d'agents autoritzats per l'entitat (d'aquesta manera es garanteix l'accessibilitat i la disponibilitat de la informació). Tanmateix, es garanteix que l'entitat no pugui tenir accés a la informació secreta, ni tan sols després de l'execució del procés de recuperació. En darrer lloc, es planteja també una modificació d'aquest sistema per tal de dotar-lo, a més, de proactivitat.

- MARTA CASANELLAS RIUS va llegir la seva tesi, dirigida per Rosa M. Miró-Roig, titulada *Teoría de liaison en codimensió arbitrària*, el dia 11 de gener de 2002. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.

L'objectiu de la teoria de liaison és estudiar esquemes algebraics «lligant-los» a altres esquemes més senzills. Diem que dos esquemes estan G-lligats (resp. CI-lligats) si la seva unió és un esquema aritmèticament Gorenstein (resp. intersecció completa). La teoria de G-liaison (resp. CI-liaison) és l'estudi de les classes d'equivalència generades per aquests lligams. La CI-liaison va ser plenament desenvolupada en les últimes dècades del segle XX però només s'han pogut classificar completament les classes de CI-liaison d'esquemes de codimensió 2 en espais projectius. Ens els darrers anys s'ha demostrat que la teoria de G-liaison pot ser una bona generalització de la teoria de liaison en codimensió arbitrària. L'objectiu d'aquesta tesi doctoral ha estat aportar més resultats que con-

tribueixin a desenvolupar la teoria de G-liaison en codimensió arbitrària. Amb aquesta finalitat hem estudiat les classes de G-liaison de divisors d'esquemes determinants estàndard i de scrolls racionals normals i hem utilitzat les eines introduïdes per Kleppe, Migliore, Miró-Roig, Nagel i Peterson a *Memoirs AMS*, 732 (2001). Entre altres resultats, hem demostrat que totes les corbes aritmèticament Cohen-Macaulay que són divisors de superfícies aritmèticament Cohen-Macaulay generals de \mathbb{P}^4 o de scrolls racionals normals estan en la classe de G-liaison d'una intersecció completa. També hem obtingut resultats per a les classes de G-liaison d'esquemes no aritmèticament Cohen-Macaulay i els hem aplicat a l'estudi de l'estructura de les classes de G-liaison.

- MARINA NÚÑEZ OLIVA va llegir la seva tesi, dirigida per Eduardo Casas Alvero, titulada *Valoraciones centradas en el origen de \mathbb{C}^3* , el dia 27 de febrer de 2002. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.



L'estudi de les valoracions en geometria algebraica fou iniciat per Zariski a l'inici dels anys quaranta, com una eina per a la resolució de singularitats. Abhyankar defineix el transformat quadràtic d'un anell local regular al llarg d'una valoració i prova que, en el cas de dimensió dos, si tenim una successió d'anells locals regulars, cada un dels quals és el transformat quadràtic de l'anterior, existeix una única valoració del cos de quocients centrada en l'ideal maximal de cada transformat quadràtic. A partir d'aquí altres autors han obtingut una classificació de les valoracions planes.

Tot i que la primera part de la tesi tracta de valoracions de l'anell local d'un punt en una varietat algebraica no singular de dimensió n , la tesi està dedicada, principalment, a l'estudi de les valoracions de l'espai, valoracions de $\mathcal{O}_{\mathbb{C}^3, O}$, mitjançant les seves successions de centres (que són una dada equivalent a la successió de transformats quadràtics al llarg de la valoració) i les relacions de proximitat entre aquests centres.

Es defineix la successió de centres d'una valoració de l'anell local d'un punt p d'una varietat algebraica no singular de dimensió n , que és una successió d'esquemes irreductibles infinitament pròxims a p , cada un en el primer

entorn del precedent. S'introdueix la multiplicitat de la valoració en cada centre i es demostra una fórmula de Noether per valoracions que dona lloc a unes relacions de proximitat entre les multiplicitats. El principal resultat d'aquesta part és que, quan hi ha una successió de centres infinitament pròxims a p amb una infinitat de centres lliures, sempre es pot definir una successió de multiplicitats compatibles amb les relacions de proximitat entre els centres, i a més existeix una valoració de l'anell local de p amb aquests centres i multiplicitats. Així es generalitza, per aquesta successió particular, el resultat de Abhyankar per a les valoracions planes. No obstant això, a diferència del que succeeix en el cas pla, la valoració obtinguda pot no ser única, com es mostra amb un exemple.

En la segona part de la tesi ens restringim a les valoracions de l'espai i es demostra que, donada qualsevol successió de punts infinitament pròxims a l'origen O de \mathbb{C}^3 , cada un d'ells en el primer entorn del precedent, existeix una successió de multiplicitats compatibles amb les relacions de proximitat. Per a algunes successions de centres aquestes multiplicitats no estan únicament determinades, a diferència del que succeeix en el pla. En el cas en què la successió

de centres té infinits satèl·lits consecutius, s'ha hagut de desenvolupar un algorisme de fracció contínua multidimensional, la convergència del qual ens permet definir les multiplicitats associades a aquesta successió de centres. A més, fixada qualsevol successió de centres i multiplicitats associades que compleixen relacions de

proximitat, es demostra l'existència d'una valoració amb aquests centres i multiplicitats. D'aquest estudi s'obté una classificació de les valoracions de l'espai en nou tipus, depenent de les propietats de proximitat de la seva successió de centres, i per cada un es calculen invariants clàssics, com són el rang i el rang racional.

- JOSEP ÀLVAREZ MONTANER va llegir la seva tesi, dirigida per Santiago Zarzuela, titulada *Local cohomology modules supported on monomial ideals*, el dia 24 de maig de 2002. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.

L'objectiu d'aquesta tesi és la classificació de les corbes de gènere 2 sobre un cos arbitrari, en especial el cos dels nombres racionals. Com a aplicació, en el cas de les corbes de gènere 2 amb grup d'automorfismes isomorf al grup diedral d'ordre 8 o 12, s'obté una descripció molt precisa dels quocients el·líptics d'aquestes corbes i es determina exactament quines varietats abelianes de tipus GL_2 apareixen, llevat d'isogènia, com a jacobianes d'aquestes corbes.

La classificació de les corbes de gènere 2 sobre un cos algebraicament tancat va ser iniciada per Bolza i Clebsch en termes d'invariants de formes binàries sèxtiques i, finalment, completada per Igusa, el qual troba un model afí per a \mathcal{M} , la varietat de mòduli que classifica les classes d'isomorfisme d'aquestes corbes. Aquesta varietat s'obté per extensió d'escalars a partir d'un esquema afí sobre \mathbb{Z} (la varietat de mòduli «aritmètica») i, per tant, està definida sobre qualsevol cos que es vulgui considerar. Els punts de mòduli corresponents a corbes definides sobre un cos k qualsevol estan definits sobre aquest cos. El fet recíproc, que tot punt de mòduli definit sobre k correspongui a una corba definida sobre k , no sempre és cert.

En aquesta memòria es prova que tot punt k -definit de \mathcal{M} corresponent a corbes amb més automorfismes que la involució hiperel·líptica prové d'una corba definida sobre k . Això completa l'estudi que va fer Mestre del cas $\text{Aut}(C) \simeq C_2$, on l'obstrucció al fet que existeixi una corba tal ve donada per un element de $\text{Br}_2(k)$. Per a tot punt de \mathcal{M} , excepte el que correspon a les corbes amb grup d'automorfismes

\tilde{S}_4 , es classifiquen les classes de k -isomorfisme de corbes que té associades, i es donen equacions genèriques de corbes que, per especialització dels seus paràmetres a elements de k , proporcionen representants de totes aquestes classes.

Les \mathbb{Q} -corbes i les varietats de tipus GL_2 són objectes aritmicogeomètrics que han estat molt estudiats durant l'última dècada pel fet que, conjecturalment, les propietats que els defineixen són exactament les que determinen la modularitat.

Pel que fa a la relació d'una corba C de gènere 2 definida sobre \mathbb{Q} amb aquests objectes, hi ha dos fets que hem de tenir en compte: la possibilitat que C tingui com a quocient una \mathbb{Q} -corba i la possibilitat que la jacobiana de C sigui de tipus GL_2 . Tots dos fets són prou interessants i proporcionen informació per a l'estudi de l'aritmètica de la corba de gènere 2, sobretot en el cas que es conegui la modularitat de l'objecte associat.

Amb aquest objectiu, en aquesta memòria s'estudia el cas de les corbes de gènere 2 amb grup d'automorfismes isomorf a D_8 o a D_{12} i es prova que els seus quocients el·líptics són precisament les \mathbb{Q} -corbes de grau 2 o 3, parametritzades pels punts racionals de les corbes modulars $X^*(2)$ i $X^*(3)$, respectivament. El fet de conèixer bé les classes d'isomorfisme de les corbes de gènere 2 sobre \mathbb{Q} permet donar resultats molt precisos sobre els cossos de definició dels morfismes de C cap a les \mathbb{Q} -corbes quocient, i permet també determinar quines d'aquestes tenen jacobiana de tipus GL_2 .

- CARLOS SEARA OJEA va llegir la seva tesi, dirigida per Ferran Hurtado Díaz, titulada *On geometric separability*, el dia 3 de juny, de 2002. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Els separadors geomètrics són útils en els camps on cal separar/discriminar objectes. Un conjunt finit S de superfícies és un *separador* de conjunts d'objectes a \mathbb{R}^d si les components connexes de $\mathbb{R}^d - S$ contenen objectes de només un tipus determinat. Houle suggereix que aquest concepte es pot estendre a casos on no és possible la separabilitat en sentit estricte. Megiddo i Houle van resoldre en temps lineal el problema decisional de la separabilitat lineal per a conjunts de punts o cercles. Bhattacharya, Boissonnat *et al.*, O'Rourke *et al.* i Fish van estudiar el problema de la *separabilitat circular*. Edelsbrunner i Preparata van estudiar la separabilitat amb poligonals convexes.

En aquesta tesi s'estudien criteris de separabilitat d'objectes geomètrics. Es considera la separabilitat geomètrica de dos o més conjunts d'objectes del pla, i es fa alguna incursió a l'espai. S'estudia la separabilitat per falca, banda i doble falca i es donen algorismes òptims per calcular totes les solucions factibles. Es mostra que, quan es passa de la separabilitat lineal a la separabilitat amb *dues* rectes, hi ha un cost logarítmic afegit a la complexitat dels algoris-

mes. Com a aplicacions, es millora el càlcul dels cercles màxims que separen dos conjunts de segments amb un factor logarítmic; es generalitza l'algorisme d'Edelsbrunner i Preparata per calcular el mínim separador poligonal de dos conjunts de punts a dos conjunts de segments o cercles, i es resol un problema obert per Edelsbrunner i Preparata sobre la fita inferior a la separabilitat per un triangle. S'estudia la separabilitat per poligonals de gir constant amb angle màxim i nombre d'arestes mínim.

Es descriuen algorismes eficients per als problemes següents: 1) decidir la separabilitat per dues falques o bandes; 2) calcular el mínim nombre de rectes paral·leles o de raigs amb vèrtex comú que separen $k \geq 2$ conjunts de punts, així com decidir l'existència de separadors específics: $k - 1$ rectes paral·leles, k raigs amb vèrtex comú, k rectes concurrents i dos o tres rectes; 3) minimitzar el nombre de punts mal classificats amb una banda o una falca i calcular les falques amb un únic punt mal classificat. Finalment, s'estenen alguns criteris de separabilitat a l'espai i s'obtenen algorismes que resolen aquests problemes.

- JOSEP ELGUETA MONTO va llegir la seva tesi, dirigida per Sebastià Xambó i Descamps, titulada *Cohomologia i teoria de deformacions de 2-categories semigrupals*, el dia 21 de juny de 2002. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

En aquest treball definim una cohomologia per a qualsevol 2-categoria semigrupal semistricta K -lineal (més breument, semigrup de Gray) i provem que les seves deformacions de primer ordre, mòdul la noció convenient d'equivalència, estan en bijecció amb els elements del segon grup de cohomologia. Per a la construcció, utilitzem un complex doble, similar al complex de Gerstenhaber i Schack per a biàlgebres, i en el qual el paper del producte i del coproducte el fan la composició i el producte tensorial de 1-morfismes. També identifiquem les cohomologies que descriuen separadament les deformacions del producte tensorial, de l'associador i del

pentagonador. Per tal d'obtenir aquests resultats, introduïm una cohomologia per a qualsevol pseudofunctor unitari K -lineal que en descriu les deformacions purament pseudofunctorials i que generalitza la cohomologia introduïda per Yetter per a functors semigrupals. La motivació principal del treball prové de l'aplicació que, presumiblement, ha de tenir per a la construcció de teories quàntiques de camps topològiques en dimensió quatre que portin a invariants interessants de les varietats d'aquesta dimensió (invariants de Donaldson?). En l'últim capítol també apuntem el possible interès que la teoria pot tenir en teoria de l'homotopia.

- NATALIA SADOVSKAIA NURIMANOVA va llegir la seva tesi, dirigida per Rafael Orlando Ramírez Inostroza, titulada *Problemes inversos en la teoria de les equacions diferencials ordinàries*, el dia 21 de juny de 2002. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Es plantegen i s'estudien els següents problemes inversos:

I. Problema de Dainelli-Suslov

Sigui X una varietat de configuració de dimensió N , equipada amb una mètrica riemanniana G i sigui $T(X)$ l'espai de fases amb coordenades locals

$$(x, \dot{x}) = (x^1, \dots, x^N, \dot{x}^1, \dots, \dot{x}^N).$$

Es vol determinar les funcions

$$F_1, \dots, F_N \in C^r(T(X)), r \geq 0$$

de tal manera que el sistema d'equacions diferencials

$$\begin{cases} \dot{x} = G^{-1}p \\ \dot{p} = F \end{cases}$$

admeti les integrals particulars

$$\dot{x} - v(x) = 0,$$

on $p = (p_1, \dots, p_N)^T$, $F = (F_1, \dots, F_N)^T$, v és un cert camp vectorial sobre X .

Resultats obtinguts

1. Es proposen els enfocaments lagrangià i cartesià per a sistemes amb enllaços lineals respecte de les velocitats.
2. Se soluciona el problema invers en la mecànica celeste.

II. Problema d'Erugin-Galiullin

Siguin $g_1, \dots, g_N, g_{N+1}, \dots, g_S \in C^r(D \subset R^N)$ funcions donades de tal manera que

$$dg_1 \wedge \dots \wedge dg_N(\partial_1, \dots, \partial_N)|_{g_j=0} \neq 0, j = 1 \dots N.$$

Es vol construir el camp vectorial v de tal manera que el sistema $\dot{x} = v(x)$ admeti com a integrals particulars les funcions donades.

Resultats obtinguts

1. Se soluciona el problema d'Erugin-Galiullin. S'estudia el cas en que les integrals particulars són algebraïques.
2. S'estudia el problema 16 de Hilbert per a cicles límit algebraïcs.

- FRANCESC XAVIER BARCA va llegir la seva tesi, dirigida per Guillermo Lusa, titulada *Els inicis de l'enginyeria nuclear a Barcelona la Càtedra Ferran Tallada (1955–1962)*, el dia 2 de juliol de 2002. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.



Fa cent-cinquanta anys que es van crear els estudis d'enginyeria industrial a Espanya amb l'objectiu de donar resposta a la creixent industrialització. Tanmateix, de totes les escoles inicialment creades sols l'Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona va continuar la seva tasca sense interrupció des de 1851. A un període tan dilatat d'existència li correspon un ampli ventall d'esdeveniments. No obstant això, aquesta tesi sols n'estudia un de concret, emmarcat entre dues dates: la creació de la Càtedra Ferran Tallada el 1955 i els esdeveniments que s'hi relacionen fins que el 1962 la primera promoció d'alumnes del pla 1957 va iniciar les matèries pròpies de l'especialitat de tècniques energètiques. Així, doncs, en primer lloc hem

duat a terme un estudi de la situació internacional a través d'una classificació de països implicats atenent al nombre de reactors de recerca i de potència que posseïen, cosa que ens ha permès situar Espanya dins d'un grup de països de desenvolupament similar pel que fa a l'energia nuclear.

A continuació, hem estudiat les peculiaritats del desenvolupament nuclear espanyol des de la constitució d'EPALE (Estudios y Patentes de Aleaciones Especiales) fins a la creació de la Junta d'Energia Nuclear. I després, hem analitzat les repercussions del programa Àtoms per la Pau, fins a la construcció dels primers reactors experimentals.

El nucli central de la tesi el constitueix l'anàlisi de les activitats docents de la Càtedra Ferran Tallada durant els primers anys i el paper rellevant que va tenir en la formació dels enginyers que haurien de fer-se càrrec de les futures centrals nuclears de potència. La comparació dels estudis impartits amb els dels altres països, desenvolupada en un altre capítol, permet confirmar que, tant per la durada com pels continguts, els ensenyaments de la càtedra barcelonina estaven en la mateixa línia que altres destacades escoles d'enginyeria europees.

Tot i gaudir de condicions nacionals i internacionals favorables, el ràpid i reeixit establiment i posterior desenvolupament de la Càtedra Ferran Tallada no pot explicar-se sense tenir en compte la decidida implicació dels industrials agrupats a la Cambra Oficial d'Indústria. La tesi analitza la participació decidida de la Cambra en el suport als ensenyaments tècnics, en general, i als nuclears, en particular, a través de subvencions, beques i de l'adquisició per a l'Escola d'un reactor nuclear anomenat *Argos*.

La construcció i instal·lació del reactor *Argos*, que és estudiat en un altre capítol, va significar una important innovació tant en el camp polític com en el tecnològic, ja que fou el

primer reactor construït a Espanya. Per això creiem que, lluny dels criteris de rendibilitat econòmica, l'*Argos* fou dut a terme per la Junta d'Energia Nuclear per raons estrictament polítiques que cercaven la formació i ensinistrament dels tècnics, amb la finalitat que la construcció d'aquest reactor servís de prova per a la realització posterior d'un reactor prototip espanyol que fos model per a les futures centrals nuclears. Finalment, amb la constitució de l'especialitat de Tècniques Energètiques — especialitat adreçada a la formació en enginyeria nuclear— la Càtedra Ferran Tallada, gràcies també a la col·laboració de la Cambra, va reorientar la seva activitat cap a les aplicacions dels isòtops radioactius, aspecte que és estudiat en un altre capítol.

Es pot concloure, doncs, que la professionalització de l'enginyeria nuclear a l'Escola d'Enginyeria Industrials de Barcelona va ser possible gràcies a la voluntat decidida de la societat civil i més concretament dels industrials que, des de la Cambra Oficial d'Indústria, apostaren fort per la formació dels tècnics en aquesta disciplina com a pas previ al desenvolupament de l'energia nuclear amb la construcció de centrals productores d'energia elèctrica.

- ROSER GUÀRDIA RIERA va llegir la seva tesi, dirigida per Ferran Hurtado Díaz, titulada *Problemes geomètrics sobre inscripció i partició de figures*, el dia 10 de juliol de 2002. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

En aquesta tesi es tracten bàsicament dos tipus de problemes:

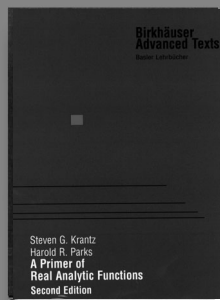
1. El primer versa sobre inscripció i contenció de certes figures geomètriques en polígons simples.
2. El segon tracta sobre particions equitatives d'un o més conjunts realitzades mitjantçant diversos tipus de talls.

En primer lloc s'inclouen resultats sobre el nombre màxim de quadrats i de polígons monòtons maximals combinatòriament equivalents inscrits en un polígon simple. Es proporcionen fites d'ordre asimptòticament òptim i es donen algorismes eficients per a la localització dels quadrats i per al càlcul del monòton d'àrea màxima contingut en un d'aquests polígons.

En relació amb el segon problema estudiat es presenten resultats sobre equiparticions de cossos convexos realitzades per mitjà de cordes. Es proven dos resultats bàsics, un per al cas en què les cordes no es tallen i un altre per al cas en què les cordes tenen en comú un punt interior.

Finalment, es tracten les equiparticions simultànies de les àrees de conjunts compactes plans, generades per diversos tipus de talls. S'analitzen bàsicament les particions per bandes, falques i altres regions convexes, tant fitades com no fitades de dos o més conjunts. S'estenen alguns dels resultats anteriors a \mathbb{R}^3 .

Es donen també alguns algorismes per a la localització de les solucions.



ANALYSIS

Krantz, S., Washington University, St. Louis, USA /
Parks, H.R., Oregon State University, Corvallis, USA

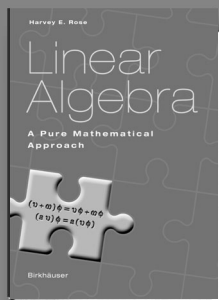
A Primer of Real Analytic Functions Second Edition

2002. 224 pages. Hardcover
€ 75.70 / CHF 119.-
ISBN 0-8176-4264-1
BAT - Birkhäuser Advanced Texts

"This well-organized and clearly written advanced textbook introduces students to real analytic functions of one or more real variables. Many historical remarks, examples and references to the literature encourage the beginner to study further this ample, valuable and exciting theory." (on the 1st edition)

New to the 2nd edition:

- A more revised and comprehensive treatment of the Faà di Bruno formula
- Topologies on the space of real analytic functions
- Alternative characterizations of real analytic functions
- Surjectivity of partial differential operators
- The Weierstrass Preparation Theorem



ALGEBRA

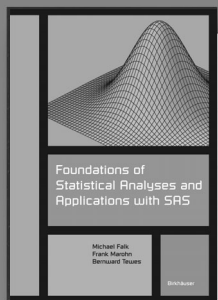
Rose, H. E., University of Bristol, Great Britain

Linear Algebra A Pure Mathematical Approach

2002. 264 pages. Hardcover
€ 44.86 / sFr. 70.-
ISBN 3-7643-6905-1

2002. 264 pages. Softcover
€ 22.43 / CHF 35.-
ISBN 3-7643-6792-X

Linear algebra is one of the most important branches of mathematics - important because of its many applications to other areas of mathematics, and important because it contains a wealth of ideas and results which are basic to pure mathematics. This book gives an introduction to linear algebra, and develops and proves its fundamental properties and theorems taking a pure mathematical approach. A large number of examples, exercises and problems are provided. Answers and/or sketch solutions to all of the problems are given in an appendix. The intended readership is undergraduate mathematicians, also anyone who requires a more than basic understanding of the subject.



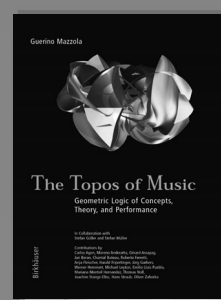
PROBABILITY & STATISTICS

Falk, M., University of Würzburg, Germany /
Marohn, F., Catholic University of Eichstätt-Ingolstadt, Germany /
Tewes, B., Catholic University of Eichstätt-Ingolstadt, Germany

Foundations of Statistical Analyses and Applications with SAS

2002. 412 pages. Softcover
€ 54.21 / CHF 84.-
ISBN 3-7643-6893-4

The analysis of real data by means of statistical methods with the aid of a software package common in industry and administration will certainly be part of a future professional work of many students in mathematics or mathematical statistics. Commonly there is no natural place in a traditional curriculum for mathematics or statistics, where a bridge between theory and practice fits into. On the other hand, the demand for an education designed to supplement theoretical training by practical experience has been rapidly increasing. There exists, consequently, a bit of a dichotomy between theoretical and applied statistics, and this book tries to straddle that gap.



GENERAL MATHEMATICS

Mazzola, G., University of Zürich, Switzerland

The Topos of Music Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance In Collaboration with: Stefan Göller and Stefan Müller

2002. 1368 pages.
Hardcover incl. CD-ROM
€ 119.63 / CHF 188.-
ISBN 3-7643-5731-2

The Topos of Music is the upgraded and vastly deepened English extension of the seminal German *Geometrie der Töne*. It reflects the dramatic progress of mathematical music theory and its operationalization by information technology. The conceptual basis has been vastly generalized to topos-theoretic foundations, including a corresponding thoroughly geometric musical logic. The theoretical models and results now include topologies for rhythm, melody, and harmony, as well as a classification theory of musical objects that comprises the topos-theoretic concept framework. Classification also implies techniques of algebraic moduli theory. The classical models of modulation and counterpoint have been extended to exotic scales and counterpoint interval dichotomies.

* € prices are net prices. All prices, dates and descriptions quoted are subject to change without

For orders originating from all over the world except USA and Canada:

Birkhäuser Verlag AG
c/o Springer GmbH & Co
Haberstrasse 7
D-69126 Heidelberg
Fax: ++49 / 6221 / 345 4229
e-mail: birkhauser@springer.de

For orders originating in the USA and Canada:

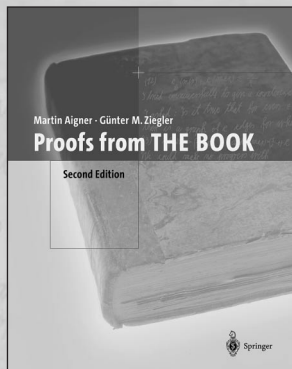
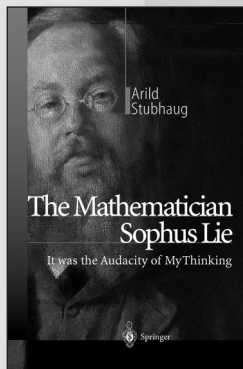
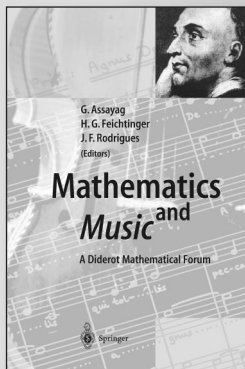
Birkhäuser
333 Meadowland Parkway
Secaucus
NJ 07094-2491 / USA
Fax: +1 201 348 4505
e-mail: orders@birkhauser.com

<http://www.birkhauser.ch>

Birkhäuser



General reading titles from Springer



G. Assayag, H.-G. Feichtinger, J. F. Rodrigues (Eds.)

Mathematics and Music

A Diderot Mathematical Forum

This book offers a journey into recent work relating music and mathematics. It contains a large variety of articles, covering the historical aspects, the influence of logic and mathematical thought in composition, perception and understanding of music and the computational aspects of musical sound processing.

2002. XVIII, 288 p. Hardcover € 64.95, £ 45.50; sFr 108.00
ISBN 3-540-43727-4

A. Stubhaug

The Mathematician Sophus Lie

It was the Audacity of My Thinking

In his comprehensive biography the author let us come close to both the person Sophus Lie and his time. We follow him through childhood at the vicarage in Nodfjordeid, his growing up in Moss, school and studying in Christiania, travelling in Europe and his contacts with the leading mathematicians of his time.

2002. XI, 555 p. 105 illus., 8 in color. Hardcover
€ 39.95; £ 28.00; sFr 68.50 ISBN 3-540-42137-8

Also by **A. Stubhaug**

NIELS HENRIK ABEL and his Times

Called Too Soon by Flames Afar

2000. X, 580 p. 51 illus., 13 in color. Hardcover
€ 44.95; £ 31.50; sFr 77.00 ISBN 3-540-66834-9

M. Aigner, G. M. Ziegler

Proofs from THE BOOK

From the reviews:

“...Clearly this second edition is dangerously well suited to infect the reader with the enthusiasm of the authors.”

(J.Elstrodt in Zentralblatt MATH)

2nd ed. 2001. Corr. 2nd printing 2002. VIII, 215 p. 240 illus.,
5 in color. Hardcover € 24.95, £ 17.50; sFr 43.00
ISBN 3-540-67865-4

P. Hilton, D. Holton, J. Pedersen

Mathematical Vistas

From a Room with Many Windows

Mathematical Vistas stimulates the interest of bright people in mathematics. The book consists of nine related mathematical essays which will intrigue and inform the curious reader. In order to offer a broad spectrum of exciting developments in mathematics, topics are treated at different levels of depth and thoroughness.

2002. XIV, 335 p. 162 illus. (Undergraduate Texts in Mathematics)
Hardcover € 69.95, £ 49.00; sFr 116.50
ISBN 0-387-95064-8

www.springer.de/math

Please order from

Springer · Customer Service · Haberstr. 7 · 69126 Heidelberg, Germany

Tel.: +49 (0) 6221 - 345 - 0 · Fax: +49 (0) 6221 - 345 - 4229

e-mail: orders@springer.de or through your bookseller

All Euro and GBP prices are net-prices subject to local VAT, e.g. in Germany 7% VAT for books and 16% VAT for electronic products. Prices and other details are subject to change without notice. d&p · 9108.MNT/SF



Springer



SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

Filial de l'INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS

Carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona

Correu electrònic: scm@iecat.net

Adreça d'Internet: <http://www.iecat.net/scm>

Sol·licitud d'inscripció com a soci de la SCM / o actualització de dades

Tipus de soci: Ordinari Estudiant Institució
(cal acreditació)

Desitjo fer-me soci de: SCM RSME EMS SCM-RSME-EMS

Nom i cognoms: _____
o denominació de la institució

Adreça: _____ Telèfon: _____

Fax: _____ Correu electrònic: _____

Codi postal: _____ Població: _____

Lloc d'estudi o de treball: _____

.....

Butlleta per a la domiciliació de la quota de soci de la SCM i/o de l'EMS

La persona sotasignada autoritza que anualment es faci efectiu el rebut de soci de la Societat Catalana de Matemàtiques/Societat Matemàtica Europea a nom de _____

a la llibreta d'estalvi/el compte corrent/la targeta de crèdit que s'indica seguidament:

Titular del compte: _____

Entitat bancària: _____

Codi de l'entitat bancària:

Adreça de l'oficina: _____

Codi de l'oficina i dígit de control:

Número del compte o llibreta:

Targeta de crèdit:

Vàlida fins al:

Data: _____ DNI: _____

Signat: _____

Signatura

La quota actual de la SCM és de 24 euros per a socis ordinaris, de 12 euros per a estudiants i de 48 euros per a institucions. La quota de reciprocitat de l'EMS és de 20 euros i la de la RSME és de 21 euros. Per gaudir d'aquestes quotes cal pertànyer a la SCM.



SCM / Notícies / 18
Edita la Societat Catalana de Matemàtiques
Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

