



---

SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

---

President: Joan de Solà-Morales  
Vicepres.: Joaquim Ortega-Cerdà  
Secretària: Mercè Farré i Cervelló  
Tresorera: Mariona Petit i Vilà  
Vocals: Josep Grané i Manlleu  
Josep M. Mondelo i González  
Ignasi Mundet i Riera  
Carles Romero i Chesa  
Albert Ruiz i Cirera  
Oriol Serra i Albó  
Esther Silberstein  
Manel Udina i Abelló  
Enric Ventura Capell

Delegat  
de l'IEC: Joan Girbau i Badó

---

Comunicacions:

Carrer del Carme, 47  
08001 Barcelona  
Tel.: **932 701 620**  
Fax: **932 701 180**  
A/e: scm@iec.cat

Secretària: Núria Fuster  
Tel.: **933 248 583** de 10 a 17 h

---

SCM/Notícies

**Juliol 2011. Número 31**

Edita:

Societat Catalana de Matemàtiques  
(filial de l'Institut d'Estudis Catalans)

Editor en cap:

Enric Ventura Capell  
enric.ventura@upc.edu

---

Disseny: Teresa Sabater

Compost en  $\LaTeX$ : Maria Julià

---

Foto de portada:

John Milnor, Premi Abel 2011.

ISSN: 1696-8247

Dipòsit Legal: B.9480-2003

---

## Índex

---

|  |           |
|--|-----------|
| <b>La Junta informa</b>                                  | <b>1</b>  |
| Report d'activitats                                      | 1         |
| La nova revista <i>NouBiaix</i>                          | 3         |
| <b>Cartes a l'editor</b>                                 | <b>3</b>  |
| <b>Internacional</b>                                     | <b>5</b>  |
| La columna de l'EMS                                      | 5         |
| Reunió dels presidents de les societats de l'EMS         | 6         |
| <b>Noticiari</b>   | <b>7</b>  |
| II Trobada de Societats d'Educació Matemàtica            | 7         |
| Centenari del naixement de L. A. Santaló                 | 8         |
| La Matefest-Infifest 2011 de la UB                       | 10        |
| Les universitats informen                                | 11        |
| <b>Activitats de la SCM</b>                              | <b>15</b> |
| 14a Trobada Matemàtica                                   | 15        |
| La química i el futbol                                   | 16        |
| El Cangur a l'estiu                                      | 17        |
| <i>L'avi que estimava les matemàtiques</i>               | 20        |
| XLVII Olimpíada Matemàtica Espanyola                     | 22        |
| <b>Agenda</b>  | <b>24</b> |
| <b>Contribucions</b>                                     | <b>25</b> |
| Entrevista a J. M. Brunat                                | 25        |
| Algunes citacions matemàtiques                           | 29        |
| <b>Premis</b>  | <b>32</b> |
| Premi Abel 2011  | 32        |
| Societat Catalana de Matemàtiques                        | 36        |
| Fundació Ferran Sunyer i Balaguer                        | 38        |
| <b>Parlem de llibres</b>                                 | <b>46</b> |
| Què en sabem, del pensament i<br>de la matemàtica grega? | 46        |
| <b>Racó biogràfic</b>                                    | <b>49</b> |
| <b>Webs de matemàtiques</b>                              | <b>56</b> |
| <b>Problemes</b>   | <b>57</b> |
| <b>Tesis</b>   | <b>63</b> |

## Report d'activitats

Aquest és el primer report de la nova Junta Directiva, en actiu des del 24 de novembre de 2010 i presidida per Joan de Solà-Morales, amb Quim Ortega-Cerdà, Mariona Petit i qui subscriu aquest escrit, Mercè Farré. Tots nosaltres hem iniciat amb molt d'entusiasme la tasca que ens va delegar l'assemblea general de socis. Disposem de l'ajuda de Núria Fuster, dels vocals i d'altres col·laboradors sense els quals la major part del que descrivim a continuació no hauria estat possible. Recordem els vocals, tant els que estaven a la Junta anterior: Josep Grané, Joan Girbau (delegat de l'Institut d'Estudis Catalans (IEC)), Josep Maria Mondelo, Ignasi Mundet, Carles Romero, Oriol Serra, Manel Udina i Enric Ventura, com els que s'han incorporat de nou: Albert Ruíz i Esther Silberstein. Tots ells i els membres dels comitès, científic i de publicacions són els actors principals de les activitats de la societat.

Destacarem algunes accions dutes a terme en aquest darrer període, sense pretendre ser exhaustius. Comencem parlant de la conferència inaugural del curs 2010-2011, a càrrec de Joan Girbau, professor de la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB), pronunciada amb l'objectiu d'apropar-nos a «L'equació d'Einstein del camp gravitatori», de la qual es va publicar un ampli resum a la *SCM/Notícies* 30. Aquest acte i la posterior assemblea general de la Societat, organitzats per la Junta Directiva anterior, que presidia Carles Perelló, van marcar l'inici de l'any acadèmic i donaren el tret de sortida a la nova directiva.

Cal posar en relleu les activitats dirigides a estudiants d'ensenyament secundari, pel seu volum i pel seu impacte social i en els mitjans de comunicació. El Cangur és l'activitat amb més participació i aplega cada any un grup molt nombrós de participants, de voluntaris i de col·laboradors. El Cangur 2011 es va dur a terme exitosament el 17 de març, data de la celebració internacional de Le Kangourou sans Frontières, amb prop de vint mil participants a l'àrea de Catalunya i Andorra. La preparació prèvia i la realització de la prova requereixen un gran esforç per part de tots, sobretot dels organitzadors. El dia 19 de maig de 2011, al Paraninf de la

Universitat de Barcelona (UB) tingué lloc un l'acte de lliurament de premis als alumnes més destacats de cada grup, acte molt lluït i amb una gran assistència que va tenir la presència, a la mesa presidencial, de la consellera d'Ensenyament, Irene Rigau.

També a final de març, del 24 al 27, va celebrar-se a Pamplona la XLVII Olimpíada Matemàtica Espanyola (OME). L'equip català, format pels nou alumnes seleccionats en la fase catalana de l'Olimpíada, celebrada el desembre de 2010, va obtenir vuit medalles, dues d'or, quatre de plata i dues de bronze. Darío Nieuwenhuis Nivelá i Eric Milesi Vidal, els dos catalans que van obtenir medalla d'or a l'OME, participaran aquest juliol a Amsterdam a la 52nd International Mathematical Olympiad. Felicitem a tots els participants i animem especialment els representants a Europa.

Paral·lelament, va tenir lloc el concurs de Problemes a l'Esprint, organitzat conjuntament per la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM), la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (FEEMCAT) i el Creamat. És una activitat complementària del Cangur, en la qual es treballa per equips de centre i en línia. S'inicià l'any 2000 i en l'edició d'enguany s'han agrupat els participants en quatre nivells. Els «esprints» van començar el 26 de gener per a batxillerat i acabaren el 6 d'abril per als equips del cicle superior de primària. Enguany s'ha posat en marxa una iniciativa nova i diferent, i a un altre ritme, anomenada Marató de Problemes; es tracta d'una proposta de treball individual a casa, una manera organitzada i constant d'abordar qüestions matemàtiques. A més de treballar i col·laborar en totes aquestes i altres activitats, com l'Estalimat, la SCM organitza les Sessions d'Aprofundiment en Matemàtiques. Se'n fan a l'IES La Sedeta, al Departament de Matemàtiques de la UAB i a la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Al web [www.cangur.org](http://www.cangur.org) trobareu més informació d'aquestes activitats.

De la mateixa manera que vol cuidar l'ensenyament, la SCM vol fer arribar a la comunitat matemàtica els avenços en la recerca, tant en

les àrees de coneixement més clàssiques com en les de desenvolupament més recent, siguin pures o interdisciplinàries. La investigació matemàtica que podríem considerar «vinculada a Catalunya» està fortament globalitzada i al dia, rep *inputs* i fa aportacions constants. S'articula en grups de recerca en universitats i centres d'investigació que duen a terme un seguit de projectes certament diversificats, en connexió permanent amb grups d'arreu del món. Cada any, a les acaballes de la primavera, la Trobada Matemàtica vol ser un punt de reunió de la recerca catalana. El 2011, la 14a Trobada Matemàtica va tenir lloc el 20 de maig a l'IEC i tingué quatre conferenciant, triats pel Comitè Científic de la SCM, de gran nivell científic: Luis Dieulefait (UB) ens va parlar de «Formes automorfes i grups de Galois lineals: un camí d'anada i tornada», Marc Noy (UPC) ens explicà l'«Enumeració de grafs en superfícies», Frederic Utzet (UAB) ens introduí en el món de les «Grans matrius aleatòries i probabilitats lliures» i Gerard Gómez (UB) ens féu saber «Algunes qüestions relatives al transport de matèria al sistema solar». Els agraïm l'esforç per a fer-nos partícips dels seus interessos i avenços en els àmbits d'investigació respectius. Són una bona però petita mostra de la multitud de camps que inclou la recerca matemàtica de Catalunya i de la molta gent que hi participa.

Així mateix, la SCM vol incidir en la formació avançada en matemàtiques i en la seva divulgació, amb la vocació dual de ser receptius a allò que ens envolta i d'obrir el nostre món a l'exterior. En aquest sentit, al mes de maig es van programar dues conferències, en col·laboració amb el Centre de Recerca Matemàtica (CRM). La primera, a càrrec d'Agustí Lledós, catedràtic de Química Física de la UAB, es va titular «La química de la vida, l'energia i la sostenibilitat explicada a un professor de ma-

temàtiques». Amb la motivació extra de l'Any Internacional de la Química, es volien atansar els dos mons, dues ciències clàssiques, la química i les matemàtiques. Tim Myers, investigador del CRM, fou el convidat a impartir la segona conferència, «Does the football really matter?», per apropar-nos a una aplicació interessant de les matemàtiques. Ja al mes de juny, els dies 7 i 9, Eduard Gallego (UAB) va impartir el curs «Geometria integral: de les probabilitats geomètriques a les valoracions». Amb aquest curs, amb la reedició d'un llibre i amb altres activitats futures, la SCM s'afegeix a la commemoració del centenari del naixement del professor Lluís Santaló, que és considerat un dels pares de la geometria integral i un dels matemàtics catalans més universals.

Els premis són un estímul més, un reconeixement de la feina ben feta i un marc per a la divulgació del treball de cada dia. Al premi Évariste Galois 2011, convocat per la SCM, s'hi presentaren molt bons treballs de màster. El jurat concedí el premi a Joaquim Serra i Montolí pel treball «Dos problemes de simetria en equacions de reacció-difusió».

Fins aquí hem volgut deixar constància d'activitats ja realitzades, però també volem esmentar les activitats que s'estan preparant per a la tardor. Al setembre es farà la conferència CSASC2011, organitzada per les societats matemàtiques d'Àustria, Eslovènia, Eslovàquia, Txèquia i Catalunya, que enguany es farà a Àustria i que tindrà una participació important de matemàtics catalans. La 8a Jornada d'Ensenyament de les Matemàtiques tindrà com a eix vertebrador el tema de l'avaluació. També a la tardor es durà a terme la 2a Jornada SCM de Joves Investigadors en Matemàtiques i es faran nous actes, a Girona, en honor de Lluís Santaló.

Mercè Farré  
Secretària de la SCM

## La nova revista *NouBiaix*

Acaba de sortir a la llum el número 1 de la revista *NouBiaix* (corresponent al número 30 de la revista *Biaix*). És el fruit de les negociacions entre la Societat Catalana de Matemàtiques —que creia en la conveniència de fer una revista d'aquesta mena— i la FEEMCAT —que ja editava la prestigiosa i coneguda *Biaix*— per disposar d'una revista catalana adreçada als professors de matemàtiques de tot l'espectre docent, fonamentalment el no universitari. Creiem sincerament que coordinar esforços i iniciatives és bo i que caldria fer-ho més sovint.

Entenem que la docència és un procés continu al llarg dels anys de formació dels estudiants i que és molt positiu que ensenyants de primària, d'ESO i de batxillerat (i també caldria que s'hi incorporessin els d'universitat) comparteixin els coneixements sobre la seva tasca docent, les seves inquietuds didàctiques, les seves experiències

a l'aula, les seves preocupacions metodològiques, etc. I un pas en aquesta direcció, potser no suficient però sí molt necessari, és precisament disposar d'una revista conjunta que reculli aquestes qüestions: el *NouBiaix* neix amb aquest objectiu.

La iniciativa —ja endegada, la llavor es va plantar fa uns tres anys— és a punt de fruitar, però serà una feina vana si vosaltres, membres de la Societat Catalana de Matemàtiques, no la feu vostra i hi col·laboreu amb aportacions personals. Fem, doncs, una crida a la participació —tant a la positiva, amb articles, notes, acudits, fotografies, informacions, comentaris, com a la negativa, amb crítiques constructives— per a fer que l'aventura —i l'esforç d'uns poquets— hagi valgut la pena.

Gràcies per la vostra col·laboració.

Josep Pla i Mequè Edo  
Directors de *NouBiaix*

## Cartes a l'editor

Seguint el suggeriment de diversos socis i lectors habituals de la *SCM/Notícies*, estrenem la secció «Cartes a l'editor», amb la idea d'oferir a tots els socis i amics de la Societat Catalana de Matemàtiques un espai on poder expressar públicament les seves opinions, inquietuds, preocupacions, suggeriments, idees, anuncis o fins i tot crítiques, si són constructives i adequades. Tindran prioritat les cartes que tractin temes relacionats amb qualsevol àmbit de les matemàtiques (recerca, ensenyament a tots els nivells, didàctica, divulgació, etc.), tant si són de professors com d'estudiants, d'universitat o de secundària... Però també seran ben vinguts els escrits d'altres temes, ja siguin acadèmics, de llengua i cultura catalanes o, en fi, de qualsevol altre que vulgueu tractar.

Com és lògic, les cartes que aniran apareixent en aquesta nova secció hauran d'anar signades amb el nom i cognoms de l'autor, i les opinions i comentaris que s'hi expressin es podran atribuir únicament al sotasignat i no representaran necessàriament cap opinió ni posicionament de la SCM ni de la seva Junta.

Encetem aquesta primera secció amb una carta molt interessant del nostre president. Com ell mateix diu (i tal com ha de ser, segons el que diem al paràgraf anterior), parla a títol personal i no com a president de la SCM. Anímem tots els socis, que esteu llegint aquestes línies a reaccionar i dir-hi la vostra, sobre aquests o altres temes que us inquietin.

Esperem les vostres «Cartes a l'editor»

Enric Ventura  
Editor de la *SCM/Notícies*

Benvolgut Enric,

Com deus recordar, vam estar parlant de la conveniència que el president de la SCM tingui un espai més o menys fix dins de la *SCM/Notícies* per a dirigir-se als socis. Crec que és una bona idea, però no sé si prefereixo de moment escriure't les meves opinions i les meves idees en forma de carta i demanar-te que la inclouguis en una secció de cartes a l'editor en què altres socis també puguin contribuir amb allò que creguin oportú. La veritat és que de vegades és complicat demanar que la SCM tingui opinions institucionals sobre certs temes de la nostra actualitat, especialment si són delicats o discutibles, i jo em sento més lliure si expresso la meva opinió a títol individual que no pas si l'emeto com a president.

Un primer tema que m'inquieta i que voldria exposar aquí és el de la relativament escassa proporció d'estudiants dels graus i de les llicenciatures de Matemàtiques que s'interessen a esdevenir professors d'ensenyament secundari, almenys a les universitats catalanes. Crec que aquest és un dels problemes estratègics més importants que afecta la nostra comunitat i que posa en risc, en un termini relativament curt de temps, l'èxit de la tasca de fomentar l'ensenyament de la matemàtica, que com a SCM ens hem proposat.

Vaig estar parlant d'aquest tema amb alguns estudiants, ja fa uns mesos. Eren noies i nois espavilats, bons estudiants i amb actituds generoses. Però em deien que no els atreïa l'ensenyament secundari, i em deien raons i comentaris que jo resumiria en dos. El primer, que les figures de professors que havien vist durant l'ESO i el batxillerat, llevat de certes excepcions, no eren majoritàriament prou atractives o es veïen enfrontades a situacions dins l'aula que no ajudaven precisament a valorar-les positivament. La segona raó és que els estudis que estan cursant actualment, de llicenciatura o de grau, els exigeixen esforços grans per a un aprofundiment intens en moltes àrees de la matemàtica, i tenen la impressió que aquest esforç quedaria malgastat si acaben fent de professors o professores en un institut o un col·legi.

Aquest tema dona per molt. Jo tindria moltes coses a comentar contradient o matisant aquestes dues raons, i ja les vaig dir al llarg de la conversa a què em refereixo. Però la *SCM/Notícies*, amic Ventura, no és pas precisa-

ment una revista molt llegida per estudiants, i val la pena que pensi més aviat en què és el que podem fer els professors que no pas a canviar la mentalitat dels estudiants. Per exemple, crec que els professors universitaris transmetem de vegades una idea esbiaixada de la matemàtica, en la qual només l'obtenció de resultats nous resulta atractiva o valuosa. En això ens equivoquem, i segurament per falta de contacte amb la realitat, el defecte més freqüent i més greu de la comunitat matemàtica. Per a contrarestar aquest biaix, en algunes converses que he tingut sobre aquest tema s'ha arribat a plantejar, amb els seus pros i contres, la conveniència, o la necessitat, de crear graus universitaris de matemàtiques dirigits explícitament a formar professors d'ensenyament secundari.

Ja sé que aquest biaix no és l'única causa del problema del qual parlo. Però ara no em vull estendre en més comentaris sobre aquest tema, i m'aturo aquí. Queda dit que el problema és important i que potser s'hauran de prendre mesures amb ambició i amb determinació per a resoldre'l.

Tinc un segon tema sobre el qual vull dir-hi la meva, i aquest format de carta em facilita que pugui tractar els dos temes en el mateix escrit. Té a veure amb la presència social de la matemàtica, amb motiu del Premi Abel. Com tothom sap, la manca d'un Premi Nobel de matemàtiques ha restat visibilitat i presència a la nostra ciència, en comparació amb la física, per exemple, o amb d'altres. Els temes de recerca, quan són veritablement importants i profunds, de vegades no són fàcils d'explicar, ni al gran públic ni tan sols als especialistes d'altres disciplines. Per això, l'existència de premis prestigiosos com els Nobel és cada any un motiu perquè el públic en general, els mitjans de comunicació i els científics de diferents disciplines dediquin una mica d'atenció a la recerca que ha estat feta per les persones guardonades o pel seu entorn científic.

És molt important que la matemàtica no quedi al marge d'això. Les medalles Fields són enormement prestigioses, però no compleixen el mateix objectiu perquè es donen només cada quatre anys i també perquè no es donen a investigadors madurs, com a colofó i resum de tota una carrera, sinó que van dirigides a matemàtics joves, en el punt màxim de la seva productivitat. Hem d'admetre que si bé sempre és difícil



divulgar els resultats de la recerca, en termes generals encara és més difícil fer-ho en el cas d'investigadors joves, perquè, com és natural, els seus treballs no admeten altra lectura que la de la seva importància i dificultat tècniques.

El Premi Abel ha tapat aquest buit. Per la seva dotació econòmica, per la localització tant de les entitats que l'atorguen com de les cerimònies d'anunci i entrega i pel gran prestigi científic dels que fins ara l'han obtingut, el Premi Abel és com si fos un altre Premi Nobel. No sé si els matemàtics aconseguirem que es se'n parli com es parla cada any dels Nobel, però és feina nostra mirar d'aconseguir-ho. La nostra presència social és una de les causes per la qual estem més necessitats de lluitar.

Des de fa anys, l'IEC organitza un cicle de conferències dedicat als premis Nobel de cada any. A petició de la SCM, enguany el cicle inclourà també una conferència sobre el Premi Abel del 2011, John Milnor, sobre el qual aquest número de la *SCM/Notícies* també inclou un article. Em permeto de convidar molt especialment tots els socis i amics de la SCM a aquesta conferència, quan se celebri. M'agradaria que el nostre món matemàtic entengués que ens fa molta falta que manifestacions com aquesta conferència, dins d'un cicle dedicat a totes les ciències, tinguin l'èxit de convocatòria que es mereixen, i ajudin a augmentar la presència i el prestigi de la matemàtica en el nostre món. Agraint la teva atenció et saludo cordialment.

Joan de Solà-Morales

## Internacional

### La columna de l'EMS

Presentem en aquesta columna algunes de les novetats més rellevants referents a l'European Mathematical Society (EMS). S'acaba de fer públic el primer anunci del Sisè Congrés Europeu de Matemàtiques que tindrà lloc a Cracòvia (Polònia) del 2 al 7 de juliol de 2012. Aquest congrés, com ja coneixeu bé, s'estructura en una sèrie de minisimposis (uns vint), xerrades plenàries i xerrades convidades en paral·lel. Tindrà lloc també l'entrega dels deu premis de l'EMS (per a matemàtics joves europeus), del Premi Fèlix Klein per a una aplicació de les matemàtiques, i del Premi Otto Negebauer d'història de les matemàtiques.

Estem particularment contents que tres membres de la comunitat matemàtica catalana han estat convidats a fer-hi una xerrada, es tracta de Vicent Caselles, de la Universitat Pompeu Fabra (UPF), Amadeu Delshams, de la Universitat Politècnica de Catalunya i David Nualart, de la Universitat de Kansas.

S'ha fet una crida per a l'organització de minisimposis, es poden presentar propostes fins al 31 d'octubre. Per a més informació podeu consultar el web [www.6ecm.pl](http://www.6ecm.pl).

El Comitè Executiu de l'EMS va crear ara fa un any el Comitè d'Ètica, que té com a pri-

mer encàrrec crear un codi de conducta. Se n'ha elaborat un primer esborrany el juny de 2011. Aquest codi se centra en el comportament deshonest en les publicacions matemàtiques. Això inclou, entre altres, plagi, publicacions duplicades, referències inadequades, autocites exagerades i processos de revisió deshonestos. El codi inclou temes com la responsabilitat dels autors, dels editors i dels revisors.

Finalment, en el seu rol de «lobby», l'EMS ha creat un document en què fixa la seva posició respecte de la recerca a Europa i fa una sèrie de recomanacions a la Comissió Europea sobre aquest tema. Alguns dels punts més destacats són la sol·licitud que les matemàtiques constitueixin una prioritat independent en el proper programa marc (Framework Program), que es mantinguin algunes de les línies de finançament existents, especialment el programa d'accions Marie-Curie. Es demana que la Comissió doni suport a la creació d'un Institut Europeu de Matemàtiques per a la Innovació, que hauria de ser una plataforma de trobada entre la indústria i el món acadèmic. També es demana que la Comissió consideri les bases de dades científiques com una eina estratègica per a la recerca i que en faciliti la preservació i l'accés obert a la co-

munitat científica. També es fa una demanda de simplificació de procediments, tant de sol·licitud com de seguiment de les convocatòries europees. Finalment, es demana que s'incorporin matemàtics a les comissions consultores de la Comissió Europea.

Aquest rol d'influència en l'esfera pública és molt rellevant ja que, en un context econòmic delicat com l'actual, de vegades la pressió de les societats i de la comunitat matemàtica pot tenir un paper no menyspreable, com en el cas recent de l'Institut Erwin Schödinger de Viena,

que va ser amenaçat de tancament pel Govern austríac el novembre passat. Finalment s'ha evitat el pitjor escenari i s'ha arribat a un acord que convertirà l'Institut en un centre de recerca de la Universitat de Viena, amb un finançament garantit com a mínim fins al 2014.

Us podeu fer socis de l'EMS amb un preu especial si sou socis de la Societat Catalana de Matemàtiques. Els estudiants de doctorat tenen la inscripció gratuïta el primer any. Per a més informació: <http://www.euro-math-soc.eu/membership.html#phdstudent>.

Quim Ortega  
UB

## Reunió dels presidents de les societats matemàtiques de l'EMS

Bilbao, 7 i 8 de maig de 2011



Els participants davant el museu Guggenheim.

Un cop l'any, des d'en fa quatre, l'EMS organitza una reunió dels presidents de les societats matemàtiques que en són membres. Aquest any s'ha realitzat a Bilbao, durant els dies 7 i 8 de maig, per invitació de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), que n'ha estat una amfitriona acollidora i ben organitzada, amb motiu de la celebració del seu centenari. La reunió va aplegar una quarantena d'assistents que representaven unes trenta societats, entre ells el president de la SCM.

Sota la presidència de Marta Sanz-Solé, la reunió va servir per a posar les societats al corrent de les activitats que duu a terme l'EMS en tots els seus àmbits d'actuació i també per a establir o reforçar els vincles transversals entre les

societats. L'ordre del dia va ser intens, i es van tocar diversos temes que són importants per a l'EMS i per a la comunitat matemàtica europea. La descripció detallada dels temes tractats i les presentacions que es van fer es pot trobar a la pàgina web de l'EMS. Però aquí en destacarem alguns, que poden ser d'interès més general.

Es va donar informació detallada sobre el posicionament de l'EMS amb relació al proper programa marc (PM), i en general sobre les contribucions a la recerca de la Comissió Europea (CE). Aquest posicionament inclou dos punts que volem comentar especialment. En primer lloc, la petició que les matemàtiques apareguin com una prioritat independent en el proper PM. S'entén que un suport ampli a la recerca a Eu-

ropa no pot menystenir la ciència que subministra el llenguatge, els mètodes i els instruments usats en la pràctica totalitat de les activitats científiques i tecnològiques. I en segon lloc, la petició que la CE doni suport a la creació d'un Institut Europeu de Matemàtiques per a la Innovació, una plataforma de cooperació entre el món acadèmic i el món industrial dirigida a fer créixer la innovació industrial i la participació en els reptes socials i a fomentar nous desenvolupaments i aplicacions d'àrees bàsiques i emergents de les matemàtiques.

També es van explicar les accions de l'EMS dirigides a fer créixer el nombre de membres i a facilitar la comunicació amb aquests. En aquest sentit s'ha fet arribar una invitació a tots els departaments de matemàtiques d'Europa perquè se'n facin membres institucionals. Com a continuació d'aquesta política, també és el moment de recordar la decisió recent de l'EMS de convidar els estudiants de doctorat a fer-se'n socis de manera gratuïta durant un any.

Rolf Jeltsch va fer una presentació de l'International Council for Industrial and Applied

Mathematics (ICIAM), va anunciar la conferència ICIAM 2011 i va explicar l'estat actual del grup de treball ICIAM-IMU sobre mesures bibliomètriques. Aquest és un tema polèmic, sobre el qual l'esmentat grup de treball ja fa anys que emet opinions crítiques. La relació entre els índexs d'impacte i altres factors de qualitat, com ara les enquestes entre usuaris, donen lloc a resultats que produeixen més interrogants que no pas respostes. La presidenta Sanz-Solé va expressar el desig de l'EMS d'involucrar-se en les discussions sobre aquest tema.

Finalment volem destacar la presentació de Stefan Jackowski, president de la Societat Polonesa de Matemàtiques, de l'estat de la preparació del Sisè Congrés Europeu de Matemàtiques, que se celebrarà a Cracòvia (Polònia), del 2 al 7 de juliol de 2012. En la seva presentació va encoratjar els presidents presents a fer esforços per aconseguir la màxima participació dels seus associats en el congrés, ja sigui amb la simple assistència individual o amb la preparació de minisimposis o de conferències satèl·lit.

Joan de Solà-Morales  
President de la SCM

## Noticiari

### II Trobada de Societats d'Educació Matemàtica de parla catalana

Benicàssim, 12 i 13 de març de 2011

Els dies 12 i 13 de març de 2011 va tenir lloc a Benicàssim la II Trobada de Societats de Matemàtiques de Parla Catalana. Hi van assistir companys i companyes de la Societat Balear de Matemàtiques (SBM-XEIX), de la Societat d'Educació Matemàtica Al-Khwarizmi de la Comunitat Valenciana (SEMCV) (que n'eren els organitzadors), de l'Associació de Barcelona per a l'Estudi i l'Aprenentatge de les Matemàtiques (ABEAM), de l'Associació d'Ensenyants de Matemàtiques de les Comarques Gironines (ADEMGI), Associació de Professors i Mestres de Matemàtiques (APAMMS), de l'Associació de Professors de Matemàtiques de les Comarques Meridionals (APMCM) i de la FEEMCAT.

Els companys de la SEMCV ens havien preparat un programa ben atractiu en què tingueren cabuda els aspectes paisatgístics, històrics, matemàtics, gastronòmics, etc.



Participants de la II Trobada.



A la reunió del dissabte la FEEMCAT va convidar la SEMCV Al-Kwarizmi i la SBM-XEIX a participar i a estendre la convocatòria del Premi Maria Antònia Canals a tot l'àmbit de parla catalana. La proposta va ser acceptada i es va decidir crear una comissió que en revisarà les bases amb l'objectiu de poder convocar el premi en el marc de la 8a Jornada d'Ensenyament del 2011 i atorgar-lo en la Jornada de 2012.

També es va convidar la SEMCV Al-Kwarizmi a participar en les Jornades d'Ensenyament de les Matemàtiques que organitzen, cada començament de curs, la SBM-XEIX, la SCM i la FEEMCAT i que se celebren a l'IEC. La 8a Jornada d'Ensenyament se celebrarà el 17 de setembre i el tema de fons, a proposta de la SEMCV, serà l'avaluació.

Aquests són els dos acords més rellevants a què es va arribar, però a la reunió es van compartir experiències i maneres de fer sobre qüestions que van des de l'organització de concursos (Cangur, Marató, Problemes a l'Esprint, Olimpíades, etc.) o la participació en el progra-

ma Profundiza del MEC i en la proposta «Ven x más matemáticas» de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) fins a com estan organitzats en cada comunitat els màsters de formació inicial del professorat.

Finalment, es va decidir convocar la III Trobada, que organitzarà la FEEMCAT a Tarragona, a principi de 2012.

Un cop acabada la reunió vàrem anar a sopar tots plegats i a l'hora dels cafès la professora Xaro Nomdedeu ens va sorprendre amb una xerrada-activitat de papiroflèxia-geometria que va ser el colofó perfecte del dia.

L'endemà va ser un dia de lleure, els companys de Castelló ens havien programat una excursió al desert de les Palmes, on François Arago, el savi francès que també parlava català (era nascut a l'Estagell) s'estigué durant sis mesos, per culpa d'un error en l'orientació dels reverbers del Puig Major a Mallorca (si Arago hagués tingut un mòbil!) i un dinar de comiat.

Mariona Petit  
IES La Sedeta

## Actes en commemoració del centenari del naixement de Lluís A. Santaló (Girona, 1911 - Buenos Aires, 2001)

Lluís Santaló va néixer a Girona, en el número 15 de la plaça de Sant Pere, el 9 d'octubre de 1911. És per això que aquest any celebrem el centenari del seu naixement.



Després d'estudiar en el «Grup Escolar», on el seu pare era mestre, marxa a Madrid amb la idea d'estudiar enginyeria de camins, però aviat

decideix estudiar també matemàtiques. Participa en el seminari organitzat per Julio Rey Pastor. L'any 1934 obté la llicenciatura i marxa cap a Alemanya a estudiar amb Wilhelm Blaschke.

El 1936 publica la seva tesi doctoral sobre geometria integral. Exiliat a França després de la guerra, marxa a Buenos Aires, Argentina, on va arribar el 12 d'octubre de 1939. Obté una plaça de professor a la Universitat del Litoral, a la ciutat de Rosario. En aquell moment es crea l'Institut de Matemàtiques de la Universidad del Litoral, dirigit per Beppo Levi, i Santaló és contractat com a sotsdirector.

El 1945 es casa amb Hilda Rossi. Tenen tres filles: Maria Inés, Alicia i Claudia.

Els anys 1948–1949 és invitat a Princeton, i de retorn a Argentina, s'incorpora a la Universitat de La Plata. Dirigeix la seva primera tesi doctoral, a Leticia Varela. Es dedica intensament

a la docència i la recerca i alhora participa en la Comissió Nacional d'Energia Atòmica (CNEA) d'Argentina.

A Buenos Aires es consolida la fama de Santaló com a gran docent. Es preocupa intensament pels problemes de l'ensenyament de la matemàtica en tots els nivells educatius.

Amb el temps obté importants reconeixements. Rep el doctorat *honoris causa* per deu universitats; el Premi Nacional de Cultura d'Argentina, el 1954; el Premi Príncip d'Astúries d'Investigació Científica, l'any 1983; la Medalla Narcís Monturiol a la Ciència i a la Tecnologia de la Generalitat de Catalunya, el 1984; la Medalla de la Universitat de València, el 1993; la Creu de Sant Jordi, de la Generalitat de Catalunya, el 1994; la Encomienda de Alfonso X (El Sabio) concedida pel rei Joan Carles, el 1996, etc.

### Curs de geometria integral. Juny de 2011

La Societat Catalana de Matemàtiques va organitzar els dies 7 i 9 de juny de 2011 un breu curs d'introducció a la geometria integral, en el qual van participar trenta persones. El curs el va impartir el professor Eduard Gallego, del Departament de Matemàtiques de la UAB, que ha treballat amb el professor Santaló i que, avui dia, es considera una de les persones que coneix millor la geometria integral en l'àmbit mundial.

La geometria integral s'inicia amb l'estudi de les probabilitats geomètriques i planteja la necessitat d'introduir mesures invariants dels objectes geomètrics involucrats.



Eduard Gallego

En la primera sessió es van presentar alguns problemes clàssics en probabilitats geomètriques, així com les fórmules de Crofton i Blaschke. La primera fórmula expressa la longitud d'una corba en termes de l'esperança del nombre de punts d'intersecció de les rectes que la tallen. La segona ens dona la mesura dels moviments que fan que un convex n'intersequi un altre en termes d'invariants dels convexos.

A la segona sessió, a partir del polinomi de Steiner per a cossos paral·lels, es va explicar què és una valoració a l'espai de convexos. Es va explicar el teorema de Hadwiger, que caracteritza les valoracions contínues i invariants per moviments rígids i dona lloc a la noció de volum intrínsec d'un convex. Mitjançant aquest teorema es demostraren les generalitzacions a dimensions superiors de les fórmules de Crofton, Santaló i Blaschke.

Es van comentar breument les tendències actuals en geometria integral i també la manera com aquesta disciplina proporciona una base per a l'estereologia.

Al llarg del curs es van proposar problemes i exercicis per a ajudar a comprendre millor els temes introduïts.

Pensem que ha estat un curs de gran interès i profit per a tots aquells que l'han pogut seguir.

### Actes a Girona. Setembre-octubre de 2011

La Càtedra Lluís A. Santaló d'Aplicacions de la Matemàtica de la Universitat de Girona, amb motiu del centenari del naixement de L. A. Santaló, organitza un cicle de quatre conferències amb el títol La Matemàtica, una Ciència Omnipresent. El calendari previst de les conferències és el següent:

- 29 de setembre: «El cervell vist matemàticament», a càrrec del doctor Antoni Guillamon Grabolosa, del Departament de Matemàtica Aplicada I de la UPC.
- 6 d'octubre: «L'estereologia: un aspecte del llegat científic de Lluís A. Santaló», a càrrec del doctor Luís M. Cruz Orive, del Departament de Matemàtiques, Estadística i Computació de la Universitat de Cantàbria.
- 13 d'octubre: «Votar: no tan fàcil com sembla, però podríem fer-ho millor», a càrrec del doctor F. Xavier Mora Giné, del Departament de Matemàtiques de la UAB.
- 20 d'octubre: «Desxifrant l'escriptura de les civilitzacions perdudes», a càrrec del doctor David Juher Barrot, del Departament d'Informàtica i Matemàtica Aplicada de la Universitat de Girona.

Les conferències tenen un caire divulgatiu i estan obertes al públic en general. Tindran lloc a les 20h a l'Aula Magna de la Casa de

Cultura Tomàs de Lorençana, a Girona (Plaça de l'Hospital, 6).

La conferència del dia 6 d'octubre anirà precedida per un acte acadèmic per a commemorar oficialment el centenari del naixement de L. A. Santaló. En el decurs d'aquest acte es presentarà el fons Lluís Santaló, que es pot consultar al portal DUGi Fons Especials de la Biblioteca de la Universitat de Girona, que conté digitalitzats més de dos-cents documents de la producció científica i divulgativa de Santaló. Trobareu més informació a <http://dugifonsespecials.udg.edu/handle/10256.2/8080>.

Coincidint amb les conferències hi haurà una exposició per recordar la figura i el llegat científic i docent de Santaló, que anirà també acompanyada de l'exposició «Model·lització ma-

temàtica», cedida gentilmente pel Departament de Matemàtiques de la UAB. Les exposicions estaran situades en els accessos a l'Aula Magna de la Casa de Cultura.

### Actes a Figueres. Febrer de 2012

La Fundació Ferran Sunyer i Balaguer, organitza a Figueres, a principi del mes de febrer de 2012, un acte en el qual es recordaran quatre matemàtics rellevants de les comarques gironines nascuts durant la dècada de 1911 a 1920: L. A. Santaló (1911, Gironès), F. Sunyer (1912, Alt Empordà), A. Dou (1915, Garrotxa) i J. Teixidor (1920, Alt Empordà).

Els conferencians previstos són, respectivament, els professors Agustí Reventós, Antoni Malet, Manuel Garcia-Doncel i Montserrat Teixidor.

C. Barceló, UdG  
A. Reventós, UAB

## La Matefest-Infifest 2011 de la UB

El 13 d'abril de 2011 va tenir lloc una nova edició de la Matefest-Infifest, festa divulgativa de les matemàtiques i la informàtica que se celebra cada any, a la Facultat de Matemàtiques de la UB.

Els objectius de l'esdeveniment són divulgar i estimular una imatge social positiva d'aquestes dues ciències i posar-ne de manifest la seva presència i el paper important que tenen per a la nostra cultura i per al nostre progrés. Es vol captar l'atenció i la curiositat dels alumnes de secundària, els quals són convidats directament a través dels centres educatius. No obstant això, el dia de la Matefest les portes estan obertes a tothom.

Per a aconseguir aquests objectius es preparen quatre conferències que tracten conceptes, curiositats o aplicacions tant matemàtiques com informàtiques. La proposta d'aquest any ha estat la següent:

- «Informàtica: mites i realitats», impartida per Jordi Vitrià, del Departament de Matemàtica aplicada i Anàlisi de la UB.
- «Pitàgores a Xina?», impartida per Iolanda Guevara, professora de l'IES Badalona VII.
- «Màgia i matemàtiques», impartida per Sergio Belmonte, professor de l'IES Alt Penedès.

- «Fractals», impartida per Àlex Haro, del Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la UB).



El pati de la Facultat el dia de la Matefest.

Com en les edicions anteriors, es van muntar estands en el pati de la Facultat, als quals es duïen a terme activitats per a incentivar la participació del públic. Amb aquesta intenció, es proposaven petits enigmes o reflexions sobre fets propers i quotidians i s'explicaven les matemàtiques que hi ha al darrere. Es feien servir com a pretext des de jocs d'atzar i lògica fins als sistemes de codificació que es fan servir per a la protecció de dades a Internet. En aquesta secció

hi va col·laborar el Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) aportant material.

El mateix dia de la Matefest es va fer la competició final de robòtica, que és el resultat del taller d'intel·ligència artificial que es duu a terme a la mateixa Facultat. El taller consisteix en quatre sessions guiades de tres hores cadascuna en què s'expliquen les tècniques i es fan activitats sobre els diferents aspectes que cal tenir en

compte per a fer un robot (la creació del robot, l'adquisició de dades i navegació, la programació de comportaments i la interacció amb el món real). Finalment es duu a terme una competició entre tots els centres participants amb un premi al millor treball. En aquesta edició hi han participat uns deu centres de tot Catalunya.

Es pot trobar més informació a la pàgina web de la festa: [www.ub.edu/matefest\\_infifest2011](http://www.ub.edu/matefest_infifest2011).

Eva de la Fuente Pajuelo, organització  
Francisco Guillén Santos, UB

## Les universitats informen

### Activitats de la Facultat de Matemàtiques de la UB del curs 2010-2011

El tret més destacat del curs acadèmic 2010-2011 a la Facultat de Matemàtiques de la UB ha estat la posada en marxa de la doble titulació de Matemàtiques i Administració i Direcció d'Empreses. Aquesta doble titulació s'afegeix als ja implantats graus de Matemàtiques i Informàtica, i a les dobles titulacions de Matemàtiques i Física, i Matemàtiques i Informàtica. A la Jornada de Portes Obertes, celebrada el dia 8 d'abril, es va donar a conèixer tota aquesta oferta docent, així com els serveis i instal·lacions que ofereix la Facultat.

La Facultat posa un èmfasi especial en les activitats de divulgació científica i, en particular, en les activitats adreçades a alumnes i professors de secundària. A les activitats ja implantades des de fa anys, que un cop més s'han dut a terme amb èxit de participació, se n'afegeixen de noves. Les comentem breument tot seguit.

- **Xerrades-taller.** Els dies 3 i 10 de novembre de 2010 va tenir lloc la xerrada-taller «Nusos, enllaços i trenes», impartida per Carles Cascuberta i Ignasi Mundet. Els conferenciants van explicar com es representen matemàticament els nusos, els enllaços i les trenes, i fins a quin punt s'han pogut classificar. També es van descriure algunes de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, com per exemple la codificació de missatges.

La segona xerrada-taller es va fer els dies 19 i 26 de gener, a càrrec de Maite López i Inmaculada Rodríguez, i es va titular «1 + 1 > 2: programant formigues». En aquesta xerrada-taller es van donar idees per explicar com en

els sistemes complexos els individus fan accions simples, però que en combinar-se poden tenir efectes sofisticats; és per això que de vegades, la suma d'1 + 1 pot donar més de 2.



Simulació d'agents StarLogo TNG en què es mostren termites interactuant dins el seu entorn (xerrada-taller del mes de gener).

Per al curs acadèmic 2011-2012 ja hi ha programades les dues xerrades-taller més. Els dies 9 i 16 de novembre 2011, coincidint amb la Setmana de la Ciència, David Márquez parlarà de «Jocs d'atzar», i els dies 18 i 25 de gener de 2012 Sergio Escalera i Oriol Pujol faran una introducció a les «Màquines que analitzen el comportament humà: la interacció entre l'home i la màquina».

- **Trobada UB-secundària.** El dia 16 de març vam fer la trobada anual entre professorat de matemàtiques i tecnologia de secundària i professorat de la Facultat, en la qual es van intercanviar opinions i es va presentar l'oferta formativa de la UB i les activitats adreçades a secundària.



- **Matefest-Infifest.** Els detalls de la darrera edició d'aquesta festa singular, organitzada pels estudiants de la Facultat i celebrada el dia 13 d'abril, els trobareu en un article a part en aquest mateix número.
- **Support als treballs de recerca en matemàtiques.** Aquest programa, adreçat a secundària i iniciat fa vuit anys, té l'objectiu d'oferir suport des de la Facultat tant al professorat tutor interessat a dirigir els treballs com a l'alumnat que els fa.
- **Preparació de l'Olimpíada Matemàtica.** Per segon any consecutiu, la Facultat de Matemàtiques de la UB ha ofert unes sessions de preparació de resolució de problemes per a les proves de l'Olimpíada Matemàtica. Aquestes sessions van adreçades a tots els estudiants interessats a participar en la fase catalana de l'Olimpíada Matemàtica.
- **Tallers d'Intel·ligència Artificial.** Aquests tallers pretenen apropar als futurs estudiants una tecnologia d'alt impacte de manera didàctica i divertida i van adreçats a l'alumnat de batxillerat i de cicles formatius. Els centres interessats a participar-hi han de presentar un equip format per dos o tres alumnes i un tutor. Els tallers s'organitzen en quatre sessions guiades de tres hores cadascuna en què s'expliquen i es desenvolupen activitats relacionades amb els aspectes diversos de la fabricació d'un robot. Finalment, coincidint amb la Matefest-Infifest, es fa una competició entre tots els centres participants i s'atorga un premi al millor treball.
- **Campus Científics d'Estiu.** La Facultat va col·laborar amb el programa Campus Científics d'Estiu 2011, que la Fundació Espanyola per a la Ciència i la Tecnologia (FECYT) i el Ministeri d'Educació van iniciar l'estiu de 2010 i en el qual participa la Fundació La Caixa des de 2011. La finalitat dels campus és potenciar l'interès de l'alumnat de 4t d'ESO i de primer de batxillerat per la ciència, la tecnologia i la innovació. El projecte presentat per la nostra facultat, anomenat Viatges celestes bàsics, va mostrar com les còniques (el·lipses, paràboles i hipèrboles) són els models bàsics del moviment dels cossos celestes. Mitjançant aquests models s'introdueix els participants en l'estudi i descripció d'alguns fenòmens del sistema solar i en el disseny de missions espacials.

Trobareu informació sobre què cal fer per participar i els terminis de cadascuna d'aquestes activitats, al web: [http://www.mat.ub.es/futurs\\_ub/activitats](http://www.mat.ub.es/futurs_ub/activitats).

Antoni Benseny i Xavier Massaneda  
 Coordinadors d'activitats per a secundària  
 Facultat de Matemàtiques, UB

## Dissabtes de les Matemàtiques i altres activitats de suport i divulgació a la UAB

Com cada any, l'oferta divulgativa del Departament de Matemàtiques de la UAB ha girat al voltant de l'activitat dels Dissabtes de les Matemàtiques que han tingut lloc durant els mesos de març i d'abril. Iniciades l'any 2000, aquestes jornades han evolucionat fins a adquirir el format actual, un format molt participatiu en el qual s'ofereixen xerrades molt interessants sobre les diverses àrees del coneixement de la matemàtica, que es completen amb tallers d'experiments, jocs i concursos, dels quals tots anem aprenent.

L'objectiu principal d'aquesta activitat continua sent el mateix: difondre la presència de les matemàtiques i les noves tecnologies en molts

aspectes de la vida diària, obrint les portes a un públic molt ampli: des d'alumnes d'ESO i batxillerat a professors de secundària, o als alumnes de la mateixa llicenciatura, que col·laboren intensament a l'hora del taller fent de monitors.

En les darreres tres edicions, una d'aquestes sessions s'ha organitzat conjuntament amb el Departament de Física de la UAB. L'encarregat d'aquesta sessió d'enguany va ser el professor José González de la UAB, que amb el títol «De princeses fenícies, herois grecs, ocells, abelles i problemes de màxims i mínims», ens va parlar de situacions que es presenten constantment a la vida diària que plantegen problemes de màxims i mínims. La natura, guiada per una mena de

principi d'economia, sembla que triï en molts casos les configuracions més eficients, en el sentit que minimitzen la despesa de recursos i en maximitzen la rendibilitat. Durant la xerrada es va fer un recorregut per alguns problemes clàssics de màxims i mínims i les seves connexions amb el món natural, des del problema de la princesa Dido fins al disseny del les cel·les de les abelles. Aquesta xerrada seguia la conferència «El grafè, una nova matriu per a la ciència i la innovació» dels professors del Departament de Física, Stephan Roche i Jordi Pascual.

L'encarregat de la sessió següent que obria la temporada dels Dissabtes de les Matemàtiques 2011 fou el professor Joan Girbau, que ens va descobrir com les noves geometries aparegudes en el segle XIX van sentar les bases perquè, en la primera meitat del segle XX, la relativitat general d'Einstein es pogués formular en llenguatge matemàtic. Aquest és un dels exemples al llarg de la història de la ciència en què, en el moment de s'han necessitat, les eines matemàtiques han estat desenvolupades amb anterioritat, de manera independent, i estaven preparades. Al taller, el conferenciant ens va mostrar exemples concrets de com s'han d'aplicar les equacions relativistes per a calcular distàncies i temps amb l'ús del manipulador algebraic Maple.

La tercera jornada, «Disseny de missions espacials», va ser a càrrec del professor Josep Maria Mondelo. En aquesta xerrada ens va explicar els fets i descobriments clau del moviment dels astres des de l'antiguitat fins els nostres dies, les lleis bàsiques de l'astrodinàmica i el problema de dos i tres cossos, i alguns dels projectes de les agències espacials mundials, com el de la creació d'autopistes espacials. El taller va convertir les sales d'ordinadors en un gran simulador de vol amb un transbordador, on tots

vam gaudir fent maniobres de canvis d'òrbita i reentrada a l'atmosfera.

Vam continuar l'edició 2011 amb la professora Susana Serna de la UAB. Les imatges com a objectes digitals i els processos relacionats amb la seva manipulació estan molt presents a la nostra vida quotidiana. Vam veure el paper que tenen diverses branques de les matemàtiques com el càlcul, la geometria i l'àlgebra lineal en el disseny d'algorismes que ens permeten reconstruir, restaurar, comprimir i ampliar imatges. Al taller els assistents van participar en el repte de reconstruir una imatge que havia estat prèviament manipulada, i de la qual no n'havien vist l'original.

Per a tancar el cicle, es va organitzar un dissabte molt diferent, centrat a presentar i analitzar mètodes de votació. Una xerrada captivadora de Xavier Mora i, és clar, molt oportuna per a fer-nos reflexionar en un any intens d'eleccions. Podríem fer-ho millor i no caure en una paradoxa darrere una altra? Un apassionant concurs va acabar la jornada d'aquest dissabte.

Ara bé, al voltant d'aquestes jornades es desenvolupen altres activitats de suport i divulgació. Des del Departament i a través del programa Argó de la UAB es dona suport a treballs de recerca en matemàtiques. La tasca d'aquest programa és posar en contacte els alumnes de batxillerat que ho sol·licitin amb el professor més adient dins del departament. Al llarg del curs es fan xerrades divulgatives, tant en els instituts com dins del campus, per a aquells que el visiten. Tota la informació pràctica sobre aquests programes de divulgació, suport i visites, així com la revista electrònica de divulgació *Mat<sup>2</sup>*, la podeu consultar al web del Departament de Matemàtiques <http://www.uab.cat/matematicues> dins l'apartat de «Divulgació».

## Activitats de la FME de la UPC durant el quadrimestre de primavera del curs 2010-2011

A la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) de la UPC, el curs 2010-2011 ha estat el curs Erdős, per Paul Erdős. Per aquest motiu, el matemàtic hongarès ha estat protagonista en alguns dels actes acadèmics del curs i, en particular, en els dos que han marcat l'inici i el final del quadrimestre de primavera: la Jorna-

da Erdős i la Jornada de Cloenda del curs. En el primer d'aquests actes, celebrat el dia 2 de març de 2011, es van impartir les conferències «Grafos aleatorios: tema y variaciones» a càrrec del professor Gábor Lugosi, de la Universitat Pompeu Fabra, «Erdős y los enteros» a càrrec del professor Javier Cilleruelo, de la Universi-

tat Autònoma de Madrid i «Erdős i la teoria de Ramsey», a càrrec del professor Oriol Serra, de la Universitat Politècnica de Catalunya. La Jornada Erdős es va completar amb la projecció de la pel·lícula sobre Erdős *N is a number*. A punt d'acabar el quadrimestre, a la Jornada de Cloenda del dia 11 de maig, vam poder escoltar el professor Noga Alon de la Universitat de Tel-Aviv, que ens va parlar de «Paul Erdős and probabilistic reasoning».

És habitual que la Facultat ofereixi els seus espais per a la celebració d'activitats adreçades a professors i alumnes de secundària. Així, per exemple, la FME ha estat de nou una de les seus de les proves Cangur que organitza la Societat Catalana de Matemàtiques. Així mateix, algunes de les activitats del projecte Estalimat-Catalunya que organitzen la FEEMCAT i la SCM han tingut lloc a la Facultat, com ara les proves de selecció de la novena promoció (2011-2013), que es van fer el dissabte 4 de juny.

Al llarg d'aquest darrer quadrimestre, a la Facultat s'ha fet el curs Lliçons d'algorísmia i programació per a professors de secundària i batxillerat, impartit pels professors de la FME Salvador Roura i Jordi Petit i alguns estudiants de la UPC. Aquesta iniciativa anava adreçada al professorat de matemàtiques, física i tecnologies i, en especial, als professors que formen estudiants per a concursos com les Olimpíades d'informàtica, de matemàtiques, de física, les proves Cangur o la First Lego League.



Guardonats amb el Premi Poincaré 2011.

Durant l'estiu, estudiants de quart d'ESO i primer de batxillerat d'arreu de l'Estat espanyol van venir a la FME per a participar en els Campus Científics d'Estiu 2011 de la Fundació Espanyola per a la Ciència i la Tecnologia (FECYT) el Ministeri d'Educació i, des de 2011, la Fundació La Caixa. Enguany, la FME ha pres

part en la segona edició d'aquests campus amb el projecte Matemàtiques visibles i ocultes en un món tecnològic, de l'àrea de matemàtiques, integrat en l'oferta del Campus Energia UPC.

El vestíbul de la Facultat va acollir l'exposició itinerant Fotciencia8 del 23 de maig al 10 de juny. Aquesta exposició, d'interès per a un públic general, està formada per una selecció de cinquanta fotos de la vuitena edició del Certamen Nacional de Fotografia Científica, convocat pel Consell Superior d'Investigacions Científiques i la FECYT.

Al final del segon quadrimestre de cada curs es donen a conèixer els guanyadors del Premi Poincaré i del concurs Planter de Sondeigs i Experiments, dues activitats que la Facultat organitza cada any per a estudiants d'ESO i de batxillerat.

L'acte de lliurament del Premi Poincaré 2011 es va celebrar el dia 13 de maig, com sempre, a la Sala d'Actes de la FME. Aquesta edició, la vuitena, va comptar amb la participació de seixanta treballs de recerca de batxillerat i el jurat va concedir tres premis i sis mencions. Podeu trobar tota la informació a <http://www.fme.upc.edu/premi-poincare>.

El concurs d'estadística, el Planter de Sondeigs i Experiments, va celebrar la seva segona edició amb novetats importants. En primer lloc, aquest any el concurs va ser organitzat conjuntament per la Universitat Autònoma de Barcelona, la Universitat de Barcelona i la Universitat Politècnica de Catalunya. Més concretament, van convocar-lo la FME de la UPC, la Facultat d'Economia i Empresa de la UB i la Facultat de Ciències de la UAB. S'hi van inscriure més de mil dos-cents estudiants, de manera individual o en grups de no més de cinc, i els premis es van lliurar el dia 10 de juny a la Facultat. L'altra gran novetat del Planter va ser que els equips més ben valorats pel jurat van guanyar, a més dels premis, el dret a participar en la primera edició de la fase nacional dels concursos tipus Incubadora de Sondeigs i Experiments. Aquesta segona fase del concurs, convocada per la Societat d'Estadística i Investigació Operativa i celebrada els dies 7 i 8 de juliol a la FME, va tenir la participació d'equips de Catalunya, Madrid, Galícia i Castella-Lleó. Trobareu més detalls a <http://www.fme.upc.edu/planter>.

Una activitat de caràcter més lúdic, que també va tenir lloc a la Facultat, va ser la XXIX

edició del Torneig de Go de Barcelona, celebrada a finals de febrer. A més, com ja és tradicional en el segon quadrimestre de cada curs, els nostres estudiants van organitzar el Concert de Primavera i una obra de teatre. En aquesta ocasió, el

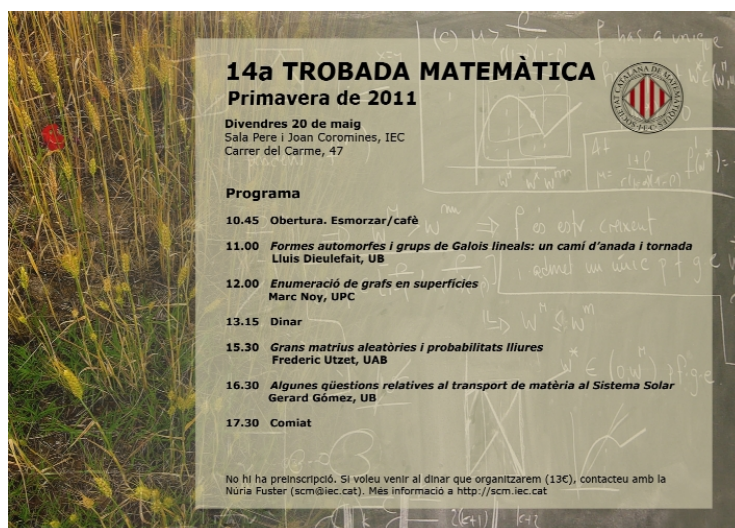
grup de teatre de la FME va adaptar la comèdia *El Cosmonauta* d'Artur Gonzàlez Joseph.

Trobareu més informació, així com fotos i vídeos, al web <http://www.fme.upc.edu>.

Bernat Plans  
Vicedegà de Relacions, FME

## Activitats de la SCM

### 14a Trobada Matemàtica



El 20 de maig va tenir lloc a l'IEC la 14a Trobada Matemàtica, organitzada per la Societat Catalana de Matemàtiques. Agraïm a tots els conferencians les seves xerrades i als participants la seva assistència.

Aquest any la Trobada es va estructurar en dues xerrades al matí i dues a la tarda. La primera xerrada va ser a càrrec de Luis Dieulefait, de la Universitat de Barcelona, amb el títol «Formes automorfes i grups de Galois lineals: un camí d'anada i tornada». L'autor va fer una introducció al programa de Langlands, que consisteix en una col·lecció de conjectures que lliguen la teoria de nombres i la teoria de representació de grups. En particular va parlar de les conjectures de modularitat i de funcionalitat i va presentar algunes de les eines que s'utilitzen per a abordar i demostrar algunes d'aquestes conjectures.

La segona xerrada, a càrrec de Marc Noy, professor de la Universitat de Politècnica de Ca-

talunya, va versar sobre «Enumeració de grafs en superfícies». Va presentar resultats sobre el problema d'enumeració dels grafs plans i com s'han estès a l'enumeració asimptòtica de grafs de gènere fixat. Va mostrar la importància que tenen les eines d'una variable complexa, i també va presentar un component probabilístic del problema. Aquestes estimacions asimptòtiques permeten obtenir lleis límits de probabilitat en l'estudi de grafs aleatoris. Aquesta xerrada va concloure la sessió del matí.

A la tarda, Frederic Utzet, professor de la Universitat Autònoma de Barcelona, va impartir la xerrada «Grans matrius aleatòries i probabilitats lliures». L'autor va parlar d'alguns dels problemes en els quals treballa el grup d'anàlisi estocàstica de la UAB. Va començar fent un recull històric d'algunes propietats de les matrius aleatòries, que es caracteritzen per tenir entrades que són variables aleatòries. Un problema clàssic és l'estudi dels valors propis quan



la mida de la matriu es fa gran. D'altra banda, en el context de les àlgebres de Von Neumann, en Dan Voiculescu va introduir les probabilitats lliures. A finals del segle XX s'adonà que les matrius aleatòries de mida gran proporcionen un exemple de la independència lliure. Un cop connectades les dues teories es produeix una fertilització mútua i una explosió de resultats.

La darrera sessió de la tarda, «Algunes qüestions relatives al transport de matèria al sistema solar» va ser a càrrec de Gerard Gómez, de la

Universitat de Barcelona. Aquesta xerrada, molt suggestiva, ens va exposar com l'estudi dels sistemes dinàmics, i més particularment l'estudi de les connexions homoclíniques, i heteroclíniques explica el transport de massa dins del sistema solar, responsable de fenòmens com per exemple la formació de cràters d'impacte en la superfície dels planetes i les seves llunes.

Amb aquesta xerrada vam concloure la 14a Trobada Matemàtica. Us esperem a tots a la propera.

Quim Ortega  
UB

## La química i el futbol. Conferències SCM-CRM

El 7 i el 14 d'abril es van celebrar les primeres Conferències SCM-CRM de Matemàtiques i Ciència a la seu de l'IEC. L'objectiu d'aquesta iniciativa, coordinada per les dues institucions, és fer arribar a la comunitat catalana actes de divulgació científica, tant de matemàtiques com de la relació de les matemàtiques amb altres ciències.

La primera conferència titulada, «La química de la vida, l'energia i la sostenibilitat explicada a un professor de matemàtiques» va ser impartida pel professor Agustí Lledós, catedràtic de Química Física de la UAB. La segona, titulada «Does the football really matter?» va ser a càrrec del professor Tim Myers, investigador del CRM. Ambdues conferències van ser registrades en vídeo, i es poden trobar a la videoteca de l'IEC, accessible a través del web.



Agustí Lledós



Tim Myers

Com és sabut, l'any 2011 ha estat declarat Any Internacional de la Química, i l'objectiu de la primera conferència fou mostrar, des del punt de vista d'un químic però fent-se comprensible a una audiència de professors de matemàtiques, algunes pinzellades sobre l'estat actual d'aquesta ciència.

D'acord amb el professor Lledós, la química que hem conegut durant el segle XX està preparada per a experimentar canvis molt importants en els primers anys del segle XXI. D'alguna manera, aquest canvi es podria assemblar al que es va produir en la física durant els primers anys del segle XX. Els instruments actuals de la química permeten manipular, controlar i observar la matèria a escala atòmica i també els processos d'agregació i formació de molècules grans. Igualment, les capacitats actuals de simulació, en les quals la matemàtica té un paper important, permeten reproduir a l'ordinador reaccions complicades que involucren compostos molt complexos.

Segons el conferenciant, aquesta revolució en el camp de la química es produirà, previsiblement, al voltant de tres reptes: la química dels processos biològics, l'obtenció massiva de noves fonts d'energia i la necessitat d'adaptar els processos de producció a requeriments de sostenibilitat nous i més estrictes.

Si la primera conferència va representar la veu d'un químic que es dirigia als matemàtics, la segona va ser la d'un matemàtic que es dirigia a un públic no matemàtic. En aquest cas es dirigia ni més ni menys que a entrenadors de futbol. En un partit de futbol, d'acord amb les normes de la Fédération Internationale de Football Association (FIFA), l'equip local és qui subministra la pilota. Això pot fer que l'entrenador es preguntés en cada cas si hi pot haver una elecció que afavoreixi el seu equip.

Aquesta pregunta la va fer, fa algun temps, un entrenador d'un equip de Johannesburg a un grup de matemàtics reunits en un «grup d'estudi» a Sud-àfrica. Com és sabut, els «grups d'estudi» són jornades de treball que s'organitzen en molts països, i també en el nostre, en les quals empreses i institucions presenten problemes susceptibles de rebre un tractament matemàtic. En aquest cas la resposta es va poder donar ràpidament, i va representar un canvi important en els resultats obtinguts per l'equip esmentat, almenys quan jugava en camp propi.

La resposta es basava en les diferències importants que es poden observar entre pilotes de diferent rugositat quan es juga en camps situats a alçades molt diferents per sobre el nivell del mar, com és, per exemple, el cas entre Johannesburg i Ciutat del Cap, a causa de les diferències de pressió. La quantificació d'aquests efectes es va calcular mitjançant un model matemàtic amb

equacions diferencials ordinàries. Aquest model se centrava a descriure les forces de sustentació, perpendiculars a la seva trajectòria, que apareixen quan la pilota viatja a una velocitat de rotació alta. Això que de vegades és conegut amb el nom d'*efecte Magnus*, i que els jugadors en diuen simplement *efecte*.

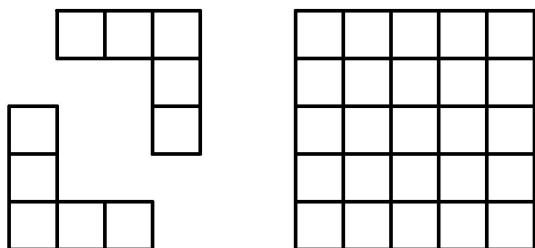
El professor Myers, hereu d'una tradició molt britànica tant en l'elecció dels temes com en l'elecció dels mètodes matemàtics de resolució, no va fer pas una excepció en aquesta conferència. D'una banda, no va deixar de fer referències a jugades famoses en competicions importants, citant les opinions dels jugadors i entrenadors involucrats. I de l'altra, va actuar amb el mètode clàssic de la seva tradició: utilitzar la modelització matemàtica per a simplificar el problema al màxim, fins a aconseguir que es pugui resoldre de manera analítica.

Joan de Solà-Morales  
President de la SCM

## El Cangur a l'estiu

Quan ja s'estava enllestint l'edició d'aquest número de la *SCM/Notícies* hem conegut un fet que ens servirà de fil conductor d'aquesta narració. Segurament la majoria de lectors ja tindran notícia quan llegeixin aquest article que als «fulls d'estiu» de *La Vanguardias* ha publicat cada dia, durant un mes i mig, un problema diferent del Cangur, la solució del qual es publicava a l'endemà. Tot seguit en fem algunes pinzellades, que ens porten a comentar aspectes d'aquesta i altres activitats de la SCM per a alumnes de l'ensenyament secundari.

- **Problema 1.** *Quin és el nombre màxim de peces com les de la figura que es poden situar alhora —sense superposar-se— en una quadrícula  $5 \times 5$  com la que es veu a la dreta?*



- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6.

La solució d'aquest enunciat de l'any 2000 és l'única que es va publicar equivocada. Altres vegades s'han hagut d'acceptar dues solucions correctes d'un mateix enunciat a causa d'interpretacions no previstes, però en aquest cas es va dir que la solució correcta era la B) i no és pas així. Aquest record em suggereix explicar quin és el procediment de selecció i edició dels enunciats del Cangur. Actualment, per al Cangur 2012, els membres de la comissió catalano valenciano balear ja estem treballant en la proposta d'uns quants enunciats. Aquests problemes i els que han proposat els diferents països que formen part de Le Kangourou sans Frontières, associació en la qual la SCM té representació nacional, s'envien a totes les persones que participen en la reunió internacional, que enguany tindrà lloc a Eslovènia el mes d'octubre de 2011. En aquesta reunió, en intenses sessions de treball se seleccionaran trenta problemes per a cada nivell del Cangur. Quan la comissió de la SCM rebi els enunciats se'n farà la traducció, que es passarà a correcció lingüística. Llavors es demanarà a alguns assessors que ho revisin tot acuradament, i es portarà a la impremta. I així es fa cada any!

- **Problema 10.** *El rètol següent mostra els horaris dels vols entre dos països molt llunyans, donats amb les hores locals respectives. En condicions normals, aquests vols duren igual a l'anada que a la tornada.*

Sortida de A: 6.00 hores del dilluns  
 Arribada a B: 14.00 hores del dimarts  
 Sortida de B: 13.00 hores del dimecres  
 Arribada a A: 15.00 hores del dimecres

Quina hora serà en el país B en el moment que al país A comenci l'any 2012?

- A) 9.00 hores del dia 31 de desembre de 2011.
- B) 15.00 hores del dia 31 de desembre de 2011.
- C) També en aquell mateix moment començarà l'any 2012.
- D) 9.00 hores del dia 1 de gener de 2012.
- E) 15.00 hores de l'1 de gener de 2012.

Què em suggereix aquest enunciat? Que quan es parla del Cangur sempre es diu que és una activitat que es fa «alhora» en molts països. Actualment en són quaranta-sis, des de Mongòlia al Canadà, des de Noruega al Paraguai, com podeu veure a <http://www.math-ksf.org/>. Això fa que sigui ben viu el sentiment d'una comunitat que, com diuen els estatuts del Cangur, participa en una activitat científica multitudinària, però és clar que el Cangur no es pot fer alhora en tots els països per les diferències horàries i per altres raons que fan que en algunes contrades es canviï la data. Per exemple a casa nostra, com que la data oficial del Cangur és, sempre, el dijous de la tercera setmana de març, interfereix amb les celebracions de Sant Josep i això fa que molts anys sigui convenient fer una convocatòria diferenciada per al País Valencià. Per sort (perquè altrament hi ha una feinada suplementària d'adaptació d'uns nous enunciats i selecció d'altres de nous) en les dues properes edicions es podrà fer el Cangur el dia internacional, el 15 de març de 2012 i el 22 de març de 2013 respectivament.

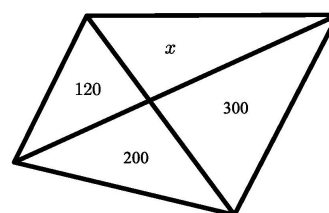
- **Problema 18.** *Una ciutat té una població de 100.000 habitants, la qual augmenta regularment d'un 10 % cada any. D'aquí a 10 anys, el nombre d'habitants d'aquesta ciutat serà, aproximadament:*

- A) 110.000    B) 150.000    C) 180.000
- D) 200.000    E) 260.000 .

En el primer Cangur a Catalunya hi van participar 1.313 alumnes de tres nivells escolars. En el segon Cangur hi van participar 2.110 alumnes. Cada any, sense excepció, l'augment de participació d'alumnes ha estat substancial; la majoria d'anys, com a la ciutat de l'enunciat anterior, s'ha acostat al 10 %; altres anys ha estat fins i tot molt superior i així en el Cangur de l'any 2011 a Catalunya i Andorra han participat 18.464 alumnes. La participació s'ha multiplicat per més de catorze des del primer Cangur al setzè!

I si sumem la participació de les tres zones geogràfiques del Cangur de la SCM, que actualment té organitzacions paral·leles a Catalunya/Andorra, les Illes Balears i el País Valencià, el darrer Cangur ha arribat a 26.500 alumnes i més de 700 centres.

- **Problema 2.** *Un pastís té forma de quadrilàter i el tallo per les diagonals, en 4 parts. Me'n menjo una part. Peso les altres tres i els resultats són 120 g, 200 g i 300 g. Quants grams (x) pesava el tros que m'he menjat?*



- A) 120    B) 180    C) 280    D) 330    E) 500 .

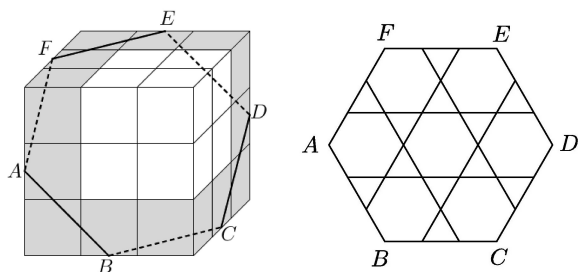
Aquest és un enunciat del primer Cangur fet a Catalunya. És un problema d'àrees i, encara que potser no ho sembli a primera vista, de proporcionalitat. Des del primer any hem trobat en el Cangur enunciats que han suggerit idees interessants per a les nostres classes, idees per a fer matemàtiques a partir de la resolució de problemes (no d'exercicis rutinaris). Per aquesta raó ha estat ben interessant la tria que hem fet per a *La Vanguardia* de l'estiu de 2011. Si ho heu vist, esperem que la idea us hagi semblant interessant.

- **Problema 42.** *Un cub  $3 \times 3 \times 3$  està fet amb petits cubs idèntics. Hi ha un pla que és perpendicular a la diagonal del cub gros i que passa pel seu centre. Quants cubs petits interseca aquest pla?*

- A) 18    B) 21    C) 20    D) 17    E) 19 .

La col·lecció d'enunciats per a *La Vanguardia* acaba amb l'anterior, que és el darrer problema del nivell 4 del Cangur 2011. Enguany, com ja es va fer els dos anys anteriors, s'ha editat la publicació *Cangur 2011 i altres activitats de la SCM*, en què es presenten els enunciats, les relacions de participants més destacats i les solucions comentades de les activitats de resolució de problemes que la SCM ha convocat durant el curs 2010-2011: a més del Cangur 2011, l'activitat telemàtica prèvia a l'Olimpíada i la XLVII Olimpíada Matemàtica (fase catalana), els Problemes a l'Esprint per a primària i secundària i la nova proposta telemàtica Marató de Problemes (aquestes dues activitats convocades amb la FEEMCAT i el Creamat). Podreu trobar aquesta publicació i les dels anys anteriors a la secció de «Publicacions electròniques» del web de la SCM però, si per cas us interessa, en podreu trobar una versió en fase de revisió a <http://www.cangur.org/publicacions>.

L'enunciat que acabem de transcriure ens ha fet pensar en aquesta publicació perquè va ser bonic poder-hi incloure la imatge de la secció que el pla de l'enunciat produeix en el conjunt de cubs unitaris que formen el cub  $3 \times 3 \times 3$ .



Veieu així quina és la solució del problema?

• **Problema 20.** *Sabem que 120 corredors han acabat una cursa i que cap d'ells no ha arribat al mateix temps que un altre. Després se'ls ha preguntat en quina posició han arribat, i tots han contestat dient un número entre l'1 i el 120. La suma de totes les respostes és 5.400. Quin és el nombre més petit possible de respostes falses?*

A) 12    B) 13    C) 15    D) 16    E) 17.

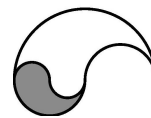
Hi ha hagut diversos enunciats que parlen de curses populars. Per la participació que assoleix, el Cangur és com una gran cursa popular de les matemàtiques. Potser per això hem pensat en denominacions atlètiques per a altres activitats. Ja hem comentat en altres números

de la *SCM/Notícies* els Problemes a l'Esprint, una activitat telemàtica per a equips de centre. Enguany s'ha renovat l'estructura de la fase telemàtica prèvia a l'Olimpíada i, amb una organització semblant, s'ha convocat la Marató de Problemes per a alumnes dels darrers cursos de l'ESO. Al llarg de dos mesos s'han anat proposant problemes de resposta numèrica concreta, que els participants havien d'enviar per via telemàtica; com que podien fer dos intents, una resposta correcta al primer intent o al segon atorgaven, lògicament, més o menys punts per a la classificació. Per a acabar, es van proposar dos problemes dels quals s'havia d'enviar una resposta raonada amb tot detall, que van puntuar tres professors.

Vist el desenvolupament de l'activitat, que va tenir més de dues-centes inscripcions, creiem que és possible que sigui la primera edició d'una proposta que pot créixer en el futur. I com que hem rebut missatges de participants semblants al que transcrivim seguidament, doncs això encara ens anima més a seguir!

«Voldria agrair a tots els que han col·laborat en la creació de la Marató el treball que han fet perquè fos el que ha estat! Que ens hàgiu donat l'oportunitat de passar una bona estona resolent problemes! Uns divendres d'intriga per saber quin serà el següent problema i una bona dosi de nervis cada cop que enviava una resposta per després rebre un bon alleujament. Moltes gràcies.»

• **Problema 8.** *El logotip de la figura està dibuixat a partir de semicercles de 2 cm, 4 cm i 8 cm de radi.*



*Quina fracció del logotip està ombrejada?*

A)  $1/5$     B)  $3/4$     C)  $1/3$     D)  $2/3$     E)  $1/4$ .

• **Problema 14.** *En Francesc comença a llegir un llibre de 290 pàgines un diumenge. Cada diumenge llegeix 25 pàgines i els altres dies, 4 pàgines. Quants dies haurà emprat per a llegir tot el llibre?*

A) 5    B) 46    C) 50    D) 35    E) 41.

Amb aquests dos enunciats acabem les pinzellades que han confegit aquest article. Només



queda per explicar que a redós del nostre Cangur hi tenim també dues activitats interdisciplinàries:

- El Concurs de Cartells, que l'any 2012 arribarà a la cinquena edició. Els dissenys que han estat guanyadors en edicions anteriors, cada un dels quals esdevé el logotip del Cangur per uns quants anys, han rebut unànimes valoracions molt positives.
- El Concurs de Relats de contingut relacionat amb el món de les matemàtiques, que se-

gons les bases han de ser redactats en la llengua de les terres on la gent diu «Bon dia!» Cada any hi ha una bona collita de narracions, que el jurat valora de bon grat. Després d'aquest article incloem el relat guanyador del VII Concurs de Relats-Cangur.

Seria bo que el professorat de secundària que hagi llegit aquest article animi els seus alumnes a participar en aquestes activitats que hem anat comentant mentre recordàvem alguns enunciats del Cangur.

Antoni Gomà  
Comissió Cangur

## *L'avi que estimava les matemàtiques*

**Relat guanyador del VII Concurs de Relats-Cangur de Marc Felipe Alsina, 4t d'ESO, Escola Bell-lloc del Pla, Girona**

Lema: «Les matemàtiques s'aprenen amb el cap i s'ensenyen amb el cor.»

En Josep feia els deures a la taula del menjador de l'avi. Premia els llavis i treia una mica la llengua mentre feia la tercera de les sumes portant-ne de les deu que la senyoreta li havia posat per fer.

L'avi se'l mirava somrient des del sofà. De cop i volta, en Josep, un nen despert i alegre de vuit anys, va llançar, enfadat, el llapis a terra i amb la veu més autoritària que pogué, va dir:

—Avi, prou, això de sumar tant em cansa massa i m'avorreix. Plego. No en vull fer més. Anem a la plaça del poble a menjar aquell gelat que m'has dit.

L'avi se li acostà, recollí el llapis, el deixà damunt la taula i s'assegué al seu costat. Li passà les mans pels cabells tot despentinant-lo i li digué: mira Josep, les matemàtiques volen paciència, però són molt importants... mira, t'explicaré el que em va passar a mi quan era molt jove, quan el teu pare encara no havia nascut. T'explicaré quan, durant la guerra, les matemàtiques em van salvar la vida!

—Què dius, avi! —deixà anar en Josep, disposat a escoltar la història amb molta atenció.

—Tal com ho sents. Els meus coneixements de matemàtiques van fer que jo, ara i avui, estigui aquí amb tu.

El va agafar de la mà i el va fer seure al sofà. Allà estarien més còmodes, perquè la història no era curta...

—Fa molt temps, més de quaranta anys, jo

feia de soldat a la guerra, hi havíem d'anar per força, no ens podíem pas quedar a casa. Tots els nois de divuit anys o més hi havíem d'anar, al front.

»A mi em va tocar el destacament de cavalleria. Jo havia de cuidar els cavalls dels sergents, capitans i generals i, si tocava anar a alguna batalla, m'hi enviaven.

»Efectivament, un dia em van enviar a lluitar a les muntanyes contra un comandament que es veu que matava i saquejava pels pobles del voltant. Però les coses van anar malament i vaig caure presoner. Em van tancar en una cel·la molt petita i només em donaven pa i aigua. Em van dir que m'hauria de quedar allà fins que la guerra s'acabés... ni tant sols em deixaren escriure una carta a la teva àvia, que llavors era la meva xicota, ni als meus pares!

»Ai, Josep! m'ho vaig passar molt malament tancat allà dins... però ja saps què és una guerra, un gran patiment, no se'n treu mai res de bo d'una guerra, Josep...

»Els mesos anaven passant, més de deu, però un bon dia va entrar el capità dels de l'altre bàndol, dels que m'havien fet presoner, vull dir, i, el que em va dir aquell oficial, ho he recordat tota la meva vida:

—Estem perdent la guerra, quan arribin els vostres reforços ja no hi tindrem res a fer. Tots els oficials ens escapem d'amagat. Si ho fem ara, tindrem temps de fugir cap a Suïssa, que

és un país neutral i evitarem que ens executin pels crims de guerra que hem comès. M'han dit que hem de matar avui mateix els presoners i fugir demà a primera hora... ja tinc el carnet falsificat i els bitllets de tren. La meua consciència —va continuar el capità— no em permet matar-te així com així i he pensat donar-te una possibilitat de salvar-te. Escolta'm bé, —digué, i mirant-me als ulls, de fit a fit, em proposà el següent:— et proposaré dos enigmes matemàtics. Si els teus coneixements i la teua intel·ligència els superen, et deixaré marxar avui mateix. Hi estàs d'acord?

—I tu, avi, què vas contestar? —preguntà en Josep, intrigadíssim.

—Imagina-t'ho!... li vaig dir que sí de seguida, sense pensar-m'ho! Podia estar lliure al cap d'unes hores! L'esperança de poder viure va fer que li digués que sí de seguida. A més, Josep, a escola jo escoltava sempre les classes de matemàtiques, sempre feia els deures i me'n sortia prou bé!

»El capità va marxar un moment. Va tornar amb una corda que formava un cercle, lligada pels extrems, vull dir. Me la va passar per entre els barrots de la cel·la. També em va passar quatre estaquetes, una de les quals estava una mica corcada. Vaig veure que la corda tenia dotze nusos en total. La distància entre els nusos era la mateixa.

Primer enigma:

—Construeix un angle recte amb aquest material. Només disposes de mitja hora, em va dir amb un to seriós mentre premia un cronòmetre petit que es va treure de la butxaca.

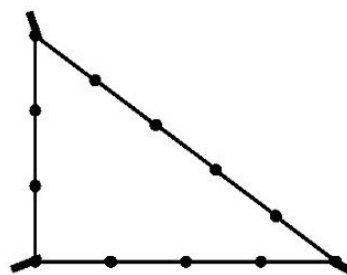
—Tu què haguessis fet, Josep? —va preguntar l'avi fent-li una ganyota per dissipar la tensió que s'anava creant.

—Hagués intentat fer un quadrat amb les quatre estaquetes i la corda, avi —contestà en Josep, decidit— perquè un quadrat té quatre angles rectes, oi?

—Jo també vaig pensar això mateix, un quadrat amb tres unitats de longitud, perquè tres per quatre són dotze, com els nusos que hi havia a la corda. Però quan ho anava a fer, vaig veure que no em quedava ben bé un quadrat, sinó més aviat un rombe i no podia saber segur si els seus angles feien noranta graus.

»A més, vaig tenir la mala sort que una de les estaquetes, la corcada, se'm va trencar i no la vaig poder fer servir més. Pensant molt se'm va acudir la solució següent:

»Sabent el teorema de Pitàgores, a tu te l'explicaran d'aquí a uns anys, que diu que en un triangle rectangle (amb un angle recte) el costat llarg al quadrat, vull dir multiplicat per si mateix, és igual a la suma dels quadrats dels altres dos costats, és a dir,  $a^2 = b^2 + c^2$ , vaig descobrir la solució.



»Vaig pensar en tres números que complissin el teorema de Pitàgores i els primers que se'm van ocórrer van ser el tres, el quatre i el cinc. Perquè la suma dels tres fan...

—Dotze! —va dir content en Josep.

—Sí, just els nusos que tenia la corda. Vaig clavar les estaquetes de manera que em quedessin tres unitats, quatre unitats i cinc unitats entre elles.

»Va ser així, aplicant les matemàtiques que jo sabia, com vaig aconseguir l'angle recte... i només en vint minuts, Josep!

—Molt bé! Molt bé!... va, avi, ara el segon enigma... —digué el nen, emocionat, intrigat i sobretot orgullós de tenir un avi tan intel·ligent, mentre l'abraçava i l'omplia de petons.

Segon enigma:

—El segon enigma que em va proposar el capità va ser molt diferent del primer.

»Es va treure un paper de la butxaca de la seva armilla i, com que no hi havia cap taula, va escriure unes lletres recolzant el paper a la paret de fora de la meua cel·la.

»Em donà aquell tros de paper i em digué:

—Resol això, tens una hora que comença ara.

—Has de pensar, Josep, que vaig llegir aquell paper més de quatre-centes vegades i que, cada cop que ho feia, havia d'agafar el paper molt fort perquè si no em queia a terra dels nervis que tenia. Les mans em tremolaven!

—I què deia, el paper?... era molt llarg, l'enigma? —va preguntar en Josep amb cara de preocupat.

—No, no massa llarg. Deia el següent:

Sóc, i seré a molts definible  
Us donaré aviat nom propi  
Quocient diametral tothora immesurable  
Sóc jo del cercolet rodó.

—El primer cop que ho vaig llegir no vaig entendre res: ja em veia mort, Josep. Però la paraula diametral em va fer pensar, per fi, en el que seria la solució: em va fer pensar en el número  $\pi$ ?

»Aquest número l'estudiaràs més endavant, però perquè ho entenguis una mica: digues, quina relació hi veus, entre la longitud de la vora d'aquest plat que tenim aquí, —l'avi anava resseguint la vora del plat amb els dits— i la distància de punta a punta?

—La vora és més gran —va respondre en Josep amb seguretat.

—Quantes vegades més gran?

—Tres o quatre...

—Són exactament  $\pi$  vegades, o sigui 3,14 vegades més gran. I això passa sempre, sigui quina sigui la mida del plat.

—Ah, avil!... ja ho entenc!

—El capità, però, em va dir que no era exactament aquesta la solució, perquè volia que digués la xifra amb el màxim nombre de decimals possible. Però jo no me'ls sabia tots, Josep, jo només sabia els dos decimals primers del número  $\pi$ , l'u i el quatre. Encara faltaven vint minuts

i, ben bé al final, als últims deu minuts, ho vaig veure clar: els decimals hi eren, però en forma de lletres... només havia de comptar el nombre de lletres de cada paraula i tenia els decimals:

Sóc, i seré a molts definible  
3, 1 4 1 5 9  
Us donaré aviat nom propi  
2 6 5 3 5  
Quocient diametral tothora immedible  
8 9 7 9  
Sóc jo del cercolet rodó. 3 2 3 8 4

És a dir: 3,1415926535897932384, el nombre  $\pi$ .

»La cara d'aquell capità obrint-me la cel·la perquè pogués marxar, Josep, no l'he pogut oblidar mai... després de tot, ell em va salvar la vida, però...

—Apa, va, prou de xerrameca! —va dir l'avi aixecant-se del sofà d'una revolada—, anem a prendre aquell gelat que t'havia promès. Ja n'hi ha prou per avui!

—Ui no, avi, de cap manera, jo tinc una cosa molt important a fer. Jo he d'acabar els deures de matemàtiques... i ara sé que són importants. Tu m'ho has ensenyat. Gràcies avi... per tot —va dir en Josep mentre agafava el llapis i s'asseia un altre cop al seu lloc, a la taula del menjador. Encara va afegir: —Quan sigui gran vull ser tan intel·ligent com tu.

Feia les sumes portant-ne amb tantes ganes que no s'adonà que allà, al sofà, el seu avi ja no havia sentit les seves últimes paraules. Havia entrat en un petit son reparador i merescut.

## XLVII Olimpíada Matemàtica Espanyola

Del 24 al 27 de març de 2011 es va celebrar, a la Universitat Pública de Navarra (UPNA) a Pamplona, la fase final de la XLVII Olimpíada Matemàtica Espanyola (OME). L'organització d'aquesta edició de l'OME ha estat a càrrec de l'UPNA, l'Ajuntament de Pamplona, el Gobierno de Navarra, i de la Comissió d'Olimpiades de la RSME, coordinats pel professor Gustavo Ochoa Lezáun, professor del Departament de Matemàtica i Informàtica de l'UPNA, i pel seu equip de col·laboradors. Trobareu més informació a <http://www1.unavarra.es/olimpiada-matematica/>

L'equip català estava format pels guanyadors de la XLVII Olimpíada Catalana de Matemàtiques, que se celebrà el mes de desembre de 2010.

Primers premis: Eduard Vázquez Espin, Institut de Pallejà (Baix Llobregat), 2n de batxillerat; Ferran Alet Puig, Aula Escola Europea (Barcelona), 2n de batxillerat, i Darío Nieuwenhuis Nivelá, Aula Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat.

Segons premis: Marc Felipe Alsina, Bell-lloc del Pla (Girona), 4t d'ESO; Eric Milesi Vidal, Col·legi Pare Manyanet (Barcelona), 1r de batxille-

rat, i Marc Sánchez Alfonso, Aula Escola Europea (Barcelona), 1r de batxillerat.

Tercers premis: Joan Estévez Estudis, Institut Jaume Vicens Vives (Girona), 2n de batxillerat; Júlia Alsina Oriol, IES Jaume Callís (Vic), 1r de batxillerat, i Jordi Barceló Mercader, Col·legi Jesús i Maria (Barcelona), 1r de batxillerat.

El més important, sense cap dubte, han estat els participants que, procedents de tot Espanya, han competit per formar part dels equips que representaran Espanya a l'Olimpíada Internacional (IMO) a Amsterdam (Holanda) el juliol de 2011 i posteriorment a l'Olimpíada Ibero-americana a San José (Costa Rica) el setembre de 2011. La competició ha consistit a resoldre sis problemes en dues sessions, els dies 25 i 26 de març. Un jurat format per exolímpics i membres de la Comissió d'Olimpíades ha estat l'encarregat d'elaborar els criteris de correcció i d'assignar les puntuacions a les solucions presentades pels concursants. No cal dir que, com cada any, tot això ha estat coordinat per la Comissió d'Olimpíades de la RSME amb María Gaspar, presidenta, al capdavant. La nostra sincera felicitació i agraïment a tots ells per l'excel·lent treball que han dut a terme desinteressadament. També volem agrair la presència del president de la RSME i de les autoritats autonòmiques, provincials, locals i acadèmiques que ens han acompanyat en les cerimònies de lliurament de premis d'aquesta Olimpíada i que han fet possible, amb el seu suport, que es pogués dur a terme.

Els problemes proposats van ser els següents:

1. En un polígon regular de 67 costats tracem tots els segments que uneixen dos vèrtexs, inclosos els costats del polígon. Triem  $n$  d'aquests segments i n'assignem a cada un un color d'entre 10 colors possibles. Troba el valor mínim que garanteix que independentment de quins siguin els segments escollits i de com es faci l'assignació de colors, sempre hi haurà un vèrtex del polígon que pertanyi a 7 segments del mateix color.
2. Siguin  $a, b, c$  números reals positius. Demos-

tra que

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} + \sqrt{\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}} \geq \frac{5}{2}.$$

Quan s'assoleix la igualtat?

3. Siguin  $A, B, C, D$  quatre punts en l'espai, tals que no hi ha cap pla que passa pels quatre alhora. Els segments  $AB, BC, CD, DA$  són tangents a una mateixa esfera. Demosta que els quatre punts de tangència són en un mateix pla.
4. Sigui  $ABC$  un triangle amb  $\angle B = 2\angle C$  i  $\angle A > 90^\circ$ . Sigui  $D$  el punt de la recta  $AB$  tal que  $CD$  és perpendicular a  $AC$ , i  $M$  el punt mig de  $BC$ . Demosta que  $\angle AMB = \angle DMC$ .
5. Cada nombre racional es pinta d'un color, utilitzant només dos colors, blanc i vermell. Es diu que una tal coloració és *santferminera* quan per a cada dos nombres racionals  $x, y$ , amb  $x \neq y$ , si es compleix una de les tres condicions següents:
  - a)  $xy = 1$ ,
  - b)  $x + y = 0$ ,
  - c)  $x + y = 1$ ,llavors  $x$  i  $y$  estan pintats de diferent color. Quantes coloracions *santfermineres* hi ha?
6. Sigui  $(S_n)_{n \geq 0}$  la successió definida per:
  - a)  $S_n = 1$  per  $0 \leq n \leq 2011$ .
  - b)  $S_{n+2012} = S_{n+2011} + S_n$ , per  $n \geq 0$ .

Demosta que per a tot enter no negatiu es compleix que  $S_{2011a} - S_a$ , és múltiple de 2011.

Els guanyadors de medalla d'or són Byoung-Tae Bae (Madrid), Darío Nieuwenhuis Nivelá (Barcelona), Óscar Rivero Salgado (Galícia), Pablo Boixeda Álvarez (Madrid), Cassius Manuel Pérez de los Cobos Hermosa (Castella-la Mancha) i Eric Milesi Vidal (Barcelona). Els concursants catalans Eduard Vázquez Espin, Ferran Alet Puig, Marc Felipe Alsina i Júlia Alsina Oriol van obtenir medalla de plata, i Jordi Barceló Mercader i Joan Estévez Estudis van obtenir medalla de bronze.

José Luis Díaz-Barrero  
UPC



## Agenda

### **Advanced Course and Workshop: Large-Cardinal Methods in Homotopy**

Data i lloc: de l'1 al 8 de setembre de 2011, a l'IMUB.

Coordinadors: J. Bagaria i C. Casacuberta.

<http://www.imub.ub.es/hocard11/index.php?carga=home>

### **European Women in Mathematics**

Data i lloc: del 5 al 9 de setembre de 2011, al CRM.

Comitè científic: N. Uraltseva, V. Baladi, E. Bayer, C. Bernardi, C. Bessenrodt, A. Grassi, U. Hamenstaedt, D. McDuff, R. Piene, V. Sos, U. Tillmann, M. Vergne.

<http://www.crm.cat/ewm>

### **Kyoto-Paris-Barcelona Seminar in Arakelov Geometry**

Data i lloc: del 5 al 9 de setembre de 2011, a l'IMUB.

Comitè organitzador: J. I. Burgos i M. Sombra.

<http://www.imub.ub.es/kpb2011/index.html>

### **IMAC Symposium on Dynamical Systems, Trends and Perspectives**

Data i lloc: del 14 al 16 de setembre de 2011 a l'IMAC, Castelló.

Comitè organitzador: B. Campos, F. Casas, C. Chiralt, J. Galindo i P. Vindel.

<http://www.imac.uji.es/IMACSymp.html>

### **III Jornadas Matemáticas en la Sociedad de la Información**

Data i lloc: del 16 al 17 de setembre de 2011 al CRM.

Comitè organitzador: J. Borges, M. Bras-Amorós, J. Gutierrez, M. Villanueva i J. Villar.

<http://www.deic.uab.cat/JMatSI2011/>

### **Joint Mathematical Conference of the Austrian, Catalan, Czech, Slovak and Slovenian Mathematical Societies**

Data i lloc: del 25 al 28 de setembre de 2011, a Krems (Àustria).

Comitè científic: M. Drmota, J. Kratochvil, B. Maslowski, K. Mikula, R. Nedela, M. Oberguggenberger, T. Pisanski, P. Semrl, O. Serra i J. de Solà-Morales.

<http://www.dmg.tuwien.ac.at/OMG/OMG-Tagung/>

### **International Conference on Function Spaces, Weights, and Variable Exponent Analysis**

Data i lloc: del 26 al 30 de setembre de 2011, al CRM.

Comitè organitzador: S. Tikhonov i K. Dyakonov.

<http://www.crm.cat/Activitats/Activitats/2011-2012/cspaces/web-cspaces/>

### **Coloquio del Centenario de la RSME: La conjetura de Hirsch**

Data i lloc: el 19 d'octubre de 2011, a l'IMUB. Conferenciant: F. Santos.

<http://www.imub.ub.es/coloquioRSME/>

### **Optimization: Theory, Algorithms and Applications in Economics (OPT2011)**

Data i lloc: del 24 al 28 d'octubre de 2011, al CRM.

Comitè científic: A. Daniilidis, J. Dutta, A. Ferrer i M. Kornafel.

<http://mat.uab.cat/opt2011/index.html>

### **Advanced Courses on Approximation Theory and Fourier Analysis**

Data i lloc: del 7 a l'11 de novembre de 2011, al CRM.

Comitè organitzador: S. Tikhonov i K. Dyakonov.

<http://www.crm.cat/Activitats/Activitats/2011-2012/acfourier/web-acfourier/>

### **Workshop on Computational Security**

Data i lloc: del 28 de novembre al 2 de desembre de 2011, al CRM.

Comitè organitzador: J. Climent, S. Díaz, V. Requena i V. Tomás.

<http://www.crm.cat/wksecurity>

### **ICREA Conference on Approximation Theory and Fourier Analysis**

Data i lloc: del 12 al 16 de desembre 2011, al CRM.

Comitè organitzador: S. Tikhonov i K. Dyakonov.

<http://www.crm.cat/Activitats/Activitats/2011-2012/icreaapproximation/web-icreaapproximation/>

### Entrevista a Josep M. Brunat



Josep M. Brunat va ser professor de batxillerat durant quinze anys, al llarg dels quals va exercir a l'institut d'Errenteria, al País Basc; al de Sueca, al País Valencià, i al de Sant Andreu de Barcelona. Va ser director de l'institut d'Errenteria i cap d'estudis del

de Sueca. Des de l'any 1989 és professor del Departament de Matemàtica Aplicada II de la UPC. Ha estat director d'aquest departament i vicedegà cap d'estudis de la llicenciatura de Matemàtiques a la FME. Aquesta experiència llarga i variada ha fet pensar a la redacció que les seves opinions sobre les matemàtiques, i particularment sobre l'estat del seu ensenyament, podrien tenir un interès general.

**SCM:** Bon dia, Josep M.

**JMB:** Bon dia. Gràcies per pensar que les meves opinions poden interessar els lectors de la *SCM/Notícies*.

**SCM:** La teva carrera professional com a matemàtic és molt completa, has passat per gairebé tots els àmbits de les matemàtiques: docència a diferents nivells, recerca, gestió també a molts nivells...

**JMB:** No tant, no tant. Per exemple, mai no he fet classes de nivell obligatori. Quan vaig passar a la universitat, en els instituts només hi havia estudiants de BUP i COU. Tampoc no sabia dir massa res de la formació professional, que és un món molt extens. Ara, sí que és veritat que fa trenta-set anys que estic en el món acadèmic i matemàtic. Tant de temps dona per a molt. Bàsicament, he fet docència, quinze anys a secundària i la resta a la universitat. A l'etapa universitària, també he fet recerca. La gestió, en canvi, ha estat només ocasional. De tant en tant, toca. Quan m'ha semblat que calia i podia he assumit tasques de gestió, però he procurat que fos per períodes no gaire llargs.

**SCM:** Com valores el moment actual de la matemàtica, com a disciplina científica?

**JMB:** Segurament em falta perspectiva. Ara,

la impressió que tinc és que, sense perdre la seva unitat essencial, s'ha diversificat extraordinàriament. Cada vegada hi ha més àmbits en què les matemàtiques van prenent posicions rellevants. Tradicionalment, les matemàtiques han estat part consubstancial de ciències com la física o l'astronomia, però avui aquest ventall s'ha ampliat molt i inclou àmbits tan diversos com l'economia, la biologia, la psicologia, i molts d'altres. En particular, en un món tan expansiu com el de les anomenades noves tecnologies, les matemàtiques tenen un paper essencial en temes de gran impacte social i econòmic. Penso en codificació, criptografia, processament d'imatges, mètodes de cerca i un etcètera molt llarg, que són claus en els enregistraments d'audiovisuals, en la banca o les compres per Internet, en el diagnòstic per la imatge, en els cercadors com Google, etc.

**SCM:** Segueix sent veritat per als joves el vell tòpic que «les matemàtiques són molt difícils»? De quina manera podem ajudar a canviar aquesta percepció?

**JMB:** No sé si ens hem d'esforçar a canviar una percepció que potser és la correcta. Des del punt de vista d'un estudiant concret, la dificultat d'una o altra matèria és una qüestió personal que té a veure amb la seva personalitat, amb la preparació prèvia necessària, amb el professor que li ha tocat, i segurament amb unes quantes altres coses. Des del punt de vista general, en canvi, és una qüestió estadística. A mi em sembla raonable considerar tant més difícil una matèria com més persones la considerin difícil. Vist així, les matemàtiques són objectivament difícils, possiblement la matèria més difícil. Però no voldria que s'interpretés això com un «no hi podem fer res». Hem de seguir pensant i provant com podem fer-les més atractives i més comprensibles. Hem de despullar-les de dificultats artificials. Ens hi hem d'esforçar, com tants i tants professionals ja s'hi esforcen. Ara, tampoc no hem de sentir-nos culpables de la seva dificultat, ni hem de caure en la temptació de desnaturalitzar-les per fer-les més fàcils del que realment són. Els professors de matemàtiques no estem pedagògicament més mal dotats que

els de filosofia, els de química o els d'història de l'art. Hem passat els mateixos filtres, potser fins i tot més exigents. Repeteixo: no hem de dimitir de fer-les més atractives i comprensibles, no les hem de falsejar, i no ens hem de sentir culpables de la seva dificultat.

**SCM:** Hi ha massa fracàs escolar a secundària?

**JMB:** El terme *secundària* és massa genèric. Hi ha una diferència essencial entre l'ensenyament obligatori i el que no ho és. A l'ensenyament obligatori l'objectiu és obtenir de cada alumne el màxim de les seves capacitats. No es poden deixar nois marginats o abandonats. Cal atendre tothom, que tothom se senti integrat, provar de treure el millor de cadascú i premiar els qui s'esforcen per millorar, encara que no assoleixin grans objectius. En canvi, a l'ensenyament no obligatori, sigui al batxillerat o sigui a la universitat, hi ha un ingredient diferent. No n'hi ha prou que l'estudiant s'esforci: ha d'assolir certs objectius. L'aprobat és un «certificat» que diu que se saben certes coses. I, si tot i esforçar-se, l'estudiant no assoleix aquests objectius, doncs no ha d'obtenir el certificat. En aquest context la paraula «fracàs» s'empra malament. Un estudiant que està en les condicions inicials de seguir un curs, per capacitat i coneixements, i que estudia i s'esforça, però que no se'n surt, aquest ha fracassat. Però d'aquests n'hi ha pocs. En canvi, el noi que l'únic acte acadèmic que ha fet és matricular-se, el noi que no estudia ni per equivocació, el noi que no està disposat a renunciar a cap de les seves activitats alternatives per estudiar tot el que cal, o el noi que, simplement, no té prou coneixements o capacitats, i, en plena lògica, suspèn, d'aquest no es pot dir que hagi fracassat. I d'aquests, déu n'hi do els que hi ha, al batxillerat i a la universitat.

**SCM:** Per què una assignatura tan central com les matemàtiques no acaba de trobar un encaix estable en els plans d'estudis de secundària?

**JMB:** Un encaix estable implica que hi ha una base estable on encaixar. Però si alguna cosa ha caracteritzat el món de l'ensenyament secundari i universitari els últims decennis és, precisament, la manca d'estabilitat en tots els sentits. Els canvis de plans d'estudis, de normatives, de calendaris, de model de selectivitat, etc., són continus. Mireu l'anomenat  $1 \times 1$ , posat en marxa amb precipitació i aturat amb la mateixa precipitació. Aquesta pluja contínua de lleis, normatives i reglaments canvians no són

un símptoma d'actualització i d'adaptació als temps, sinó un símptoma de manca de rumb i de claredat d'idees. Les matemàtiques, que són una matèria que necessita el gota a gota, la paciència, la continuïtat, la concentració i el gust pel pensament pausat, ho tenen malament. És clar que es podrien prendre mesures en la bona direcció: retirar de la circulació alguns llibres de text que, en lloc de centrar-se en poques idees i clares, i en motius i arguments convincents, se centren en les receptes per decret, en l'ostentació tipogràfica i a fer de les seves pàgines una orgia de la dispersió (en tecnicolor, això sí); o organitzar de forma més raonable els màsters en secundària de manera que garanteixin un coneixement suficient de la matèria dels qui l'obtenen; o dedicar a les matemàtiques el temps d'aula que cal; o facilitar als professors l'adquisició de coneixements nous de la seva matèria; o moltes altres coses. Però, vaja, el punt principal és fixar el rumb, saber què volem i què hem de fer per assolir-ho, i navegar en aquesta direcció. Però no veig pas que les coses vagin per aquí. Els partits polítics no sembla pas que resisteixin la temptació de tirar-se els plats pel cap amb qualsevol excusa en un tema tan sensible com l'educació, que pot donar tant de rendiment electoral.

**SCM:** Has esmentat els màsters de secundària. Què en penses, de la substitució del CAP i del CQP pels màsters en educació?

**JMB:** L'octubre de 2006 em van demanar de participar en una comissió que havia de fer un informe sobre com calia fer la formació inicial del professorat de secundària. La comissió estava formada per unes quinze persones, la majoria per raó del càrrec (aquest no era el meu cas). Hi havia, per exemple, els directors dels instituts de ciències de l'educació (ICE) de la UB, de la UAB i de la UPC. Aquesta comissió va acabar fent unes recomanacions que, en general, no s'han seguit. Una de les consideracions finals proposava que es tractés d'un màster interuniversitari, reconegut per totes les universitats. Crec que això hauria evitat una espècie de competència entre les universitats per a captar estudiants a força de posar fàcil obtenir el màster. Una altra consideració final deia que s'ha de fer una selecció molt acurada dels estudiants que cursin el màster, atenent els coneixements disciplinaris. Aquest era el principal problema del CAP i és el principal problema dels màsters actuals. Amb comptadíssimes excepcions, tants entren, tants

surten. Tothom serveix per a professor especialista. Gregorio Luri en el seu llibre *L'escola contra el món*, remarca un fet que ens hauria de fer reflexionar. Es pregunta què tenen en comú els sistemes educatius dels estats millor situats en les proves PISA. No és la capacitat econòmica, perquè n'hi ha de pobres molt ben situats. No és el sistema pedagògic, perquè n'hi ha de molt ben valorats que empren una atenció bastant personalitzada, al costat d'altres on les aules molt poblades són la norma. No és el sou dels professors, perquè estats que paguen millor estan pitjor situats. I doncs? Resulta que el que tenen en comú és una selecció del professorat molt estricta i, com a conseqüència, un bon reconeixement social del professor. Els màsters que tenim, com l'antic CAP, no trien. No sé pas si les coses que estudien i practiquen els estudiants durant el màster són les més adients; tot i que en tinc dubtes, admetem que sí. Tot i així, hi ha una qüestió prèvia no resolta: els coneixements. En el cas de les matemàtiques, hi ha estudiants que provenen d'estudis de farmàcia, de química, d'arquitectura, d'econòmiques i d'altres, on les matemàtiques tenen poc pes i encara menys després de les adaptacions dels plans d'estudi a l'EEES. Poden ser —i sovint ho són— persones amb capacitat i interessades en la docència i en les matemàtiques, però no han tingut ni la necessitat ni l'ocasió d'estudiar totes les matemàtiques que calen per explicar-les amb garanties. Sembla natural que abans de discutir com cal explicar la geometria se sàpiga alguna cosa més de geometria que la que figura als llibres de text de batxillerat. Doncs no. Fem el màster de secundària en l'especialitat de matemàtiques i acreditem com a professors persones que no tenen prou coneixements de l'especialitat. Aquest error no el cometem els estats on l'educació és de debò una prioritat. Per sort, a secundària hi ha un gruix important de professors molt competents que es mereixen un monument. Sort en tenim d'ells que, en un entorn poc favorable, fan la seva feina tan bé com és possible donades les circumstàncies. No sóc capaç de quantificar aquest gruix, però hauríem de fer per reconèixer més explícitament la seva feina i per garantir que totes les noves incorporacions, i no només unes quantes, o la majoria, siguin igualment competents.

**SCM:** Què et semblen els nous graus en matemàtiques?

**JMB:** Les dificultats que hi ha hagut per adaptar-se a l'EEES en alguns àmbits on hi havia la carrera de grau mitjà i la superior, no s'han donat a les matemàtiques. En alguns aspectes la discussió ha estat més viva. En comentaré tres. El primer és la durada, els quatre anys. El canvi de cinc anys (on encara eren cinc) a quatre no em sembla que tingui massa importància. La formació de debò, l'ofici, s'aprèn als primers cursos. Després, que es facin més o menys optatives o una assignatura més d'anàlisi o d'àlgebra no em sembla tan greu. Els graduats, després de quatre anys, han de poder aprendre per ells mateixos allò que els calgui o que els interessi. Els quatre anys, doncs, no em semblen traumàtics. El segon és l'adaptació dels plans d'estudis als estudiants que provenen del nou batxillerat. Són estudiants que han fet menys matemàtiques i amb menys exigència que la que demanava el BUP. Arreu s'han posat assignatures destinades a suplir mancances de formació i de maduresa. Tot un símptoma que hi hagi hagut pràctica unanimitat a considerar això necessari. Només tinc informació parcial, però sembla que s'ha optat per una assignatura conceptualment fàcil, però en què es faci un cert èmfasi a dir —i escriure— de forma matemàticament correcta. El tercer aspecte és la insistent prèdica dels *experts* sobre els *nous* mètodes pedagògics que s'han d'emprar. La majoria de coses que he sentit són les mateixes que s'han dit els últims trenta anys cada vegada que hi ha hagut un canvi de plans d'estudis del nivell que sigui —és a dir, cada dos per tres. De fet, no cal gaire experiència per a saber que els mètodes pedagògics a emprar depenen de molts factors diferents: pots tenir sis o seixanta alumnes; pot ser una classe de màster o de primer; pot ser de càlcul numèric o d'àlgebra abstracta; pot ser per a estudiants d'informàtica o de matemàtiques; poden ser classes d'una hora, d'una hora i mitja o de dues seguides; pot ser una assignatura amb caràcter de formació complementària o una assignatura essencial en l'esquema formatiu; etc. Cadascuna d'aquestes coses, i només n'he esmentat una petita proporció, condiciona el plantejament de la docència i la tria de mètodes que es faran servir. La crítica indiscriminada a la classe magistral, quan pot ser la millor opció en certes circumstàncies, o la burla sistemàtica a les classes molt participatives, que poden ser la millor opció en altres circumstàncies, no tenen gaire sentit. No hi ha



una recepta pedagògica universal per a totes les circumstàncies i condicionants.

**SCM:** I les PAU, quina influència tenen?

**JMB:** Deixa'm començar per dir dues coses bones de les PAU. La primera, sobre l'organització. Cada any m'admira com funciona de bé tot el procés. Hi intervé un munt de gent, coordinadors, sotscoordinadors, presidents, correctors, vocals de centre, la gent de l'oficina de les PAU, etc. I s'examina una munió d'estudiants, desenes de milers. És un miracle que hi hagi tan poques incidències. Això, i altres coses, com l'organització de les proves Cangur, que també involucra molta gent que treballa desinteressadament, i que és un èxit any rere any, deixa en evidència la crítica generalitzada als funcionaris docents.

Una altra cosa bona és que es tracta d'exàmens uniformes, és a dir, els mateixos per a tothom, externs i anònims, amb regles clares i conegudes amb antelació. Les regles poden agrair més o menys, però són transparents i iguals per a tothom.

Responent, ara sí, a la teva pregunta, en el cas de les matemàtiques i em sembla que també en les altres matèries, l'examen discrimina poc, no gradua prou bé les qualificacions. Com que només consta d'exercicis (encara que se'n diguin problemes, són exercicis), les notes més altes les poden treure alhora alumnes realment brillants i també alumnes treballadors i voluntariosos, que no és poc, però que no és el mateix que ser excel·lent. A l'examen d'entrada al Centre de Formació Interdisciplinària Superior de la UPC s'hi presenten uns setanta o vuitanta alumnes amb una nota de selectivitat generalment superior al vuit. La nota de l'examen es distribueix des de notes properes al zero fins a alguns deus. És a dir, que les notes altes de la selectivitat admeten molts matisos. Però vaja, *selectivitat* és el nom popular d'un procés que no té per objectiu seleccionar els qui poden anar a la universitat. El nom oficial és Proves d'Accés a la Universitat, i té com a objectiu ordenar els estudiants que volen estudiar certes carreres quan hi ha més demanda que oferta.

**SCM:** Es parla molt d'una baixada de nivell a la universitat. Què hi ha de cert, en això?

**JMB:** Quan van començar a arribar a la FME els estudiants provinents de l'ESO i batxillerat de dos anys, vaig detectar que eren més participatius, tenien menys vergonya de contestar a classe, es mostraven més desinhibits. Però els

dèficits de coneixements i, sobretot, la manca de costum d'estudi continu i intens, fan estralls. El primer curs ha esdevingut més traumàtic del que era. Certament, el primer curs de matemàtiques, com el d'altres carreres tècniques, ha estat sempre prou difícil. Però hi ha fets constatables. A la FME, la nota de tall s'ha mantingut sempre prou alta, és a dir, hem tingut un flux d'estudiants de qualitat bastant homogènia al llarg dels anys. Doncs bé, els primers anys, en acabar primer hi havia dos o tres abandonaments, a tot estirar. Després de l'arribada de les promocions del nou batxillerat, això es va disparar. No sé què ha passat en altres àmbits, però per als estudis científics i tècnics, el canvi d'organització de la secundària ha estat dolent. L'augment de l'edat de l'escolarització obligatòria era convenient i inevitable, però no necessàriament s'havia de fer a cop d'uniformització a la baixa. Massa nois, davant d'una demanda d'esforç intens i continuat, es queden perplexos, no ho entenen. «Si fins ara treia bones notes, ara que estudio més que abans, com és que suspenc?», semblen preguntar-se. N'hi ha que poden i reaccionen, però n'hi ha massa que l'esforç els supera o que no poden recuperar els dèficits acumulats. Aquests problemes se centren sobretot a primer. Els professors d'altres cursos també es queixen, però em sembla que, amb matisos si es vol, en els cursos superiors les coses no són tan diferents de com eren. Potser han estudiat menys coses, però, en general, obtenen la maduresa i els coneixements suficients. El gruix dels titulats seran bons professionals. A més, a cada promoció hi ha uns quants joves molt brillants, amb una enorme capacitat de treball i una claredat matemàtica extraordinària que deixa astorat. Gent molt bona. Jo crec que el futur de la matemàtica del país està garantit.

**SCM:** Què li diries a un jove que, sense conèixer gaire aquest món, decideix dedicar-se a les matemàtiques simplement perquè li agraden?

**JMB:** Que és un motiu excel·lent. Que tingui present que són difícils i que s'ha de treballar fort, però que si li agraden, endavant. Si després veu que no són el que es pensava, ja tindrà temps de canviar, però que no es quedi amb la recança. I si, en efecte, troba que són el seu camí, estudiant-les té diversió assegurada per a tota la vida. Al llarg dels anys m'he trobat amb unes quantes persones que m'han confessat que els hauria agradat estudiar matemàtiques,

però que no ho van fer perquè no volien ser professors, i que per això van prendre una altra opció. En tots ells m'ha semblat entreveure un cert penediment. Avui, l'excusa de la sortida professional única ja no val. Afortunadament, tal com dèiem al començament, les matemàtiques tenen un paper a molts àmbits i, per tant,

avui el ventall de possibilitats professionals és més ampli. Sí, que t'agradin les matemàtiques és un motiu excel·lent per a dedicar-t'hi.

**SCM:** Bé, moltes gràcies per aquestes interessants paraules. Esperem que facin reflexionar al lector sobre aquests temes, i que contribueixin a millorar el món de la matemàtica catalana.

## Algunes citacions matemàtiques

Fa uns anys, vàrem publicar l'article «Citations al voltant de les matemàtiques» a *Materials Matemàtics* vol. 2007, treball 2. Aquí incloem una selecció d'algunes de les citacions que contenia aquell treball, complementada amb unes quantes de noves. La nostra font principal ha estat la pàgina web de la Universitat de Furman, Mathematical Quotations Server: <http://math.furman.edu/mwoodard/mquot.html>

Per aquest recull, hem classificat les citacions en tres apartats. El primer agrupa les que tenen a veure amb la manera com han fet matemàtiques els nostres mestres i per què són importants, el segon recull les citacions més curioses, mentre que al tercer hi trobareu les més famoses.

Esperem que aquesta lectura us resulti entretinguda i interessant.

### Com i per què fer matemàtiques

«L'estudi de l'aritmètica i de la geometria no només farà més clara i útil la vostra ment per a una infinitat d'activitats humanes, sinó més intel·ligent el vostre esperit, i a vosaltres més idonis per a dedicar-vos a la medicina». (Hipòcrates)

«Per a Tales la qüestió més primària era no pas què sabem sinó com ho sabem». (Aristòtil)

«La ment no és un vas que s'hagi d'omplir, sinó un foc que s'ha d'encendre». (Plutarc)

«La meitat de la ciència consisteix a fer-se les preguntes adequades». (Bacon)

«Si una persona és perseverant, malgrat sigui dura d'enteniment, es farà intel·ligent; i malgrat sigui dèbil es transformarà en forta». (Leonardo da Vinci)

«Com que la geometria és la veritable base de

la pintura, he decidit ensenyar-ne els fonaments i principis a tots els joves il·lusionats per l'art». (Dürer)

«[L'univers] no es pot llegir fins que no n'hem après el llenguatge i ens hem familiaritzat amb els caràcters amb els quals està escrit. Està escrit en llenguatge matemàtic, i les lletres són els triangles, els cercles i altres figures geomètriques, sense les quals és humanament impossible entendre una simple paraula». (Galileu)

«Mesura el que és mesurable, i fes mesurable el que no ho és». (Galileu)

«La natura utilitza tan poc com li és possible de totes les coses». (Kepler)

«Cada problema que resolc es transforma en una regla que més endavant pot servir per a resoldre altres problemes». (Descartes)

«Divideix les dificultats que examines en tantes parts com sigui possible per a trobar una solució millor». (Descartes)

«Normalment ens convencem més fàcilment per raons trobades per nosaltres mateixos que per les que se'ls han acudit als altres». (Pascal)

«Res no és més important que veure les fonts d'una invenció, que, en la meua opinió, són més importants que les invencions per si mateixes». (Leibnitz)

«La ciència de la matemàtica representa el millor exemple de com la raó pura pot ampliar successivament el seu domini sense l'ajut de l'experiència». (Kant)

«En la seva major part, les qüestions més importants de la vida són finalment només problemes de càlcul de probabilitats». (Laplace)

«L'estudi profund de la natura és la font més fèrtil de descobriments matemàtics». (Fourier)

«Sabeu que escric lentament. Això es deu principalment al fet que no estic satisfet fins que no he dit el màxim possible amb poques paraules, i escriure breument pren molt més temps que escriure amb tot detall». (Gauss)

«La teoria atrau la pràctica com l'imant atrau el ferro». (Gauss)

«Finalment, fa dos dies, vaig tenir èxit —no a causa dels meus grans esforços sinó per la gràcia del Senyor. Com un llampec sobtat, es va resoldre el trencaclosques. No m'és possible dir quin va ser el fil conductor que va connectar el que sabia prèviament amb el que va fer possible el meu èxit». (Gauss)

«No hi ha cap branca de les matemàtiques, per abstracta que sigui, que un dia no pugui ser aplicada a fenòmens del món real». (Lobatchevski)

«Malauradament, el que és poc reconegut és que els llibres científics valuosos són aquells en què l'autor indica clarament el que no sap; encobrir les dificultats és el pitjor que pot fer un autor pels seus lectors». (Galois)

«Un matemàtic que no és també una mica poeta no serà mai un bon matemàtic». (Weierstrass)

«A les matemàtiques els hi passa com a moltes altres coses: la bellesa es pot percebre, però no explicar». (Cayley)

«Aïllar les matemàtiques de les necessitats pràctiques de les ciències és convidar una vaca a l'esterilitat allunyant-la dels toros». (Txebixev)

«Hauria de rebutjar un bon sopar simplement perquè no entenc el procés de la digestió? [en ser criticat per usar manipulacions matemàtiques formals, sense entendre com funcionaven]». (Heaviside)

«Els descobriments matemàtics, grans o petits, mai no neixen per generació espontània. Sempre pressuposen un terra plantat amb el coneixement preliminar i ben preparat amb el treball, tant conscient com subconscient». (Poincaré)

«El pensament només és un llampec enmig de la nit, però és aquest llampec el que ho és tot». (Poincaré)

«L'art de fer matemàtiques consisteix a trobar quin és el cas especial que conté tots els gèrmens de generalitat». (Hilbert)

«L'aplicació pràctica es troba no buscant-la, i hom pot dir que tot el progrés de la civilització descansa en aquest principi». (Hadamard)

«Com pot ser que les matemàtiques, sent després de tot un producte humà, independent de l'experimentació, s'adaptin admirablement als objectes de la realitat?». (Einstein)

«[La matemàtica] és un camp que sovint s'ha comparat amb els escacs, però difereix d'aquests en el fet que el mals moments no compten, sinó només els bons. Una simple falta d'atenció pot fer perdre una partida d'escacs, mentre que només una aproximació reeixida a un problema, entre moltes que han acabat a la paperera, atorga una reputació de matemàtic». (Wiener)

### Citacions curioses

«Si em donen una fórmula i no en sé el significat, no em pot ensenyar res; però si ja en conec el significat, què m'ensenya?». (Sant Agustí)

«El bon cristià hauria d'anar amb compte amb els matemàtics i amb tots aquells que fan profecies buides. Ja hi ha el perill que els matemàtics hagin fet un pacte amb el diable per a enfosquir l'esperit i confinar-nos a les profunditats de l'infern». (Sant Agustí)

«Sis és un nombre perfecte, però no pel fet que Déu hagi creat el món en sis dies, més aviat és al contrari. Déu va crear el món en sis dies perquè aquest nombre és perfecte, i continuaria essent perfecte encara que el treball de sis dies no existís». (Sant Agustí)

«La medicina fa la gent malalta, les matemàtiques els fan tristos, i la teologia, pecadors». (Luter)

«Els nombres perfectes són com els homes perfectes, molt rars». (Descartes)

«On hi ha un problema, hi ha geometria». (Kepler)

«...seria millor per a la veritable física si no hi haguessin matemàtics a la terra». (D. Bernoulli)

«El nombre imaginari és un recurs subtil i meravellós de l'esperit diví, quasi un amfibi entre el ser i el no ser». (Leibnitz)

«Quan demanem consell, el que busquem és complicitat». (Lagrange)

«Els savis són els que busquen la saviesa, els necis pensen que ja l'han trobada». (Napoleó)

«La vida és bona només per dues coses, descobrir matemàtiques i ensenyar matemàtiques». (Poisson)

«La finalitat real de la ciència és l'honor de la ment humana». (Jacobi)

«Un matemàtic és un home cec en una habitació fosca buscant un gat negre que no és a l'habitació». (Darwin)

«Un home és com una fracció, amb numerador el que és i amb denominador el que pensa d'ell mateix. Com més gran és el denominador més petita és la fracció». (Tolstoi)

«La geometria és l'art de pensar bé i dibuixar malament». (Poincaré)

«El camí més curt entre dues veritats al domini real passa pel domini complex». (Hadamard)

«Els joves haurien de demostrar teoremes, els vells haurien d'escriure llibres». (Hardy)

«Un expert es algú que sap quins són els pitjors errors que es poden fer en la seva especialitat, i com evitar-los». (Heisenberg)

«Una bona broma matemàtica és millor, i millor matemàtica, que una dotzena d'articles mediocres». (Littlewood)

«Tots els grans teoremes són descoberts després de mitjanit». (Mathesis)

«No hi ha teoremes profunds —només teoremes que no hem entès massa bé». (Goodman)

### Citacions famoses

«Preferiria descobrir un fet científic que ser coronat rei de Pèrsia». (Demòcrit)

«No hi ha cap ruta reial cap a la geometria». (Euclides)

«El que sabem és una gota d'aigua, el que ignorem, tot un oceà». (Newton)

«Si he aconseguit veure més lluny ha estat perquè he pujat sobre les espatlles de gegants». (Newton)

«La ignorància afirma o nega rotundament, la ciència dubta». (Voltaire)

«Ara tindrè menys distraccions [Després de perdre la visió de l'ull dret]». (Euler)

«Poc, però madur [el lema de Gauss]».

«Els homes passen, però els seus fets queden». (Cauchy)

«Hi ha tres tipus de mentides: mentides, grans mentides i estadística». (Disraeli)

«La casualitat afavoreix a les ments entrenades». (Pasteur)

«Déu va crear els enters, la resta és obra de l'home». (Kronecker)

«La ciència es compon d'errors, que al seu torn són els passos cap a la veritat». (Jules Verne)

«Quan has eliminat el que és impossible, el que queda, encara que sigui improbable, ha de ser la veritat». (Conan Doyle)

«Es pot mesurar la importància d'un treball científic pel nombre de publicacions prèvies que es tornen supèrflues per aquest». (Hilbert)

«Si busques resultats diferents, no facis sempre el mateix». (Einstein)

«Tot hauria de ser tan simple com fos possible, però no més simple». (Einstein)

«Aquest principi és tan general que no té cap aplicació particular». (Pólya)

«Un matemàtic és una màquina de transformar cafè en teoremes». (Erdős)

Amb un afegitó (de Turner, un matemàtic visitant a Barcelona) com a elogi del cafè de casa nostra «...but american coffee is only for lemmas».

Armengol Gasull i Maria Jolis  
UAB



### John Milnor rep el Premi Abel 2011



Nascut el 1931, John Milnor va rebre la Medalla Fields l'any 1962 pels seus treballs en topologia diferencial, però també ha fet contribucions essencials en topologia algebraica, teoria K, teoria de grups i sistemes dinàmics (de variable real i complexa).

En els seus articles i *surveys*, la claredat d'exposició va sovint acompanyada d'idees molt profundes. Molts dels seus treballs han estat determinants per al desenvolupament posterior dels temes que ha tractat, i la seva influència es fa sentir en molts camps de les matemàtiques actuals. Intentaré donar una visió del treball de John Milnor.

#### Topologia diferencial

Els treballs de Milnor en topologia diferencial es consideren els més importants de la seva carrera i cal situar-los essencialment entre 1956 i 1965.

El primer resultat destacat va ser l'existència d'estructures exòtiques en esferes de dimensió 7. L'esfera estàndard de dimensió  $n$ ,  $S^n$ , és l'esfera unitat de l'espai euclidià  $\mathbf{R}^{n+1}$ :

$$S^n = \{x \in \mathbf{R}^{n+1} \mid |x| = 1\}.$$

Milnor trobà les primeres varietats diferenciables que són homeomorfes a l'esfera estàndard  $S^7$  però no difeomorfes, són el que s'anomenen *esferes exòtiques*. Milnor explica que quan les va trobar, ell fou el primer sorprès per la seva existència.

Dono breument la construcció que fa Milnor d'una esfera exòtica. Agafa dues còpies del producte de la bola de dimensió 4 per l'esfera de dimensió 3  $B^4 \times S^3$ . Cada còpia té frontera un producte d'esferes  $S^3 \times S^3$  i identifica les dues còpies mitjançant un difeomorfisme. Per a descriure el difeomorfisme, fa servir que  $S^3$  és l'esfera dels quaternions de Hamilton: envia el parell de quaternions unitaris  $(q_1, q_2) \in S^3 \times S^3$  a  $(q_1, q_1^2 q_2 q_1^{-1}) \in S^3 \times S^3$ . Mitjançant l'estructura de grup fàcilment construïm l'invers d'aquest difeomorfisme, i obtenim una varietat diferenciable de dimensió 7. Per a que no és difeomorfa

a  $S^7$ , Milnor fa servir classes característiques i demostra que la varietat no té cap difeomorfisme que inverteixi l'orientació. Per a veure que és homeomorfa a  $S^7$ , seguint una idea de Reeb, Milnor construeix una funció amb només dos punts crítics (un màxim i un mínim) que s'anomenen no degenerats (amb hessià diferent de zero), és a dir un tipus especial de funcions de Morse.

Observem que en aquesta demostració va utilitzar dues eines, classes característiques i funcions de Morse, que serien els temes respectiu de dos llibres que esdevindrien clàssics. Retrobarem les esferes exòtiques quan parlem de singularitats.

El descobriment d'estructures exòtiques va ser l'inici d'un període molt intens de la topologia diferencial. Aquest resultat justificava que les estructures diferencials fossin un objecte important per a ser estudiat, i Milnor s'hi va posar, en col·laboració sobretot amb M. Kervaire. Durant els anys següents hi hagué una extraordinària interacció entre matemàtics que treballaven en diversos camps de la topologia. Les tècniques que es van desenvolupar s'apliquen a varietats de dimensió 5 o superior. Així, Kervaire i Milnor van poder calcular quantes estructures diferencials hi ha per les esferes de dimensió  $\geq 5$ , és a dir quantes varietats (orientades) homeomorfes però no difeomorfes hi ha a  $S^n$ . En dimensions 5 i 6 n'hi ha només una, però en dimensió 7 n'hi ha 28, en dimensió 8 n'hi ha 2... De fet, en cada dimensió  $n > 4$  aquestes estructures formen un grup, que en molts casos es pot calcular a partir dels grups d'homotopia estable de les esferes. Ja veiem que tot això té molta relació amb la topologia algebraica.

En dimensió 4 o inferior tota aquesta teoria no s'aplica. En dimensions 2 i 3 se sap que tota varietat admet una única estructura diferenciable, però en dimensió 4 no. De fet, la conjectura de Poincaré topològica fou resolta per Freedman el 1982: tota varietat homotòpicament equivalent a  $S^4$  és homeomorfa a  $S^4$ , però encara queda pendent la versió diferenciable: hi ha alguna varietat homeomorfa però no difeomorfa a  $S^4$ ? Equivalentment: *Existeixen esferes exòtiques de*

*dimensió quatre?* El 1983 Donaldson caracteritzà quines varietats de dimensió 4 simplement connexes admeten una estructura diferenciable, però no demostrà que fossin úniques.

L'explosió de la topologia diferencial portà al desenvolupament de la teoria de cirurgia, els cobordismes (s-cobordisme, h-cobordisme), les funcions de Morse i la teoria de nanses. Aquesta darrera permeté a Smale, Stallings i Zeeman demostrar la conjectura de Poincaré en gran dimensió.

Una altra contribució importantíssima de Milnor fou establir quines esferes són *paralelitzables*, és a dir tenen fibrat tangent trivial. Les esferes de dimensió 1, 3 i 7 són paralelitzables, perquè són l'esfera unitat, respectivament, dels nombres complexos, dels quaternions i dels octonions de Cayley. Això dona una manera de trivialitzar-ne el fibrat tangent, mitjançant la multiplicació. Raoul Bott i John Milnor, i de manera independent Michel Kervaire, van demostrar el 1958 que aquestes són les úniques esferes paralelitzables. De fet l'article de Bott i Milnor al *Bulletin of the Amer. Math. Soc.* és un extracte de dues cartes que es van intercanviar: «Milnor to Bott, December 23, 1957» i «Bott to Milnor, January 6, 1958». Sembla que durant aquelles vacances de Nadal les classes de Pontryagin treien fum! Cal mencionar que aquest resultat va ser subsumit pel treball d'Adams el 1962, que determina el nombre màxim de camps vectorials en una esfera que són linealment independents en cada punt.

El 1908 Steinitz i Tietze havien formulat l'anomenada *Hauptvermutung*, segons la qual dos complexos simplicials homeomorfs havien de ser combinatòriament equivalents (sempre llevat de subdivisió). Milnor trobà un contraexemple el 1961, utilitzant l'anomenada torsió de Reidemeister. Cal dir que el contraexemple no és una varietat i va caldre esperar fins al final de la dècada perquè Edwards, Casson, Kirby i Siebenmann en trobessin un que fos una varietat. A partir d'aquí Milnor va seguir estudiant aquesta torsió i va descobrir que el polinomi d'Alexander també és una torsió de Reidemeister. Això permeté (a ell i a altres autors) donar arguments molt senzills per a resultats que involucren el polinomi d'Alexander. Sobre la torsió, cal destacar el *survey* «Whitehead torsion», en el qual dona una aproximació unificada de les dues torsions, la de Whitehead introduïda el

1950 i la de Reidemeister, de 1935, així com la relació amb els cobordismes, l'homotopia simple i la teoria  $K$  algebraica.

## Topologia algebraica

Els treballs de Milnor en topologia diferencial utilitzen moltes eines de topologia algebraica, com ara les classes característiques que ja hem mencionat. El 1957 Milnor va oferir un curs de classes característiques, publicat el 1974 conjuntament amb James Stasheff, que n'havia pres notes. Tot i esperar disset anys a ser publicat, va ser un llibre molt influent, i de fet continua sent molt citat actualment (per exemple, el 2010 té trenta-nou cites al Mathscinet). He seleccionat quatre contribucions especialment rellevants en topologia algebraica.

1. Els espais classificants són molt importants per al desenvolupament de la teoria d'homotopia, incloent la classificació de fibrats, i de l'àlgebra homològica. Els primers espais classificants s'havien construït mitjançant grassmanianes, va ser Milnor qui en donà una construcció per a un grup topològic en general amb tècniques diferents.
2. A la dècada dels anys cinquanta es desenvolupaven mètodes simplicials en topologia, i Milnor va donar una construcció que permetia associar un CW-complex a un complex semi-simplicial. Milnor va contribuir a impulsar la idea que en topologia algebraica els CW-complexos són els espais més adients per a treballar.
3. El 1953 Steenrod havia introduït unes operacions en cohomologia, que afegien una nova estructura a la cohomologia d'un espai a coeficients  $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$ . Autors com José Adem o Henri Cartan n'estudiaren les propietats. Milnor va demostrar que les àlgebres de Steenrod en cohomologia també són àlgebres de Hopf (és a dir, a més d'un producte tenen un coproducte amb certa compatibilitat i estructura), la qual cosa oferia una visió més general dels resultats d'Adem i Cartan. El treball de Milnor va tenir un paper molt influent en el desenvolupament de la successió espectral d'Adams, clau en l'estudi de l'homotopia estable i el cobordisme (que ens tornen a la part de topologia diferencial).
4. Un altre treball molt significatiu és la caracterització del tipus d'homotopia de les varietats

de dimensió 4 simplement connexes. Per a una varietat tancada i orientada, la forma d'intersecció del segon grup d'homologia

$$H_2(M^4) \times H_2(M^4) \rightarrow \mathbf{Z}$$

és una forma bilineal, simètrica i no degenerada. Basat en treballs de Whitehead, Milnor demostrà que aquest invariant classifica el tipus d'homotopia de les varietats de dimensió 4 simplement connexes. A la part d'àlgebra tornarem a trobar una connexió amb el tema de les formes quadràtiques.

## Àlgebra

Milnor té treballs molt significatius en teoria  $K$  algebraica i formes quadràtiques. Els desenvolupaments de topologia algebraica i diferencial en els quals Milnor participava involucraven el  $K_0$  i el  $K_1$  algebraics. Cap al 1960, es coneixia una definició pel  $K_0$  i  $K_1$  d'un anell, però no els grups superiors de teoria  $K$ . Milnor va trobar la definició adequada pel  $K_2$  d'un cos i va proposar definicions per a tots els grups superiors. Quillen fou qui va trobar posteriorment la definició correcta per a tots els grups de teoria  $K$ . Com a part d'aquest treball, Milnor formulà una conjectura, la resolució de la qual li va valdre a Vladimir Voevodsky rebre la Medalla Fields el 2002.

Relacionat amb el desenvolupament de la teoria  $K$ , Milnor féu contribucions importants en el càlcul de grups de Whitehead, i en el problema del subgrup de congruència, és a dir, de decidir si tot subgrup d'índex finit d'un grup aritmètic conté un subgrup de congruència. Per exemple, si  $A$  és l'anell d'enters d'un cos de nombres, aleshores  $SL_n(A)$  és un grup aritmètic i un grup de congruència és el nucli d'una projecció

$$SL_n(A) \rightarrow SL_n(A/I),$$

sent  $I$  un ideal de  $A$ . Aquí cal mencionar també nombroses contribucions en el tema clàssic de formes quadràtiques, en particular la resolució completa de la teoria dels productes simètrics sobre un cos de característica 2.

A més de la teoria  $K$ , Milnor va fer contribucions a les àlgebres de Hopf i a la funció de creixement de grups. Expliquem els seus treballs sobre la funció de creixement, que són anteriors als treballs de Cannon i Gromov de la dècada dels vuitanta, considerats fundacionals

per a la teoria geomètrica de grups. L'any 1968 Milnor va introduir la funció de creixement d'un grup  $G$  finitament generat respecte a un sistema de generadors. Per a tot  $n \in \mathbf{N}$ ,  $c(n)$  es defineix com el nombre d'elements de  $G$  que es poden expressar en una paraula de longitud  $\leq n$  respecte al sistema de generadors. Diem que  $G$  té creixement de tipus:

- polinòmic de grau  $d$ , si  $c(n) \leq an^d$  per a cert  $a > 0$ ,
- exponencial, si  $c(n) \geq b^n$ , per a cert  $b > 1$ .

El tipus de comportament de  $c(n)$  no depèn del conjunt de generadors, només del grup  $G$ . Milnor n'estudià el comportament pel grup fonamental de varietats amb restriccions en la curvatura, en un article de 1968. El mateix any, en una nota demostra que si  $G$  és un grup resoluble, aleshores o bé  $G$  té creixement exponencial, o bé  $G$  és virtualment nilpotent (i en particular  $G$  té creixement polinòmic). Això el porta a preguntar:

1. El creixement d'un grup finitament generat ha de ser necessàriament polinòmic o exponencial?
2. Conjectura: tot grup finitament generat de creixement polinòmic es virtualment nilpotent.

La resposta a la primera pregunta és *no*, amb un contraexemple trobat per Grigorchuk el 1983. La demostració de la conjectura 2 la va donar Gromov el 1981.

## Singularitats

En l'apartat de topologia diferencial he parlat de les esferes exòtiques, construïdes per Milnor el 1956. El 1966 Brieskorn va donar una construcció de les 28 estructures exòtiques de  $S^7$ , com la intersecció d'una hipersuperfície de  $\mathbf{C}^5$  amb una esfera petita centrada en l'origen:

$$\{z \in \mathbf{C}^5 \mid z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^3 + z_5^{6k-1} = 0\} \cup \{z \in \mathbf{C}^5 \mid |z| = \varepsilon\},$$

per a  $\varepsilon > 0$  prou petit. De fet per a  $k = 1, 2, \dots, 28$  obtenim les 28 estructures diferenciables possibles de  $S^7$ .

Segons B. Teissier, «Milnor certament va donar a la teoria analítica de singularitats molt més del que en rebé; a canvi d'una descripció concreta d'esferes exòtiques, John Milnor va oferir als geomètres de singularitats les eines per a

entendre el comportament geomètric d'una funció analítica (de diverses variables complexes) en un entorn d'un punt crític».

Els treballs de Milnor van portar al desenvolupament de l'estudi local topològic de les singularitats en geometria analítica mitjançant mètodes de geometria diferencial, per oposició a l'estudi global mitjançant geometria algebraica o cohomologia que havia dominat fins aleshores. Les nocions de *fibra de Milnor* i *nombre de Milnor* són actualment unes de les nocions més importants en l'estudi de singularitats complexes.

### Sistemes dinàmics

En els darrers anys, Milnor ha tingut un rol prominent en el desenvolupament dels sistemes dinàmics de baixa dimensió, tant de variable real com complexa. El seu treball capdavanter amb Thurston establí els fonaments combinatoris per a la dinàmica de l'interval, mitjançant la *kneading theory*. Em referixo a un article de Milnor i Thurston que fou publicat el 1988, però que ja circulava des del 1977, en què desenvolupen una teoria que ha estat en el focus d'una intensa recerca durant dècades. La conjectura de Milnor i Thurston sobre la monotonicitat de l'entropia ha unit la dinàmica real i l'holomorfa d'una manera profunda, portant a avenços substancials. A més, el seu llibre *Dynamics in One Complex Variable*, de 1999, ràpidament esdevingué la porta d'entrada més popular en aquest camp.

### Geometria diferencial

El primer article de Milnor, publicat quan tenia dinou anys, és de geometria diferencial i parla de la curvatura total d'una corba a l'espai. Segons la llegenda, Milnor provà el teorema accidentalment, perquè es va pensar que en comptes d'una conjectura era un problema que formava part «dels deures assignats». Cal dir que una demostració independent havia estat donada per I. Fáry poc temps abans.

Considerem una corba llisa parametritzada a l'espai  $C: [0, L] \rightarrow \mathbf{R}^3$ . Suposarem que la corba és tancada, amb  $C(0) = C(L)$ , i que totes les derivades coincideixen  $C^{(n)}(0) = C^{(n)}(L)$ . Així també la podem pensar com una aplicació llisa del cercle  $S^1 \rightarrow \mathbf{R}^3$ . També suposarem que es mou a velocitat 1, és a dir que el seu vector

tangent és unitari:  $|C'(t)| = 1$ . La curvatura es defineix com la norma de la segona derivada:

$$\kappa(t) = |C''(t)|.$$

Definim la curvatura total com:

$$\kappa(C) = \int_0^L \kappa(t) dt = \int_0^L |C''(t)| dt.$$

El teorema de Fáry-Milnor diu que si la corba fa un nus, aleshores

$$\kappa(C) > 4\pi.$$

Que la corba faci un nus vol dir que no es pot deformar per una família contínua d'aplicacions injectives  $S^1 \rightarrow \mathbf{R}^3$  en el cercle pla. Observem que pel cercle pla, la curvatura total és  $2\pi$ .

Un altre resultat remarcable de Milnor consisteix a trobar una obstrucció perquè un fibrat en plans sobre una superfície tingui una connexió plana. L'obstrucció té a veure evidentment amb classes característiques: si el fibrat té una connexió plana, aleshores el mòdul de la classe d'Euler ha de ser (estrictament) menor que el gènere de la superfície. Aquest treball va ser reprès per John Wood pels fibrats en cercles, i actualment aquest tipus de desigualtats reben el nom de desigualtats de Milnor-Wood.

També cal destacar una nota de menys d'una pàgina als *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, on dona dos exemples de varietats de Riemann amb el mateix espectre del Laplaciana que no són isomètriques, a partir d'un exemple de dos subgrups discrets de  $\mathbf{R}^{16}$  de Witt. Això està relacionat amb els coneixements que té Milnor dels treballs de Witt, sobretot per les formes quadràtiques, que han aparegut en els treballs d'àlgebra. Posteriorment s'han obtingut molts resultats de varietats isospectrals.

Milnor també té *surveys* excel·lents de geometria diferencial, com per exemple un sobre mètriques invariants en grups de Lie, un altre sobre els «150 primers anys de la geometria hiperbòlica» i el llibre de teoria de Morse.

### Conclusions

Encara que no ho sembli, m'he deixat molts treballs de Milnor per citar. Cobrir-ho tot és molt difícil. La conclusió que en trec és que Milnor ha tingut una visió unificada de les matemàtiques, ha fet contribucions molt rellevants en temes diferents i ha establert molts ponts entre camps



allunyats, com ara l'aplicació d'algunes idees de geometria riemanniana a la teoria de grups, la interacció entre topologia diferencial i algebraica, o entre topologia i àlgebra. Finalment,

vull mencionar que la majoria de treballs de Milnor han resistit molt bé el pas del temps, i que actualment encara es pot gaudir i aprendre llegint-los.

Joan Porti  
UAB

## Societat Catalana de Matemàtiques

### Convocatòries de 2012

La Societat Catalana de Matemàtiques ha convocat enguany una edició més, dins el cartell de premis de l'IEC, del premi

#### Premi Évariste Galois

Instituït l'any 1962 i convocat per quaranta-novena vegada, s'ofereix a un treball d'investigació, bibliogràfic o d'assaig sobre matemàtiques. Està dotat amb mil euros (1.000 €).

Termini per a la presentació de candidatures: 2 de desembre de 2011 a les 13 h.

Més informació: <http://scm.iec.cat>

### Guardonats en la convocatòria de 2011

- El Premi Évariste Galois ha estat atorgat a Joaquim Serra i Montolí pel treball «Dos problemes de simetria en equacions de reacció-difusió».

Aquest premi fou lliurat el passat 28 d'abril en l'acte de lliurament de premis i borses d'estudis de l'Institut d'Estudis Catalans.

### Ressenyes d'obres guardonades

- **Joaquim Serra i Montolí, «Dos problemes de simetria en equacions de reacció-difusió». Premi Évariste Galois 2011**

Les equacions de reacció-difusió estacionàries, també anomenades equacions el·líptiques semilineals, apareixen en moltes àrees de les matemàtiques i la física, com per exemple en fenòmens físics de transició de fase en ciències dels materials, en dinàmica de poblacions o en l'estudi de les superfícies minimalis en geometria diferencial. En aquesta línia de recerca hi ha hagut molta activitat en la comprensió de difusions fraccionàries que modelen processos estocàstics de Lévy estables, en lloc de moviments browni-

ans. Aquest camp de recerca ha atret molts matemàtics reconeguts com Caffarelli, Nirenberg, Berestycki o Brezis, entre altres, i continua molt actiu en l'àmbit internacional. Una de les propietats més rellevants de les solucions d'aquestes equacions és que tenen una certa simetria. Particularment, la coneguda com a *conjectura de De Giorgi* sobre simetria  $1 - D$  de les solucions d'un model de transició de fases va ser estudiada per aquesta comunitat durant molt de temps.

El treball de Joaquim Serra, titulat «Dos problemes de simetria en equacions de reacció-difusió», fet sota la direcció de Xavier Cabré i guardonat en la 48a edició del Premi Évariste Galois de la SCM, s'emmarca dins d'aquest tema candent de recerca en equacions en derivades parcials.

A la primera part del treball es demostra la simetria radial de les solucions positives d'equacions semilineals amb no-linearitats discontinües, de la forma  $-\Delta u = f(u)$  en una bola de  $R^n$  i amb condicions de Dirichlet a la frontera. Es millora un mètode concebut i usat per P. L. Lions (1981) per a demostrar simetria radial en dimensió 2. El mètode introduït en el treball també permet obtenir resultats en dimensions més altes. S'estableix un nou resultat de simetria radial en qualsevol dimensió major o igual a 3 sota una hipòtesi d'afitació de l'oscil·lació de la no-linearitat. Resultats semblants es poden demostrar també per al cas del  $p$ -laplaciana.

El segon resultat del treball està relacionat amb una conjectura de De Giorgi (1978) per l'equació d'Allen-Cahn,  $-\Delta u = u - u^3$ , que modela problemes de transicions de fase. Aquesta conjectura afirma que, en dimensió menor o igual a 8, tota solució monòtona de l'equació d'Allen-Cahn a tot l'espai té simetria  $1 - D$ , és a dir, tots els seus conjunts de nivell són hiperplans. La motivació de la conjectura rau en l'estreta relació existent entre aquest problema i la teoria de superfícies mínimes. Com a conseqüència d'un resultat important de classificació de Simons (1968), en dimensió menor o igual a 7, les úniques hipersuperfícies de l'espai que són grafs d'una funció entera són els hiperplans. En canvi, en dimensions superiors existeixen grafs enters que minimitzen localment el funcional d'àrea. Això dona la dimensió crítica per a la conjectura de De Giorgi.

En la segona part del treball s'estudia l'anàleg de la conjectura de De Giorgi, en dimensions baixes, per a una equació de tipus Allen-Chan en què l'operador de difusió és una suma de laplacians fraccionaris. En els últims anys s'han fet progressos importants en la teoria d'aquests operadors fraccionaris. Caffarelli i Silvestre (2006) van establir una nova formulació dels laplacians fraccionaris que permet treballar amb un problema local d'equacions en derivades parcials en una dimensió més. D'altra banda, Silvestre (2007) va establir resultats de regularitat per a solucions de la versió fraccionària del problema de l'obstacle, i Caffarelli, Roquejoffre i Savin (2010) van desenvolupar una teoria de regularitat per a superfícies mínimes no locals, les quals s'interpreten com una versió no infinitesimal de les superfícies mínimes clàssiques.

Molt recentment, la simetria  $1 - D$  de les solucions de l'equació  $(-\Delta)^s u = u - u^3$  ha estat provada en dimensió 2 i 3 sota alguna restricció de regularitat en Cabré-Solà-Morales (2005), Cabré-Sire (*preprint*) i Cabré-Cinti (*preprint*). En el treball es generalitzen aquests resultats per incloure també la suma de diferents potències del laplaciana o, més en general, l'operador que s'obté com una integral de fraccions del laplaciana respecte d'una mesura de Radon —que associa una distribució de massa positiva, possiblement no discreta, a les diferents fraccions. Paral·lelament, se simplifiquen alguns dels arguments usats pel problema amb una única fracció del laplaciana i, per tant, s'obtenen noves demostracions d'alguns resultats anteriors. En particular, el fet de considerar el funcional d'energia no local associat al problema original, en lloc de passar a considerar un funcional local pel problema associat en una dimensió més, introdueix alguns avantatges i simplificacions que s'han volgut tenir en compte.

José A. Carrillo  
ICREA-UAB

# Fundació Ferran Sunyer i Balaguer

## Convocatòries de 2012

**fundació** FERRAN SUNYER I BALAGUER   
Institut d'Estudis Catalans

### Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques

- Ofert a una monografia escrita en anglès que exposi els resultats més destacats d'una àrea de les matemàtiques en la qual s'hagin produït avenços recentment. L'obra ha de tenir un mínim de cent cinquanta fulls, no pot estar subjecta a copyright i no ha d'haver estat sotmesa a cap empresa editorial per a ser publicada.
- La dotació del premi és de 15.000 €, i l'obra guanyadora serà publicada en la col·lecció «Progress in Mathematics», de l'editorial Birkhäuser Verlag.

Termini per a la presentació de candidatures: 2 de desembre de 2011 a les 13 h.

### Premi Matemàtiques i Societat

- Ofert a autors de reportatges o activitats en qualsevol llengua, de caràcter generalista, sobre qualsevol aspecte de les matemàtiques (ensenyament, recerca, divulgació, presència en la societat), produïts als Països Catalans en els dotze mesos anteriors a la data de resolució.

Termini d'admissió de candidatures: 29 de febrer de 2012.

### Borses Ferran Sunyer i Balaguer

- Ofertes als millors projectes d'estudi o de recerca matemàtica relacionats amb la tesi doctoral. Els sol·licitants han de ser estudiants de doctorat de matemàtiques d'una universitat dels Països Catalans, en el tram final de la tesi doctoral.
- L'objectiu d'aquestes borses és reforçar la formació en recerca dels estudiants premiats mitjançant l'estada d'entre un i tres mesos d'estudi o de recerca en una institució fora de l'àmbit geogràfic de la universitat d'origen.

Les sol·licituds s'han de trametre abans del dia 28 de febrer de 2012 a les 14 hores. La resolució de la convocatòria es farà durant la segona quinzena de març de 2012.

Més informació: <http://ffsb.iec.cat>

## Guardonats en la convocatòria de 2011

- El Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques ha estat atorgat a Jayce R. Getz, de la Universitat McGill, de Montreal, i Mark Goresky, de l'Institut d'Estudis Avançats, de Princeton, per la monografia titulada *Hilbert modular forms with coefficients in intersection homology and quadratic base change*.
- El Premi Matemàtiques i Societat ha estat atorgat

al capítol «La revolució de l'astronomia» del programa «En guàrdia», dirigit per Enric Calpena i emès per Catalunya Ràdio.

- Les Borses Ferran Sunyer i Balaguer han estat atorgades a Francesc Fité Naya, per a dur a terme una estada de recerca de tres mesos al Robinson College, Universitat de Cambridge (Regne Unit), sota la tutela de Tim Dokchit-

ser; M. Elena Rodríguez Jorge, per a dur a terme una estada de recerca de dos mesos a l'Institut de Matemàtiques de la Universitat de Varsòvia (Polònia), sota la tutela de Jan Okniński; M. Pilar Silvestre Albero, per a dur a terme una estada de recerca de dos mesos a la Universitat de Karlstad (Suècia), sota la tutela de Viktor Kolyada, i a Daniel Ramos Guallar,

per a dur a terme una estada de recerca de tres mesos a l'Institut Fourier, Universitat Joseph Fourier (França), sota la tutela de Gérard Besson.

Els premis i borses de la Fundació foren lliurats el passat 28 d'abril en l'acte de lliurament de premis i borses d'estudis de l'IEC.

## Ressenyes d'obres guardonades

### *Hilbert modular forms with coefficients in intersection homology and quadratic base change*, Jayce R. Getz i Mark Goresky. Premi FSB de Matemàtiques 2011

El resultat principal d'aquesta monografia és una generalització d'un dels resultats més rellevants en el camp de les varietats i formes modulars de Hilbert: el teorema de Hirzebruch-Zagier. Les formes modulars de Hilbert són generalitzacions de les formes modulars clàssiques, i han despertat un gran interès al llarg de les darreres dècades en la comunitat de teoria de nombres. Per exemple, ocupen un paper destacat en el programa de Langlands, un ambiciós entramat de conjectures entre les quals hi trobem, com a cas particular, la conjectura de Shimura-Taniyama, demostrada per Wiles el 1995 en el darrer pas de la prova del darrer teorema de Fermat. Això no obstant, l'interès de les varietats modulars de Hilbert no és exclusivament aritmètic; de fet, són objectes d'una estructura realment rica, i en el seu estudi hi conflueixen àrees com l'anàlisi, la topologia algebraica, la geometria algebraica o la teoria de representacions.

Començant pel cas clàssic, recordem que tota matriu  $\gamma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$  actua en el semiplà superior de Poincaré  $\mathcal{H} = \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}(z) > 0\}$  per transformacions lineals fraccionàries:  $z \mapsto \gamma z = \frac{az+b}{cz+d}$ . El quocient  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}) \backslash \mathcal{H}$ , un cop compactificat adientment, és una superfície de Riemann que anomenem la *corba modular principal*.

De fet, és habitual considerar aquesta construcció per a certs subgrups de  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ . Per a cada enter positiu  $N$ ,  $\Gamma_0(N)$  denota el conjunt de matrius de  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$  tals que la seva reducció mòdul  $N$  és triangular superior. Aleshores  $\Gamma_0(N) \backslash \mathcal{H}$  també es pot compactificar i dotar d'estructura de superfície de Riemann. És el que s'anomena la *corba modular de nivell  $N$* , denotada habitualment per  $X_0(N)$ . Una forma

modular de nivell  $N$  és una funció holomorfa  $f: \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{C}$  tal que  $\omega_f = 2\pi i f(z) dz$  s'estén a una forma diferencial de  $X_0(N)$ . Una propietat molt important de les formes modulars és que són periòdiques i es poden desenvolupar en sèrie de Fourier. És a dir, admeten una expressió del tipus  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q_n(z)$ , on  $a_n \in \mathbb{C}$  són els coeficients de Fourier i  $q_n(z) = e^{2\pi i n z}$ .

Les varietats i formes modulars de Hilbert són generalitzacions de les construccions anteriors. Sigui  $F$  un cos de nombres totalment real de grau  $n$  amb anell d'enters  $\mathcal{O}_F$  i nombre de classes estricta 1. Utilitzant que hi ha  $n$  immersions de cossos de  $F$  en  $\mathbb{R}$  es pot fer actuar  $\mathrm{SL}_2(\mathcal{O}_F)$  en  $\mathcal{H}^n$ : cada  $\gamma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}_2(\mathcal{O}_F)$  actua en la component  $i$ -èsima com  $z \mapsto \frac{a_i z + b_i}{c_i z + d_i}$ , on  $a_i, b_i, c_i, d_i$  denoten les imatges de  $a, b, c, d$  per a la  $i$ -èsima immersió de  $F$  en  $\mathbb{R}$ . El quocient  $\mathrm{SL}_2(\mathcal{O}_F) \backslash \mathcal{H}^n$  es pot compactificar i desingularitzar, i té estructura de varietat algebraica de dimensió  $n$ : és la *varietat modular de Hilbert  $X_0(\mathcal{O}_F)$* . En particular, si  $n = 1$  es recupera la corba modular principal, mentre que si  $n = 2$  s'obtenen les *superfícies modulars de Hilbert*.

Les funcions holomorfes  $f: \mathcal{H}^n \rightarrow \mathbb{C}$  tals que  $\omega_f = (2\pi i)^n f(z_1, \dots, z_n) dz_1 \cdots dz_n$  donen peu a una forma diferencial regular en  $X_0(\mathcal{O}_F)$  s'anomenen *formes modulars de Hilbert sobre  $F$* . També admeten desenvolupament en sèrie de Fourier, però aquest cop els coeficients estan indexats pels elements totalment positius de  $\mathcal{O}_F$ :

$$f(z_1, \dots, z_n) = \sum_n a_n q_n(z_1, \dots, z_n),$$

on  $a_n \in \mathbb{C}$  són els coeficients de Fourier i  $q_n(z_1, \dots, z_n)$  és un producte d'exponencials.



El teorema de Hirzebruch-Zagier proporciona un mètode per a produir formes modulars clàssiques, a través d'una construcció geomètrica en superfícies modulars de Hilbert sobre cossos quadràtics reals. Més concretament, per  $p$  un primer congruent amb 1 mòdul 4, Hirzebruch i Zagier van definir una família de subvarietats 1-dimensionals  $\{Z_n\}_{n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}}$  de  $X_0(\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{p})})$ . Aquestes subvarietats tenen dimensió real 2, i defineixen elements en el segon grup d'homologia singular  $H_2(X_0(\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{p})}))$  de la superfície  $X_0(\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{p})})$ . En particular, per a tot  $\beta \in H_2(X_0(\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{p})}))$  el producte d'intersecció  $\langle \beta, [Z_n] \rangle$  és un nombre enter.

El teorema de Hirzebruch-Zagier afirma que, per a tot  $\beta \in H_2(X_0(\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{p})}))$  la funció  $\sum_{n \geq 0} \langle \beta, [Z_n] \rangle e^{2\pi i n z}$  és una forma modular clàssica de nivell  $p$ . Dit d'una altra manera, els enters  $\{\langle \beta, [Z_n] \rangle\}_{n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}}$  són els coeficients de Fourier d'una forma modular clàssica de nivell  $p$  (de fet, i per ser més precisos, és una forma modular amb caràcter de conductor  $p$ ).

Tal com els mateixos autors expliquen a la introducció de l'article, aquest resultat fou motivat per una observació de Serre i ha estat objecte de diverses generalitzacions i reinterpretacions. Per exemple, fou redemostat pel guanyador de la Medalla Fields Richard Borcherds. També se n'han donat versions aritmètiques en treballs de matemàtics com Stephen Kudla i Michael Rapoport o Jan Bruinier, José Ignacio Burgos i Ulf Kühn.

En el treball de Jayce Getz i Mark Goresky, se'ns presenta una generalització del teorema de Hirzebruch-Zagier en una direcció diferent. Els autors parteixen d'una extensió quadràtica  $L/E$ , on  $L$  és un cos totalment real de grau  $2n$  sobre el cos  $\mathbb{Q}$  dels nombres racionals, i introdueixen certs cicles en la varietat modular

$2n$ -dimensional  $X_0(\mathcal{O}_L)$ . El resultat fonamental del seu treball és la construcció d'una teoria d'intersecció adequada que els permet mostrar que els nombres d'intersecció d'aquests cicles poden interpretar-se com els coeficients de Fourier d'una forma modular de Hilbert sobre  $E$ .

Un dels punts clau d'aquesta construcció és que en lloc de treballar amb l'homologia singular de la varietat ambient, els autors utilitzen l'homologia d'intersecció. Aquesta teoria homològica va ser desenvolupada als anys setanta pel matemàtic Robert MacPherson i el mateix Mark Goresky i va ser dissenyada per a poder treballar amb espais singulars.

Més concretament, Getz i Goresky defineixen un subespai  $IH_n^E(X_0(\mathcal{O}_L))$  del grup d'homologia d'intersecció  $IH_n(X_0(\mathcal{O}_L))$  generat per classes pròpies per les correspondències de Hecke. També construeixen una família de correspondències de Hecke  $\{T_n\}$  indexada per elements  $n \in E^\times$  totalment positius. Una versió simplificada del resultat de Getz i Goresky diu que, per a qualsevol  $\gamma \in IH_n^E(X_0(\mathcal{O}_L))$  i per a qualsevol  $\beta \in IH_n(X_0(\mathcal{O}_L))$ , la sèrie  $\sum_n \langle \beta, T_n(\gamma) \rangle q_n$  és una forma modular, on  $q_n$  és un producte explícit adequat de funcions exponencials.

La monografia està redactada de manera raonablement autocontinguda. En els primers capítols s'exposen, de manera concisa però prou completa, temes com ara les construccions clàssiques de Hirzebruch-Zagier, les teories d'homologia i cohomologia singular i d'intersecció, la integració de formes diferencials, les varietats i formes modulars de Hilbert o les correspondències de Hecke. Aquestes són algunes de les eines emprades en la construcció i demostració dels resultats originals de Getz i Goresky, que apareixen en els darrers capítols.

Xavier Guitart i Víctor Rotger  
UPC

### «La revolució de l'astronomia». Premi Matemàtiques i Societat 2011

El Premi Matemàtiques i Societat de la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer corresponent a l'any 2011 fou concedit al capítol «La revolució de l'astronomia» del programa «En guàrdia» de Catalunya Ràdio, emès el dia 4 de juliol de 2010. Els programes d'aquesta sèrie consisteixen en

una tertúlia d'una durada aproximada d'una hora, amb la participació d'Enric Calpena, director, de Josep Maria Solé i Sabater, assessor sobre aspectes històrics, i d'un convidat especialista en el tema concret que aquell dia és objecte del programa. En el cas que ens ocupa, el convidat

vaig ser jo mateix. Uns dies abans el guionista es va posar en contacte amb mi per explicar-me de què es tractava. Em va dir que volien dedicar el programa a Copèrnic i a la revolució que va suposar el fet de considerar que la Terra girava entorn del Sol. Jo li vaig dir que per a explicar bé aquest canvi s'havia de parlar del que hi havia abans, és a dir, de la concepció de l'univers dels grecs i les teories de Ptolomeu, i també dels científics que van desenvolupar la idea copèrnica: Galileu, Kepler i Newton. També em va dir que no es tractava que fes una exposició com una conferència, sinó que m'havia de limitar a respondre les preguntes que em faria el director

del programa. Només amb aquest breu intercanvi previ d'idees, vaig anar a l'emissora a gravar el programa el dia convingut. Després de l'enregistrament, vaig sortir d'allà amb la sensació que la tertúlia havia sortit molt bé, amb molta «naturalitat», i que l'Enric Calpena s'havia preparat molt bé el tema, perquè havia sabut conduir l'entrevista sense sortir-se del guió en cap moment i tallar-me sense que es notés quan jo m'enrotllava massa. Resumint: crec que va quedar un programa interessant, adreçat al gran públic, que podeu escoltar íntegrament quan ho desitgeu a través del web de Catalunya Ràdio.

Joan Girbau  
UAB

### Francesc Fité Naya, «Paritat del rang de superfícies abelianes isotípiques». Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2011



El dia 13 d'abril de 2011 vaig fer la defensa de la meua tesi, titulada *L-functions and Artin representations attached to twisted abelian varieties* i dirigida pel professor Joan-Carles Lario de la Universitat Politècnica de Catalunya. El dia 26 del mateix mes marxava cap a la Universitat de

Cambridge per fer-hi una estada de recerca de tres mesos gràcies a una borsa de viatge de la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer.

La meua tesi doctoral s'emmarca en el camp de la teoria de nombres i de la geometria aritmètica. Aquesta part de les matemàtiques s'ocupa de l'estudi dels punts de varietats algebriques definits sobre cossos aritmèticament interessants (per exemple  $\mathbb{Q}$  o el cos finit  $\mathbb{F}_p$  de  $p$  elements). És especialment interessant el cas d'una corba el·líptica  $E$  (suposem definida sobre  $\mathbb{Q}$ ), ja que el seu conjunt de punts racionals  $E(\mathbb{Q})$  adquireix de manera natural una estructura de grup abelià. El teorema de Mordell-Weil assegura que aquest grup és finitament generat. No obstant això, l'estudi del seu rang és un problema obert. De fet, la conjectura de Birch i Swinnerton-Dyer pretén comprendre aquest rang en termes del nombre de punts  $|E(\mathbb{F}_p)|$  de la corba el·líptica  $E$  definits sobre  $\mathbb{F}_p$ , per a cada primer  $p$ .

Escrivim  $L(E, s)$  per la funció  $L$  de  $E$ , que és una funció analítica, construïda a partir del nombre de punts  $|E(\mathbb{F}_p)|$  per a cada primer  $p$ . Més concretament, la conjectura de Birch i Swinnerton-Dyer afirma que el rang de  $E(\mathbb{Q})$  coincideix amb l'ordre del zero de  $L(E, s)$  en 1. Aquesta conjectura ha esdevingut un dels problemes oberts més importants de la teoria de nombres i, de fet, figura com un dels set problemes del mil·lenni. Tanmateix, està demostrat mòdul 2. En altres paraules, per una corba el·líptica definida sobre un cos de nombres  $k$ , els treballs de Tim i Vladimir Dokchitser demostren que la paritat del rang de  $E(k)$  coincideix amb la paritat de l'ordre del zero de  $L(E, s)$  en 1, si un assumeix la finitud del grup de Tate-Shafarevic.

A la meua tesi vaig estudiar relacions entre les funcions  $L$  de varietats abelianes torçades. Les varietats abelianes són generalitzacions naturals de les corbes el·líptiques en dimensió superior i diem que dues varietats abelianes  $A$  i  $A'$  definides sobre un cos de nombres  $k$  són torçades si esdevenen isògenes sobre una certa extensió finita de  $k$ . El tipus de relacions que s'obtenen entre les funcions  $L(A, s)$  i  $L(A', s)$  són exactament anàlogues a les que hom emprava per a relacionar la paritat dels rangs de corbes el·líptiques torçades. Durant l'estada a la Universitat de Cambridge, sota la tutela del professor Tim Dokchitser, el principal objectiu és utilitzar

les relacions obtingudes a la tesi per a relacionar la paritat dels rangs de  $A(\mathbb{Q})$  i  $A'(\mathbb{Q})$ .

No vull deixar de mostrar el més sincer agraïment a la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer per haver-me ofert la possibilitat de tre-

ballar al costat del professor Dokchitser, així com per haver-me permès de realitzar una estada de tres mesos en un lloc tan emblemàtic per a la ciència i el coneixement en general com és Cambridge i la seva Universitat.

## Daniel Ramos Guallar, « $\kappa$ -solucions del flux de Ricci en varietats amb singularitats còniques». Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2011



L'elecció del tema de tesi d'un mateix no sempre és fàcil ni immediata. En el meu cas, vaig acabar la carrera el 2006 i vaig entrar en el màster amb un projecte que, com succeeix a molts estudiants de tesi, no és el mateix tema en el qual he acabat treballant.

La meua tesi, que espero acabar en un termini no massa llarg, tracta del flux de Ricci i de varietats còniques. Vaig descobrir el flux de Ricci el 2007 en unes conferències a Granada, quan es va posar de moda. La història és prou coneguda: la conjectura de Poincaré era un problema topològic famós sobre varietats de dimensió 3 que datava de 1904 i que es resistia a ser demostrat amb les eines topològiques disponibles. La conjectura de geometrització de Thurston ho convertia en un problema de geometria diferencial, i el 1982 R. Hamilton va idear una eina, el flux de Ricci, que consisteix a deixar evolucionar la forma d'una varietat riemanniana (el tensor mètric) segons una equació de difusió anàloga a l'equació de difusió de la calor en una varietat. L'equació és  $\frac{\partial}{\partial t} g_{ij} = -2Ric_{ij}$ , on  $g$  és el tensor mètric i  $Ric$  és el tensor de Ricci, que codifica la curvatura i, per tant, depèn de les segones derivades de  $g$ . Estudiar aquesta EDP no és senzill, i molts analistes, com el mateix Hamilton, es varen dedicar a extreure propietats i interpretacions geomètriques. Però va ser un geometre riemannia, G. Perelman, qui el 2003 va aprofitar exitosament l'eina del flux de Ricci per a resoldre la conjectura de geometrització. La clau de Perelman, entre d'altres, va ser utilitzar eines geomètriques que difícilment sorgirien des d'un punt de vista de l'anàlisi (com ara geometria de comparació, successions de varietats, etc.) per a definir funcionals i quantitats que mesuren

propietats geomètriques molt subtils, l'evolució de les quals determina el comportament qualitatiu de la varietat que evoluciona. La història és també coneguda per la seva part de romanticisme novellesc, atès que era un matemàtic que treballava en solitari, va resoldre un problema que portava un segle obert, va publicar a Internet de manera poc convencional, va refusar tot premi en reconeixement de la seva tasca i després va desaparèixer de la vida pública.

Fos com fos, les tècniques i les idees del flux de Ricci em van captivar i vaig començar, amb el meu director, a estudiar la complexa demostració de Perelman. El comportament del flux de Ricci en superfícies compactes va ser estudiat i establert pel mateix Hamilton. Tanmateix, les ulteriors tècniques de no-enfonsament ( $\kappa$ -noncollapsing) i l'estudi de les singularitats introduïdes per Perelman per al cas de dimensió 3 poden ser utilitzades per a simplificar significativament la demostració original de Hamilton en superfícies, com he vist en el meu treball.

I quan penses que t'estàs dedicant a un altre tema, recordes els cursos de doctorat que tenies oblidats. Un dels cursos que vaig fer el meu primer any va ser de 3-varietats i *orbifolds*. Els *orbifolds* són espais modelats localment com el quocient d'una varietat per l'acció d'un grup; en particular, un grup cíclic d'ordre  $n$  produeix en una superfície un quocient que té forma de con amb angle  $\frac{2\pi}{n}$ . Una varietat cònica és anàloga però amb angles no necessàriament submúltiples de  $2\pi$ . Així, quan teníem els conceptes de flux de Ricci assimilats vam pensar que podríem adaptar les tècniques a *orbifolds* i a varietats còniques. Les tècniques de Perelman poseeixen certa robustesa que m'ha permès la generalització de la demostració del flux en superfícies a superfícies no llises sinó amb singularitats de tipus cònic.

L'estudi del flux en superfícies còniques està relacionat amb el problema del flux en superfícies llises no compactes. En aquest sentit, hi ha treballs sobre existència i unicitat de flux en  $n$ -varietats completes no compactes assumint certes fites per a la curvatura. Fent servir aquests resultats, L. Bessières, G. Besson i S. Maillot van ser capaços de dur a terme una prova anàloga a la geometrització de Perelman per al cas de 3-varietats completes no compactes, amb certes hipòtesis addicionals de geometria controlada (curvatura seccional afitada i radi d'injectivitat minorat) i de curvatura escalar uniformement minorada ( $R \geq c > 0$ ). El resultat és una descomposició de la varietat en suma connexa de  $S^2 \times S^1$  i varietats esfèriques. Aquest resultat va encaminat a una uniformització de les 3-varietats no compactes.

Recentment m'ha estat concedida una borsa

de la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer amb l'objectiu de fer una estada de tres mesos a l'Institut Fourier de Grenoble, França, sota la supervisió de Gérard Besson. Allà espero analitzar el treball de Besson i els seus col·laboradors i estudiar els casos que no satisfan les hipòtesis addicionals que ells requereixen, adaptant les tècniques que ja he utilitzat en el cas compacte.

El flux de Ricci, i en general els fluxos geomètrics, s'han convertit en un camp de recerca propi amb molts investigadors que hi treballen. Això d'una banda fa que hi hagi multitud de seminaris, resultats a l'abast, i línies obertes per a investigar; però d'altra banda fa que la recerca sigui competitiva i que les idees d'un ja les hagi tingut un altre. En qualsevol cas, la diversitat de tècniques i la quantitat de branques que esperen introduir aquests resultats fan que sigui un camp interessant per a posar-s'hi.

## M. Elena Rodríguez-Jorge, «Semigrupos que satisfacen ciertas identidades». Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2011



Sóc llicenciada en matemàtiques per la Universitat de La Laguna (Tenerife, Illes Canàries), on vaig estudiar la llicenciatura entre setembre de 2002 i juny de 2006. El setembre de 2006 em vaig traslladar a Barcelona per cursar el màster oficial de Matemàtica Avançada de la Univer-

sitat Autònoma de Barcelona, i fer el doctorat a continuació. El juliol de 2007 vaig presentar el treball de fi de màster, titulat «Anells zip», sota la direcció del professor Ferran Cedó, en el qual es recopilen molts dels resultats coneguts, no només sobre anells zip, sinó també sobre anells relacionats, com ara els anells amb la condició de Beachy-Blair o els anells amb condicions de cadena sobre els anul·ladors, entre d'altres. Així, el setembre de 2007 vaig començar els estudis de doctorat pròpiament dits sota la direcció del professor Cedó, dins el grup de teoria d'anells de la Universitat Autònoma de Barcelona. Després d'una mica més de tres anys dedicats íntegrament a la investigació i amb la tesi pràcticament acabada, vam decidir que era el moment adequat per a fer una estada de re-

cerca a l'estranger, on podria treballar en altres línies de recerca i col·laborar amb matemàtics de renom.

Durant els mesos d'abril i maig de 2011 vaig fer una estada d'investigació a l'Institut de Matemàtiques de Varsòvia (Polònia), sota la supervisió del professor Jan Okniński, expert reconegut en àlgebra, especialment en les àrees d'anells no commutatius, teoria de semigrups i teoria de matrius. L'objectiu principal de l'estada sempre va ser aprendre el màxim possible sobre algunes de les línies de recerca en les quals es treballa actualment en aquest Institut.

El projecte de recerca triat per a desenvolupar durant l'estada va ser l'estudi de semigrups de matrius que satisfan certes identitats. Més concretament, l'objectiu de la investigació fou caracteritzar els semigrups de matrius que satisfan una identitat de la forma

$$Z_m(x_1, \dots, x_m) = W(x_1, \dots, x_m)$$

per a algun  $m \geq 2$ , on  $W(x_1, \dots, x_m)$  és una paraula en les lletres  $x_1, \dots, x_m$  i  $Z_m(x_1, \dots, x_m)$  denota la paraula Zimin de grau  $m$ . Les paraules Zimin es defineixen recursivament de la manera



següent:

$$\begin{aligned} Z_1(x_1) &= x_1, \\ Z_{m+1}(x_1, \dots, x_{m+1}) &= \\ &= Z_m(x_1, \dots, x_m)x_{m+1}Z_m(x_1, \dots, x_m). \end{aligned}$$

Aquest problema té relació amb el problema de Burnside. El primer que ens vam plantejar va ser el cas particular de semigrups completament zero simples. Sabem que aquests semigrups són isomorfs a semigrups de Rees de la forma  $S = M(G, X, Y, P)$  on  $G$  és un grup,  $X$  i  $I$  són conjunts no buits i la *matrix sandwich*  $P$  és una matriu de mida  $|I| \times |X|$  amb entrades a  $G$  i que no té cap fila ni columna nul·la. En aquest cas, el problema es redueix a caracteritzar els grups  $G$  que satisfan aquesta identitat i trobar propietats sobre les matrius sandvitx  $P$  perquè els semigrups  $S$  satisfacin la identitat, suposant que el grup  $G$  la satisfà. En aquests mesos, hem aconseguit petits avenços sobre això.

Des del punt de vista de les matrius sandvitx, sabem que si  $G$  satisfà una identitat equilibrada  $Z_m(x_1, \dots, x_m) = W(x_1, \dots, x_m)$ , és a dir, els graus de cadascuna de les variables  $x_i$  a  $Z_m$  i  $W$  coincideixen, llavors, si  $W$  és de la forma  $(*)$ , és a dir,  $W \equiv x_1x_{j_1}x_1 \dots x_1x_{j_{2^{m-1}+1}}x_1$  (denotem  $u \equiv v$  quan les paraules  $u$  i  $v$  són idèntiques lletra a lletra) amb  $j_k \in \{2, \dots, m\}$  per a tot  $1 \leq k \leq 2^{m-1} + 1$ , tenim que qualsevol matriu sandvitx  $P$  (que no tingui cap fila ni columna nul·les) és vàlida. No obstant això, si la paraula  $W$  no és de la forma  $(*)$ , llavors  $P$  no pot tenir cap entrada nul·la i, a més, per a tot  $(x, y) \in X \times I$ , es compleix que  $p_{ix}^n = 1$ , on  $n \leq 2^{m-1} - 1$ , és a dir, les entrades de  $P$  pertanyen a un subgrup periòdic de  $G$  d'ordre fitat. D'altra banda, en l'estudi de les identitats balancejades de paraules Zimin en grups, el resultat més important es deu a Sapir, que va demostrar que si un grup  $G$  satisfà una identitat balancejada de la forma  $Z_m = W$ , llavors  $G$

és, almenys,  $(m - 1)$ -nilpotent. En les últimes setmanes d'estada, vam poder demostrar que el recíproc no és cert. Si bé, per a  $m = 2$ , un grup  $G$  satisfà una identitat balancejada de la forma  $Z_3 = W$  si i només si  $G$  és 2-nilpotent, es demostra que per a  $m = 4$ , el grup lliure 3-nilpotent no satisfà cap identitat no trivial de la forma  $Z_4 = W$ . Després d'estudiar moltes de les possibles paraules  $W$  per a  $m = 4$ , tot sembla indicar que poc més es pot dir, en general, dels grups que satisfan una identitat balancejada de la forma  $Z_4 = W$ .

A partir d'aquí, el següent pas és plantejar el problema en semigrups de matrius arbitràries. Actualment seguim treballant en la caracterització dels semigrups que satisfan una identitat de la forma  $Z_m = W$  per a algun  $m \geq 2$  i en altres preguntes transversals que se'ns han anat acudint al llarg de l'estada. Gràcies a aquest projecte he pogut familiaritzar-me amb molts conceptes de teoria de grups, especialment aquells relacionats amb grups nilpotents i periòdics, ja que tenen un paper important en el nostre problema. També m'he familiaritzat amb conceptes de teoria de semigrups, com la descomposició d'aquests en components uniformes, el càlcul i propietats de les clausures completament zero simples (en la topologia de Zariski), etc. Tot això no és més que una petita part del que he experimentat i après en aquests mesos a Varsòvia. Durant l'estada vaig tenir també l'oportunitat de participar activament en el seminari del grup d'àlgebra, on vaig exposar part dels resultats de la meva tesi. Aquest seminari em va resultar molt enriquidor de cara a conèixer nous problemes oberts en els quals poder seguir desenvolupant la meva activitat investigadora en el futur, després d'acabar el doctorat.

Per a dur a terme aquest projecte em fou concedida una beca de mobilitat de la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer, la qual agraeixo.

**Maria Pilar Silvestre i Albero, «Desigualtats de Sobolev i isocapacitàries, i la seua optimalitat». Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2011**



Abans de començar vull enviar la meua salutació més cordial a tots els lectors i interessats pel món fascinant de les matemàtiques. També vull agrair a tots els que contribueixen, encara que siga de manera molt simbòlica, a fer possible l'estudi i la recerca en aquesta disciplina.

Sóc Maria Pilar Silvestre i Albero, natural de Banyeres de Mariola, un poble de l'interior nord d'Alacant. Aquest any 2011, la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer m'ha atorgat una borsa de viatge per a fer estudis doctorals/postdoctorals a l'estranger. Abans d'explicar quin estudi pretenc dur a terme allà, explicaré quina ha estat la meua trajectòria professional.

Pràcticament tota la meua formació inicial la vaig fer a Alacant amb l'ajuda i motivació d'alguns dels professors de la llicenciatura, i amb el recolzament dels meus pares i germans. Sóc llicenciada en matemàtiques per la Universitat d'Alacant.

Quan vaig acabar la llicenciatura vaig haver de traslladar-me a la Universitat de Murcia per cursar el programa de doctorat en Matemàtiques. Allí vaig obtenir el Diploma d'Estudis Avançats en la branca d'Anàlisi Funcional, amb la màxima qualificació. Tot i que allà vaig començar una tesi doctoral, no la vaig acabar per múltiples raons.

Des de fa quasi tres anys sóc professora ajudant del Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona. Guanyar aquesta posició m'ha enriquit molt com a persona, i com a professional de les matemàtiques. La decisió de traslladar-me a un lloc completament desconegut per mi fou molt difícil, i els primers mesos, podríem dir que el primer any, fou dur i amb molts moments de soledat, moments força habituals en la vida d'un matemàtic. No obstant això, eixa decisió arriscada m'ha aportat moltes satisfaccions i m'ha permès començar de nou la tesi doctoral de la mà de dues grans persones, el catedràtic d'Anàlisi de la UB, el doctor Joan Cerdà, i el professor titular de la UAB, el doctor Joaquim Martín. Aprofite aquest escrit per expressar el meu agraïment més sincer als dos.

Una de les meues il·lusions sempre ha estat

poder arribar a ser doctora en Matemàtiques, i espere que en un futur proper pugui obtenir el títol de doctora en Ciències Matemàtiques de la Universitat de Barcelona. Mai m'hagués pensat que arribaria a fer la tesi doctoral a Catalunya però, si Déu vol i tot el camí va per la bona senda, el meu esforç i dedicació, així com el recolzament i guia dels meus directors, em duran a la defensa.

En teoria del potencial, s'entén per *capacitat* una funció de conjunt creixent amb menys propietats que les d'una mesura d'un conjunt. Un exemple clàssic de capacitat el trobem a l'electrostàtica. Siga  $K \subset \mathbb{R}^3$  un conductor. Considerem una distribució de càrrega en  $K$  i deixem que es moga fins arribar a l'equilibri. Siga  $\mu$  la distribució d'equilibri. El potencial newtonià de la mesura  $\mu$  pren valor constant  $V$  en  $K$ , i la capacitat de Wiener de  $K$  és

$$\begin{aligned} C(K) &= \frac{\mu(K)}{V} = \\ &= \{ \|\nabla f\|_2^2; 0 \leq f \leq 1, f = 1 \text{ en } K \}. \end{aligned}$$

Si pensem que la frontera de  $K$  i una esfera que conté a  $K$  són les plaques del condensador, aleshores fent tendir a infinit el radi de l'esfera, obtenim un condensador ideal, i la capacitat de Wiener ha de ser entesa com la capacitat d'eixe condensador ideal. Un altre exemple força conegut de capacitat és el de la capacitat analítica que es relaciona amb el problema de les singularitats evitables.

La meua tesi doctoral té per objectiu estudiar les propietats d'espais capacitaris —espais funcionals modelats sobre espais de capacitat en comptes d'estar definits sobre espais de mesura— en relació amb propietats d'immersió de Sobolev.

En un primer moment, s'estudiaren les propietats topològiques i analítiques dels espais capacitaris, cosa que va permetre l'estudi de la teoria d'interpolació sobre espais de capacitat.

En el passat més proper he estudiat les desigualtats isocapacitàries clàssiques i, amb la guia dels meus directors, hem estès part dels resultats més moderns. Concretament a [CMP] presentem una desigualtat integral que relaciona la capacitat del conductor associat amb una funció Lipschitz amb la mida del gradient de la fun-

ció, és a dir, amb la quasi-norma del gradient de la funció. Aquesta estimació dona una caracterització de desigualtats de tipus Sobolev envoltant dues mesures, condicions necessàries i suficients per a desigualtats de tipus Sobolev isocapacitàries, i millores en la integrabilitat de funcions Lipschitz.

El professor Viktor Kolyada, de la Universitat de Karlstad (Suècia), té resultats força interessants de tipus Sobolev i d'estimacions de la transformada de Fourier en espais de Sobolev (vegeu [K,K1]). En particular, ha estudiat en [KL] inclusions d'espais de Besov en casos límits, així com teoremes d'inclusió i estimacions de la transformada de Fourier per a funcions en l'espai fraccional anisotròpic de Sobolev-Liouville (vegeu [K2]).

Del 15 d'agost al 17 d'octubre marxaré, finançada per la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer, a la Universitat de Karlstad per aprendre de l'experiència del professor Viktor Kolyada. Pretenc entendre els seus estudis, conèixer els resultats més actuals i els problemes oberts en aquesta branca de la mà d'un matemàtic excel·lent. A més, com a segon objectiu, m'he

plantejat intentar estendre algunes de les desigualtats isocapacitàries que es coneixen per les  $p$ -capacitats de Maz'ya, així com estudiar-ne l'optimització.

## Referències

[CMP] CERDÀ, J.; MARTÍN, J.; SILVESTRE, P. *Conductor Sobolev type estimates and isocapacitary inequalities*, preprint.

[K] KOLYADA, V. I. «On an embedding of Sobolev spaces», *Mat. Zametki*, 54:3 (1993), 48–71. Traducció anglesa a *Math. Notes*, 54 (1993).

[K1] KOLYADA, V. I. «Estimates of Fourier transforms in Sobolev spaces», *Studia Math.*, 125:1 (1997), 67–74.

[K2] KOLYADA, V. I. «Embeddings of fractional Sobolev spaces and estimates for Fourier transformation» (en rus) *Mat. Sb.*, 192:7 (2001), 51–72. Traducció anglesa a *Sb. Math.*, 192:7-8 (2001), 979–1.000.

[KL] KOLYADA, V. I., LERNER, A. K. «On limiting embeddings of Besov spaces», *Studia Math.* 171:1 (2005), 1–13.

## Parlem de llibres

### Què en sabem, del pensament i de la matemàtica grega?

Fa un parell d'anys em van demanar que obrís un cercle de conferències de la Facultat de Filosofia dedicades al pensament grec, adreçades a filòsofs, que parlaven de la matemàtica grega. Em vaig trobar, doncs, l'estiu de 2009, a Tamarit, rellegint textos de Plató, d'Aristòtil, de Procle, de Pappos, i també textos de filosofia i matemàtica grega.

Curiosament, ara fa dos mesos, a l'Ateneu barcelonès es va presentar la traducció catalana d'un clàssic de la filosofia grega antiga — dels «presocràtics», encara que l'autor refusava aquesta denominació—; em refereixo a *L'aurora de la filosofia grega*,<sup>1</sup> de John Burnet que, amb

Alfred Edward Taylor, inicià el que es coneix com l'escola escocesa de filosofia grega.

És d'algun d'aquests textos que us voldria parlar en aquest «Parlem de llibres».

Em vaig trobar, doncs, rellegint *The greeks. Crucible of civilizations*<sup>2</sup> de Paul Cartledge. És un llibre que la Margarida i jo vàrem descobrir precisament quan fèiem la ruta del Peloponès, en automòbil. És una d'aquestes petites joies de la divulgació de la cultura que en podríem dir «britànica». Mostra un gran coneixement de la matèria i alhora una enorme capacitat de síntesi i una simplicitat expositiva que amaga, de manera aparent, la profunditat del missatge. A través

<sup>1</sup>Col·lecció «Akademia». Barcelonès d'Edicions. Barcelona, 2010.

<sup>2</sup>Traducció castellana *Los griegos*. Crítica. Barcelona, 2001.

de quinze personatges —i, molt important, vuit homes i set dones— i de la seva personalitat, Cartledge va desvetllant la història de la Grècia clàssica —d’Homer a Alexandre. Els èxits, els fracassos, els errors polítics, les esperances, a voltes truncades, la lluita per a l’establiment de la democràcia i la llibertat personal, etc. És, realment, un text exemplar i que no només cal llegir sinó que, a més, cal recomanar.

I també vaig rellegir Beppo Levi, *Leyendo a Euclides*,<sup>3</sup> que ja havia llegit sent estudiant de matemàtiques a mitjan anys seixanta. És un intent —i diria que molt reeixit— d’apropar als no matemàtics els conceptes fonamentals de la geometria grega —en particular, la dels *Elements* d’Euclides—, però, alhora fent-ne una lectura filosòfica que tan sovint manca en aquesta mena de presentacions. Les raons són simples: o bé són l’obra d’un filòsof poc coneixedor de la matemàtica com a disciplina autònoma, o bé els autor són matemàtics que no tenen gaire interès per les qüestions filosòfiques: no tots els matemàtics són Poincaré o Hilbert, per esmentar dos casos ben singulars i, d’alguna manera, contraposats. El text és, salvant a distància del temps amb tot el que això comporta, semblant als *Comentaris al llibre primer* de Procle. Com a exemple, us faré solament una pregunta que fa referència a una qüestió que gairebé clou el text: Què tenen en comú la quadratura de la paràbola d’Arquimedes i la curvatura de la piràmide d’Euclides? I, si tenen quelcom en comú, per què són tan diferents les demostracions?

Però també vaig descobrir llibres nous:

*Platón*,<sup>4</sup> d’Alfred Edward Taylor. Quan el llegeixes et preguntes: com es poden dir tan-tes coses en tan poc espai d’un pensament tan complex i ric en matisos com és el del mestre Plató? És clar que només un gran coneixedor de l’obra de Plató —un especialista, com és el cas de Taylor; recordem que també ha escrit una de les obres indispensables per a entendre Plató, *Plato, the man and his work*<sup>5</sup>— pot elaborar un pot de confitura —pel que té— tan petit com saborós. Fa bona la sentència «En el pot petit hi ha la bona confitura». De quina manera, en el capítol segon, ens porta a copsar la profunditat

del pensament de Plató —amb totes les limitacions que conté i totes les suggerències crítiques que planteja— pel que fa a «el coneixement i els seus objectes»; és a dir, el «Món platònic de les idees».

*Sailing the wine dark sea: why the greeks matter*<sup>6</sup> de Thomas Cahill. És una visió cultural de Grècia que va de la literatura i la poesia, a la filosofia, l’art i l’arquitectura, feta amb petits esbossos literaris introductoris que permeten a l’autor fer una presentació sintètica d’allò que ens vol dir. L’originalitat d’aquest text és que es fa des d’una concepció personal judeocristiana, quelcom que, atesa la nostra formació cultural com a civilització europea, no deixa de tenir un cert interès que, naturalment, hem d’acompanyar en cada moment de la lectura d’una posició crítica, però amb un esperit obert.

L’excel·lent *El nacimiento de la matemática en Grecia*<sup>7</sup> de Conrado Eggers Lan. Si aquest autor hagués estat francès, anglès o nord-americà, no en tinc cap mena de dubte, se’n parlaria arreu i seria un dels referents de molts textos sobre matemàtica grega. Quina profunditat analítica —des del vessant epistemològic— té aquest brillant filòsof argentí! Com analitza, per exemple, el paper de Plató i Aristòtil en l’axiomàtica euclidiana —quelcom que trobem en molts textos dels *Elements*, com ara el de Sir Thomas Heath i el recent de Jean Vitrac, o l’anàlisi del pitagorisme, tant en Epicarm com en la descoberta de l’irracional. Li manca, potser, aquella claredat cartesiana que trobem en el text de Levi, però també hem de dir que es tracta d’un text amb una ambició molt més filosòfica en el sentit més pur de la paraula, al meu entendre.

I, per fi, *Ancient mathematics*,<sup>8</sup> de S. Cuomo. Sortosament sempre hi ha, en la ment, prou espai per a la sorpresa i per a la fruïció intel·lectual, i aquest petit opuscle n’és un cas. Quan parlem de la matemàtica grega ho fem gairebé sempre amb la boca grossa —que bons matemàtics que eren i que excel·lents que foren les seves conquestes en aquest camp!, i això és ben cert—, o per la boca filosòfica —com en foren, d’importants, l’ontologia, l’epistemologia i la metodologia de la matemàtica, en particular la geometria, l’arit-

<sup>3</sup>Libros del Zorzal. Buenos Aires, Argentina, 2001.

<sup>4</sup>Tecnos. Madrid, 2005.

<sup>5</sup>Methuen. Londres, 1960.

<sup>6</sup>Traducció castellana, *Navegando por el mar de vino*. Edigrabel. Barcelona, 2008.

<sup>7</sup>Eudeba. Editorial Universitaria de Buenos Aires. Buenos Aires, 1995.

<sup>8</sup>Routledge. Londres, 2001.



mètica i l'astronomia gregues!— Però oblidem gairebé sempre la matemàtica de la boca petita: la matemàtica en l'arquitectura i en l'enginyeria, en l'art, en el comerç i en el dret. Cuomo, en un exercici molt interessant de lectura dels textos no matemàtics, en el sentit estricte de la paraula, fa aquesta feina i la fa realment bé. El llibre s'articula per parelles de capítols: el primer planteja les preguntes i el segon en dóna les respostes. És realment tot un exercici de metodologia expositiva, d'anàlisi acurada dels textos i dels fets. A mi, en particular, em va fascinar —potser per més desconegut— el primer capítol. Com a simple exemple: sabíeu res del túnel epalí, datat el 600 a. de C., i de les dificultats que comporta fer un túnel començant per les dues puntes i aconseguir trobar-se? Els grecs ho feren. «Com?» em direu. «Llegiu-ho al text de Cuomo» us respondré.



Túnel epalí, construït el 600 a. de C., aprox.

Fruit d'aquestes —i d'altres— lectures vaig escriure *Una aproximació a la filosofia de la matemàtica grega des d'un punt de vista matemàtic*.<sup>9</sup> No em pertoca pas de fer-ne cap comentari però les coses són com són aquest fou el fruit d'aquelles lectures i que ara, amb la gosadia amb què sempre escric aquestes línies, us he volgut recomanar.

El cuc de la curiositat intel·lectual és com les idees matemàtiques que creem: un cop creades tenen vida pròpia i demanen més i més atenció. Això ha fet que seguís llegint —amb no tanta intensitat, és clar!— textos de matemàtica i filosofia gregues, i com a cloenda us en vull recomanar tres:

*Pitágoras*,<sup>10</sup> de Juan Bergua. Un text irregular, com acostuma a passar quan mirem de fer un text de divulgació àmplia —és una professió difícil, la bona divulgació—, però que permet fer-nos una idea molt acurada de tots els aspectes de la figura d'aquest personatge mític que és Pitàgoras. És un text complet i molt ben commutat, curull de cites dels textos clàssics i amb set-cents seixanta-tres notes de l'autor. El text conté «Els versos d'or».

*Introducció a la Ilíada*<sup>11</sup> de Jaume Pòrtulas. És una reflexió increïble sobre el fenomen que suposa la *Ilíada* en el context de la Grècia antiga i clàssica. És cert que és un text molt especialitzat i que, potser a molts de vosaltres us pugui semblar excessiu. Però, des que l'any 1962 —jo feia vint anys, qui se'n recorda?— em van regalar, també de la «Bernat Metge» les *Vides paral·leles* de Plutarc i la subscripció a aquesta col·lecció tan prestigiosa, amb el doble text, i vaig poder fruit d'aquells textos, d'aquells grans pensadors i literats, no he pogut estar-me d'apropar-m'hi sempre que n'he tingut ocasió i encara ara m'interessen. Per això, em va interessar moltíssim aquest text.

I fa uns mesos, parlant amb Carles d'Alibri —abans Herder— em va dir: «No has llegit *Les origines de la pensée grecque*, de Jean-Pierre Vernant?» —i me'l va recomanar. Em va faltar temps per comprar-lo i començar-ne la lectura, que tot just he encetat, però el llibre em sembla realment d'un interès indiscutible. I li ho vull agrair. Potser podríeu fer-me cas i llegir-lo properament: així compartirem aquesta lectura, a més de compartir aquest text.

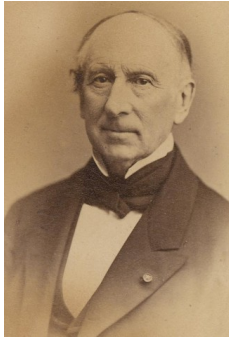
Josep Pla i Carrera  
UB

<sup>9</sup> Barcelonesa d'Edicions. Barcelona, 2010.

<sup>10</sup> Ediciones Ibéricas. Madrid, 1995.

<sup>11</sup> «Bernat Metge». Barcelona, 2009.

### Augustin-Louis Cauchy (París 1789-Sceaux 1857)



Cauchy considerava que els procediments de càlcul diferencial emprats pels matemàtics del segle XVII i del XVIII que feien ús de quantitats infinitament petites i infinitament grans no tenien cap rigor, i va veure que el concepte de «límit» era una eina adequada per a organitzar el càlcul infini-

tesimal de manera rigorosa. Cauchy va desenvolupar la seva idea en els cursos que va impartir a l'Escola Politècnica entre 1817 i 1830.

Juntament amb la faceta de fonamentació metodològica, Cauchy va fer grans aportacions al corpus teòric de la matemàtica, de les quals destaca especialment la seva teoria de funcions complexes, però també obtingué resultats notoris en geometria de poliedres, nombres poligonals, permutacions —les quals va tractar per primera vegada com a un grup de substitucions— teoria de determinants, equacions diferencials ordinàries i parcials, etc. Així mateix, obtingué molts resultats en el camp de la matemàtica aplicada, especialment en la física de l'elasticitat i en astronomia, camp en el qual va donar bons algorismes de càlcul. Publicà desafortunadament i obtingué tal quantitat de resultats que avui és difícil llegir un llibre de matemàtiques i no trobar-hi el seu nom. Ara bé, ja que ens proposem parlar de la seva vida, hem de dir que tot allò que tingué d'innovador en el terreny de la matemàtica ho tingué de conservador en el terreny de les idees polítiques i religioses. Políticament es mantingué sempre fidel a l'esperit de l'antic règim monàrquic absolutista, i, pel que fa a la religió, era catòlic tradicionalista, sempre al costat d'allò que defensava l'Església catòlica oficial, fins a l'extrem d'oposar-se a certes teories científiques innovadores pel fet que posaven en perill principis morals de l'Església. D'altra banda, Cauchy, com a cristià, va fer moltes obres de caritat, des de l'assistència bàsica als més desfavorits fins a la fundació d'escoles per als més necessitats.

#### Primera part, del 1789 al 1815: els inicis de Cauchy

El pare de Cauchy, que era de Rouen, feia d'advocat en aquesta ciutat i va fer amistat amb Louis Thiroux, un alt funcionari administratiu, que, el 1785, va ser cridat a París per a ocupar la plaça de lloctinent de la policia d'aquesta ciutat. Thiroux es va emportar Louis-François Cauchy com a ajudant. A París, Louis-François va conèixer Marie-Madeleine Desestre, filla d'una família rica que tenia càrrecs importants a l'administració de l'Estat, i s'hi va casar l'octubre de 1787. En aquells moments França estava sota una monarquia catòlica de caire absolutista en la qual regnava el borbó Lluís XVI, i els Cauchy, catòlics i monàrquics, hi estaven ben situats. El 1789, però, esclatà la Revolució Francesa. El 14 de juliol, dia en què el poble de París prengué la fortalesa de la Bastilla, ha quedat com a símbol del començament de la Revolució. Al cap d'un mes, el 28 d'agost de 1789, naixia Augustin-Louis Cauchy. Havia nascut al mateix temps que aquella revolució que havia de capgirar tots els valors tradicionalistes compartits per la seva família.

El període de la Revolució Francesa va durar deu anys. Primerament va transformar la monarquia absoluta en monarquia constitucional (1789–1792), sota el regnat del mateix monarca, Lluís XVI. Després, però, es va radicalitzar la situació, es va abolir la monarquia i el 21 de setembre de 1792 es va establir una república, la primera a França. Dins aquesta nova etapa revolucionària es jutjà i condemnà a mort Lluís XVI, que fou guillotinat el 21 de gener de 1793, i, a partir d'un cert moment, per fer front a suposades o reals conspiracions contrarevolucionàries, els jacobins, capitanejats per Robespierre, van portar a l'extrem els principis revolucionaris i es va establir allò que s'ha anomenat «el règim del terror» (1793–1794). La monarquia i l'església van perdre totes les prerrogatives que tenien en l'antic règim i unes trenta mil persones van ser executades a la guillotina, entre elles Louis Thiroux, cap i amic del pare de Cauchy. Llavors, la família Cauchy va decidir amagar-se a la casa de camp que tenien a Arcueil, una petita vila

al sud de la capital. Durant aquest període els Cauchy van sobreviure amb dificultats, fins i tot els faltava menjar, el petit Cauchy tenia llavors cinc anys. Amb el temps una part important de la burgesia que estava en contra del govern jacobí es va organitzar per tirar endavant el cop d'estat del «9 de Termidor» (27 de juliol de 1794). Es va establir un nou govern, el Directori, amb el qual es donava un gir cap a la moderació. Llavors, els Cauchy van tornar a París i el pare ràpidament va aconseguir una bona feina. El Directori va transcórrer entre seriosos conflictes socials i això va portar un jove general de nom Napoleó Bonaparte, victoriós en la guerra que França mantenia contra les monarquies europees, a donar el cop d'estat del «18 de Brumari» (9 de novembre de 1799). S'iniciava així el període del Consolat (1799–1804) amb Napoleó com a primer cònsol. Aquest període va acabar quan el mateix Napoleó es va erigir emperador dels francesos, concentrant tot el poder en les seves mans. Aquest primer Imperi Francès va durar deu anys (1804–1814). En aquest temps Napoleó va portar a cap moltes reformes a França, mentre a l'exterior feia trontollar tot Europa.

El pare de Cauchy, que s'anava adaptant als canvis polítics, va ser anomenat secretari general del Senat, un lloc influent i molt ben pagat, que li va permetre fer amistat amb els consellers Pierre-Simon Laplace i Joseph-Louis Lagrange. La bona situació social dels Cauchy va permetre que Cauchy fill pogués gaudir d'una bona formació secundària i d'una bona formació superior. Les primeres etapes escolars de Cauchy havien estat cobertes pel seu pare, que el va iniciar en el cultiu de les llengües i la poesia. Quan va tenir tretze anys el va portar a l'École Centrale du Panthéon, on va rebre una bona formació humanística. Va aprendre llatí i grec amb molta afició i li agradava molt escriure poesies però, a diferència dels seus altres dos germans, que van estudiar per a advocats, ell va escollir l'enginyeria, i per aquesta raó va ingressar a l'Escola Politècnica. En aquesta escola, durant dos anys i abans d'anar a les especialitzacions, els futurs enginyers eren preparats en matemàtiques i física. Cauchy va seguir el curs d'anàlisi amb Lacroix, el curs de geometria descriptiva amb Lachette i el de mecànica amb Prony i també va tenir de professor Ampère, que feia d'ajudant de Lacroix. A final del 1807 Cauchy va entrar a l'Escola de Ponts i Camins, on durant quatre

mesos es donaven classes teòriques i a la resta del curs es feien pràctiques sobre el terreny. En les primeres pràctiques Cauchy va treballar en la construcció de l'aqüeducte de Saint-Denis a París. Totes les pràctiques i projectes els realitzava amb gran èxit i rebia sempre felicitacions efusives dels seus professors. Abans d'exercir com a enginyers professionals, els futurs enginyers havien de fer un treball com a «aspirant a enginyer»; a Cauchy, amb vint-i-un anys, li va tocar anar a Cherbourg per participar en una grandiosa obra que s'hi feia per engrandir el port i construir una gran base naval. Napoleó, enemistat amb Anglaterra, tenia molt interès en aquest punt estratègic del canal de la Mànega.

Era la primera vegada que Cauchy s'allunyava dels seus pares i de París, i, se sap que en el seu equipatge portava quatre llibres: *Théorie des fonctions analytiques* de Lagrange, *Mécanique céleste* de Laplace, *Imitatio Christi* de Tomàs Kempis i una edició llatina de les obres de Virgili. A Cauchy la seva estada a Cherbourg li va resultar esgotadora. Passava moltes hores treballant d'enginyer i després es dedicava a l'estudi de les matemàtiques. Al desembre de 1810 va escriure als seus pares dient que havia dissenyat un pla per aprofundir en el seu coneixement de les matemàtiques, que consistia a fer «Un estudi coherent de totes les branques de les matemàtiques, de l'aritmètica a l'astronomia, mirant d'aclarir tots els punts foscos, intentant simplificar demostracions i, també, tractar de descobrir nous teoremes». En els tres anys que Cauchy va estar a Cherbourg va enviar diversos articles de matemàtiques a l'Acadèmia de Ciències de París, i, en aquests primers articles ja hi havia resultats notoris sobre poliedres, nombres poligonals, teoria de substitucions, determinants i integració.

A Cauchy no li agradava anar a festes de societat, el molestava la frivolitat de les persones que hi trobava i, sobretot, el molestaven certes converses anticlericals: més d'una vegada s'havia alterat defensant els principis catòlics. Cauchy va decidir abandonar la vida social i la va substituir per la contemplació de la natura; acostumava a fer llargues passejades que explicava per escrit als seus pares.

Va arribar un moment que Cauchy no va poder aguantar més aquell sobreesforç que li suposava treballar d'enginyer i fer recerca matemàtica sense parar i va emmalaltir. Llavors

la seva mare va anar a Cherbourg i va decidir que se l'emportava a París. Això passava a final del 1812 i Cauchy ja no tornaria més a Cherbourg; durant un any va sofrir un estat precari de salut. Per aquesta època va decidir que ja no tornaria a treballar com a enginyer i que es dedicaria per complet a les matemàtiques, ara bé, per a poder-ho fer havia d'obtenir una plaça en alguna institució superior i en aquells moments tot estava ocupat. Això va fer que encara acceptés alguna feina més com a enginyer, feina que va aconseguir a París mateix gràcies a les moltes influències que tenia el seu pare qui, encara que monàrquic, sempre procurava tenir bones relacions amb el govern de torn.

A principi del 1813 va sol·licitar un lloc com a professor assistent a l'Escola de Ponts i Camins, però no li van concedir. L'abril de 1813 morí Lagrange i llavors Cauchy va pensar que aquella era l'ocasió per a entrar al Bureau des Longitudes, una institució creada el 1795 amb la finalitat d'estandarditzar les mesures i fer estudis de geodèsia i astronomia. Cauchy estava molt interessat per l'astronomia, però tampoc li van concedir la plaça. També va intentar entrar a l'Acadèmia de Ciències i tampoc va tenir èxit. Una negativa darrere l'altra, tot i que anava recomanat per figures de la talla del matemàtic Laplace o de l'anatomista i paleontòleg Cuvier.

## Segona part, del 1815 al 1830: Cauchy ufanós

La continuada expansió europea de Napoleó va provocar que les monarquies estrangeres formessin una coalició per derrotar-lo. Napoleó va haver d'abdicar a l'abril del 1814 i llavors, pressionada pels vencedors, França va haver d'acceptar el retorn dels borbons. A qui havia estat l'últim rei, Lluís XVI, el va succeir el seu germà petit Lluís XVIII, qui, en menys d'un any, va haver d'abandonar França ràpidament, ja que el març de 1815 Napoleó va tornar a conquerir el poder. Però el retorn de Napoleó només va durar cent dies, va acabar amb la derrota de Waterloo i el seu posterior desterrament a l'illa de Santa Elena. Després d'aquests fets Lluís XVIII va poder tornar a França i continuar el seu regnat. Nobles, clergues i altres exiliats esperaven recuperar l'antic ordre de coses, però Lluís XVIII va mirar de ser prudent i mantenir un equilibri de forces.

Amb el retorn de la monarquia borbònica Cauchy se sentia d'allò més bé, ja que França recuperava l'únic govern que ell considerava legítim. A més, ja començaven a quedar llocs vacants a les institucions a causa, d'una banda, de jubilacions, i de l'altra, de certes depuracions de persones que havien estat involucrades en la Revolució i l'Imperi napoleònic. Cauchy estava ben preparat per a ocupar un d'aquests llocs. Ja que tenia publicats un bon gruix de resultats importants i, a més, acabava d'enviar a l'Acadèmia (13 de novembre de 1815) la demostració d'una conjectura de Fermat que s'havia resistit als intents d'Euler, Lagrange i Gauss, aquella que diu que «tot nombre natural és la suma, com a molt, de  $n$  nombres poligonals de  $n$  costats».

Va començar guanyant una plaça de professor assistent a l'Escola Politècnica el novembre de 1815, i, just un any després, passava directament a catedràtic d'anàlisi i mecànica sense passar per una votació de l'òrgan pertinent. També va exercir de professor al prestigiós Collège de France i a la Facultat de Ciències de la Sorbona. La seva admissió a l'Acadèmia de les Ciències l'any 1816, però, va ser especialment delicada. El prestigiós geòmetra Gaspard Monge, fundador de l'Escola Politècnica i creador de la geometria descriptiva, va ser depurat per la seva participació destacada en la Revolució i el govern napoleònic. Llavors, per ordre reial directa, i no pas per votació dels membres de l'Acadèmia, com era propi, la plaça va ser adjudicada a Cauchy, qui no va tenir cap escrúpol a ocupar-la. Després d'aquesta entrada de Cauchy a l'Acadèmia de les Ciències molts dels seus membres li van fer boicot.

Cauchy havia assolit una bona posició social, i el seu pare va pensar que havia arribat el moment de casar-lo. Li va presentar Aloïse de Bure, una jove de vint-i-tres anys filla d'una rica família d'editors i llibreters. El casament es va celebrar amb tota la pompa el 4 d'abril de 1818 i hi van assistir representants polítics, eclesiàstics, aristòcrates i membres de l'alta burgesia. Entre els convidats hi havia el marquès de Laplace.

El matrimoni va tenir dues filles, una el 1818 i l'altra el 1823. Va ser precisament en aquest període del 1815 al 1830 que Cauchy va poder desenvolupar el seu pla de reforma del càlcul infinitesimal. Una vegada va tenir la càtedra a l'Escola Politècnica, el primer que va fer va



ser proposar una reforma dels cursos d'anàlisi i mecànica. Cauchy proposava dedicar tot el primer curs a l'anàlisi diferencial i integral i deixar l'estàtica i la dinàmica pel segon curs. El claustre no va acceptar la proposta de Cauchy perquè, segons deia, hi havia massa matemàtiques i, a més, poc adequades a la formació tècnica d'un enginyer. Tanmateix Cauchy va tirar endavant la seva reforma metodològica i el curs d'anàlisi que donava estava replet de matemàtica teòrica, utilitzant els límits de funcions en substitució de les quantitats infinitament petites i infinitament grans. Cauchy definia així el concepte de límit: «quan els successius valors atribuïts a una variable s'aproximen indefinidament a un valor fix tant que al final difereixen d'aquest tan poc com un vol, aquesta última quantitat es denomina el límit de totes les altres», i afegia «quan els successius valors d'una variable disminueixen indefinidament, de tal manera que arriben a ser més petits que qualsevol quantitat donada, d'aquesta variable en direm un infinitèsim. El límit d'aquesta variable és zero». Al llarg dels anys professors i alumnes de la Politècnica van continuar manifestant la seva oposició al rigor i fonamentació amb què Cauchy exposava el curs d'anàlisi, i, a més, hi havia moltes queixes per la manera desordenada en què exposava les lliçons.

Per apaivagar les continuades crítiques que rebia Cauchy es va acordar que escriuria un llibre de text. Aquest és l'origen del *Cours d'analyse* (1821), però, una vegada publicada la primera part de les dues que havia de tenir es va parar el projecte ja que es considerava que el llibre no era adequat pels alumnes. Llavors Cauchy va decidir que reuniria en un altre llibre uns resums que tenia de les lliçons impartides i aquest va ser l'origen del llibre *Résumé des leçons données a l'École Royale Polytechnique sur le calcul infinitésimal* (1823), que és on es troba la definició de derivada que avui és usual i la integral que avui diem de Cauchy. Tenia pensat escriure un segon volum que inclogués les lliçons sobre equacions diferencials, però aquesta part mai va sortir.

Fora de la tasca d'ensenyament, Cauchy portava una vida acadèmica molt activa i no parava de publicar encara que, com a desordenat que era, més d'una vegada repetia coses que ja havia dit. El 1826 va fundar la seva pròpia revista, *Exercices de Mathématiques*, que pràcticament omplia amb els seus articles. També li toca-

va revisar molts dels articles que arribaven a l'Acadèmia. Això feia que tingués informació privilegiada sobre la recerca més capdavantera, i, es donava el cas que, a vegades, tardava molt a informar l'Acadèmia d'allò que havia rebut, i, algunes vegades, ho feia després que ell hagués presentat treballs seus relacionats amb allò que havia avaluat. A més, Cauchy no acostumava a ser massa generós en la citació de les fonts i tot plegat va portar conflictes sobre la prioritat de certs descobriments. Un d'aquest casos es va donar el 1823 amb dos treballs sobre elasticitat presentats per Claude Navier, però hi hagué altres casos com el de Brisson, el d'Ostrogadski, el de Fourier, el de Poisson i més.

També va resultar penós el que va passar amb N. Abel (mort als vint-i-set anys) i E. Galois (mort als vint-i-un anys). El cas de Galois fou com segueix: el jove Galois treballava pel seu compte en el problema de la resolució de les equacions polinòmiques per radicals, que en aquell temps estava obert. El 1829 Galois va lliurar a Cauchy un primer treball sobre aquest tema perquè en presentés un informe a l'Acadèmia, però Cauchy mai ho va fer.

Pel que fa al jove Abel, l'octubre del 1826 va enviar a l'Acadèmia el seu treball manuscrit sobre funcions el·líptiques, que havia de revisar Legendre. Però Legendre, que llavors ja tenia setanta-quatre anys, no entenia la lletra d'Abel i el va passar a Cauchy perquè se'n fes càrrec; pel que sembla, l'article va quedar abandonat en algun calaix. Tres anys després, el març de 1829, el matemàtic Jakob Jacobi, que estava treballant en funcions el·líptiques i havia llegit alguns articles que Abel havia publicat sobre el tema al *Journal de Crelle*, va preguntar a Legendre pel treball que Abel havia dipositat a l'Acadèmia i que segur que havia de contenir resultats extraordinaris sobre funcions el·líptiques. Llavors Cauchy va haver de donar comptes del treball d'Abel, però, malauradament, Abel moria el 16 d'abril de 1829. El treball d'Abel sobre funcions el·líptiques no va ser publicat per l'Acadèmia fins el 1841.

Es dona el cas que el jove matemàtic noruec Niels Abel era molt crític amb la falta de rigor que hi havia a les matemàtiques del seu temps i per això tenia una gran admiració cap a Cauchy, per l'esforç que feia en aquest sentit. Però quan l'estiu del 1826 va anar a París i va conèixer Cauchy, va escriure al seu amic

professor Holmbøe d'Oslo el sorprenent comentari següent: «Cauchy és boig i no hi ha res a fer amb ell, encara que en aquests moments és el matemàtic que sap com s'han de tractar les matemàtiques». D'altra banda, Abel va detectar certes fallades en el tractament rigorós de Cauchy i va trobar resultats que no tenien validesa general, com l'enunciat del primer teorema del capítol VI del *Cours d'analyse* que diu així: «quan els diferents termes d'una sèrie de funcions d'una mateixa variable  $x$  són continus respecte d'aquesta variable en un entorn d'un valor particular en el qual la sèrie és convergent, la suma de la sèrie és també una funció contínua de  $x$  en l'entorn d'aquest valor particular». Abel en donà un contraexemple amb la sèrie  $\sin x - 1/2 \sin 2x + 1/3 \sin 3x - \dots$

La preocupació per construir les matemàtiques amb fonaments rigorosos ve de lluny. Les primeres tasques en aquest sentit van tenir lloc en el període grec en el camp de la geometria, però després no va ser fins el segle XIX que els matemàtics van tornar a la tasca de construir una fonamentació rigorosa d'allò que tenien entre mans. Durant els segles XVII i XVIII els matemàtics es van trobar amb problemes sorgits del desenvolupament científic que requerien haver de treballar amb coses molt petites, més petites que qualsevol quantitat imaginable, però passava que, precisament pel fet de ser coses, no podien no ser res, és a dir, la seva quantitat de cosa no podia ser zero. Aquesta manera de pensar va conduir cap a un atzucac difícil de superar des del punt de vista de la fonamentació, tot i que no va dificultar la resolució efectiva dels problemes; pensem, per exemple, en la gran quantitat de qüestions que es van resoldre lligades a la resolució d'equacions diferencials. El 1797 Lazare Carnot va escriure un llibre sobre la fonamentació del càlcul infinitesimal, però tenia un caire més filosòfic que matemàtic. El primer intent matemàtic per a trobar una fonamentació de l'anàlisi que no requerís les quantitats infinitesimals prové de Lagrange, qui va pensar que mitjançant els coeficients dels desenvolupaments de Taylor podia definir formalment les derivades de totes les funcions, i així evitar qüestions de proximitat. Però aquest pla estava abocat al fracàs, com Cauchy va demostrar amb el contraexemple de la funció  $\exp(-1/x^2)$  que no coincideix amb el seu desenvolupament de Taylor en un entorn del zero.

El matemàtic de Praga Bernard Bolzano, el 1817, quatre anys abans que Cauchy publicqués el *Cours d'analyse*, va publicar en una revista de Praga un treball en el qual fonamentava el càlcul infinitesimal a partir del concepte de límit. Aquesta revista de Praga es rebia a la Biblioteca Imperial de París i Cauchy la podia haver llegit, però Cauchy mai va citar el matemàtic txec, i, per tant, ens queda el dubte de si Cauchy coneixia la fonamentació de Bolzano.

Ara bé, per a una fonamentació rigorosa de l'anàlisi tal com avui l'exigim, faltaven dues coses: faltava acabar d'alliberar el càlcul infinitesimal de certes indefinicions provinents del pensament geomètric —això ho va resoldre més tard K. Weierstrass amb les seves famoses èpsilons i deltes—, i faltava per fer el més bàsic, donar existència matemàtica als nombres reals —aquesta tasca la realitzaren Georg Cantor i Richard Dedekind cap a l'últim terç del segle XIX.

### **Tercera part, del 1830 al 1838: l'exili voluntari**

El 1824 va haver-hi un canvi de rumb en la monarquia francesa. Carles X va succeir el seu germà Lluís XVIII i va fer un gir brusc cap al conservadorisme més ranci. Va fer mans i mànigues per recuperar els valors de l'Antic Règim, va destituir ministres lliberals i es va envoltar de seguidors ultraconservadors com el duc de Polignac. El duc de Polignac era de la Congregació de la Santa Verge, una associació seglar ultrareialista iniciada el 1801 que volia recuperar per a l'Església catòlica francesa l'estat de privilegi que gaudia en l'Antic Règim. Cauchy en va ser un membre actiu, així com també el mateix rei Carles X.

La supressió continuada de molts dels drets civils conquerits en el període revolucionari va portar a l'aixecament popular del juliol de 1830. Carles X es va haver d'exiliar i el va substituir Lluís Felip de la Casa d'Orleans (1830–1848). A França els borbons ja no tornarien a regnar. S'encetava així una monarquia de caire lliberal, que es va dotar d'una nova constitució que reconeixia la sobirania nacional. El rei de França ja no ho era per dret diví sinó per la voluntat dels francesos. Cauchy, fidel als borbons, no va reconèixer mai la legitimitat d'aquesta nova monarquia i es va negar a fer el jurament de fidelitat al nou règim que s'exigia als funcionaris.

Amb aquesta actitud Cauchy va perdre el llocs oficials que ocupava tret del de l'Acadèmia de les Ciències, on no era obligatori el jurament de fidelitat.

Cauchy va decidir marxar de França per un temps curt, però que es va prolongar vuit anys. No és del tot clar perquè se'n va anar, una explicació podria ser que s'ho exigís ell mateix per solidaritat amb Carles X, però també pot ser que tingués por de les represàlies que grups extremistes duïen a terme contra monàrquics borbònics i catòlics tradicionalistes, i també cal tenir en compte que s'havia quedat en una situació desfavorida del tot en perdre les seves places com a professor.

El fet és que Cauchy, amb quaranta-un anys, deixava França i no hi tornaria per quedar-s'hi fins el 1838. En aquests vuit anys Cauchy va fer diverses coses, primerament va passar un temps a Friburg (Suïssa) amb els jesuïtes, després va viatjar per Itàlia i va passar un altre temps donant classes a la Universitat de Torí. Durant aquest temps va publicar dos articles importants sobre integració en el camp complex que es troben a les *Actes* de l'Acadèmia de Ciències de Torí. En un d'aquests surt per primera vegada el que avui anomenem *Fórmula de Cauchy*.

A l'estiu del 1833 va succeir que Carles X va demanar a Cauchy si podia fer-se càrrec de l'educació del duc de Bordeus, un nét del rei que havia de succeir-lo el dia que els borbons tornessin a França. Cauchy va sentir l'obligació moral d'acceptar la petició reial i va haver de marxar a Praga, al castell Hrad, que és on s'allotjava la família reial a l'exili. L'estada a Praga va durar cinc anys i Cauchy ho va passar força malament intentant explicar matemàtiques a un jove malcriat que no li feia cap cas i li gastava bromes pesades.

Mentre Cauchy era a Praga, Bolzano li va sol·licitar una entrevista. La cita va ser concedida però no se sap de què van parlar.

El 1835 l'Acadèmia de les Ciències va iniciar la publicació *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences* i Cauchy va començar a enviar-hi treballs i més treballs, en tal quantitat que la revista no donava l'abast a publicar-los, i llavors va limitar l'extensió dels articles a cinc pàgines, limitació que encara avui és vigent. El 1838, en complir el duc de Bordeus els divuit anys, es va donar per acabada la seva formació i Cauchy va quedar alliberat del seu

compromís. Carles X, en senyal d'agraïment, li va atorgar el títol de baró. Cauchy va decidir instal·lar-se de nou a París.

#### **Quarta part, del 1838 al 1857: el retorn, noves dificultats i final**

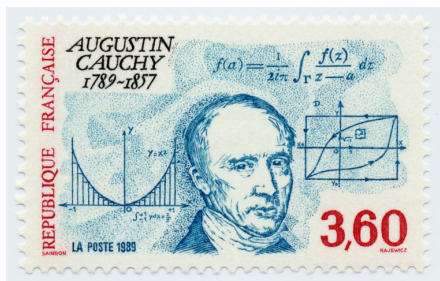
Quan el baró Cauchy va tornar a França tenia quaranta-nou anys complerts. Va intentar recuperar les places que havia abandonat el 1830, però no va tenir èxit. A més, Cauchy continuava negant-se a complir amb el jurament de fidelitat al règim de Lluís Felip i aquesta actitud només li va portar problemes, per exemple, no va poder ser oficialment acceptat al Bureau des Longitudes el 1843, quan ja feia quatre anys que era interí. El seu lloc el va acabar ocupant el matemàtic L. Poincaré. Durant aquests quatre anys d'interinitat al Bureau, Cauchy havia col·laborat amb Leverrier desenvolupant tècniques de càlcul aplicades a l'astronomia. Leverrier va ser qui, el 1846, només a partir de les lleis de Newton i consideracions matemàtiques, va predir l'existència del planeta Neptú.

L'estiu del 1843 Cauchy va intentar obtenir una plaça al Collège de France, però hi havia dos candidats més, un era J. Liouville i l'altre G. Libri. Liouville es va retirar quan va saber que es presentava Cauchy i llavors semblava que Cauchy tenia assegurada la plaça, però el tribunal va votar a favor de Libri. Va ser una decisió política. En aquells moments hi havia a França un intens debat sobre la participació de l'Església a l'ensenyament i Cauchy estava al costat dels jesuïtes, els quals cada vegada més anaven guanyant terreny. El Collège de France no volia que l'Església s'infiltrés a la seva institució i Libri, que en un cert temps havia estat protegit per Cauchy i que, a més, era amic del jesuïta Moigno, va veure clar que en aquesta ocasió li convenia posar-se en contra dels jesuïtes.

El regnat de Lluís Felip va durar fins al febrer de 1848, any en què un nou moviment revolucionari es va aixecar contra la monarquia i el va fer abdicar el 24 de febrer per evitar més vessaments de sang. Al dia següent es va proclamar la Segona República, però els aldarulls van seguir fins a provocar seriosos enfrontaments (juny 1848), que no es van apaivagar fins a les eleccions del desembre, en les quals va sortir elegit Lluís Napoleó, nebot de Napo-

leó Bonaparte, con a president de la Segona República. La república no exigia el jurament de fidelitat i llavors, el 1849, Cauchy, uns mesos abans de complir seixanta anys, va ser nomenat catedràtic d'astronomia matemàtica de la Facultat de Ciències de la Sorbona. A la universitat, Cauchy va poder desenvolupar la seva teoria de funcions amb tot detall i entre els seus alumnes cal destacar C. Hermite, V. Puiseux, C. Briot, J. C. Bouquet i C. Méray.

Al voltant del 1850 es va tornar a convocar una plaça al Collège de France. Era la plaça que havia deixat vacant Libri en marxar ràpidament de França quan va caure el règim de Lluís Felip, que el protegia. Libri estava acusat d'haver sotret una gran quantitat de llibres valuosos de diverses biblioteques franceses.



Cauchy i Liouville s'hi van tornar a presentar, aquesta vegada Liouville no es va retirar, i d'aquesta manera es van haver d'enfrontar els qui en aquells moments eren considerats els dos millors matemàtics francesos. Dues abstencions en una primera votació en la qual Cauchy va obtenir onze vots i Liouville deu van obligar a fer una segona votació ja que Cauchy no tenia majoria absoluta. A la segona volta Liouville va obtenir dotze vots i Cauchy onze i com que Liouville tenia majoria absoluta va guanyar. Cauchy va protestar al ministeri dient que les dues abstencions de la primera votació no s'havien d'haver comptat i el ministeri va exigir una nova votació. Cauchy es va oposar al fet que hi hagués una nova votació però es va fer, i aquesta vegada Liouville va obtenir setze vots i Cauchy set. Cauchy va continuar pensant que tot aquell afer era una injustícia més en contra seu. Com a conseqüència d'aquest enfrontament, la bona relació que fins llavors havien tingut aquelles dues eminències de la matemàtica francesa es va acabar.

El 1852, al cap de tres anys de república, Lluís Napoleó, mitjançant un cop d'estat, es va proclamar emperador dels francesos amb el nom

de Napoleó III (1852–1871) així es va iniciar el segon Imperi Francès. Llavors, Lluís Napoleó va tornar a fer obligatori per als funcionaris el jurament de fidelitat al règim i Cauchy, una vegada més, s'hi va negar. En conseqüència, va haver de deixar les classes a la Sorbona i durant un any ningú el va substituir. Després, cap a final del 1853, gràcies a una carta que el mariscal Vaillant, membre de l'Acadèmia de les Ciències, va escriure al ministre Fortoul demanant-li que es fes una excepció amb Cauchy, ja que si no estaven fent fora de la Sorbona una persona que era considerada en aquells moments el millor matemàtic d'Europa, que Cauchy era d'una rectitud exemplar, que no era pas opositor al règim sinó que... etc, Lluís Napoleó va accedir a disculpar Cauchy del jurament de fidelitat i així Cauchy es va poder reincorporar a la seva càtedra de la Sorbona, on ja no va deixar de donar classes fins a la seva mort quatre anys més tard.

En aquesta última etapa de la seva vida Cauchy va continuar publicant notes i memòries als *Comptes Rendus*, va continuar com a avaluador de molts dels treballs que es rebien a l'Acadèmia i anava a totes les sessions d'aquesta institució on intervenia activament per recolzar o criticar les memòries presentades. Una vegada més, va discutir per qüestions de prioritat, aquesta vegada contra Duhamel, per un assumpte relacionat amb el problema del xoc inelàstic.

En el seu vessant religiós va continuar exercint moltes pràctiques de caritat cristiana, entre moltes altres va participar activament en la societat de Saint-Vincent-de-Paul i fou fundador de l'Oeuvre des Écoles d'Orient.

Una de les últimes preocupacions de Cauchy va ser posar ordre en la seva extensa i dispersa obra matemàtica, però, tot i l'ajuda de l'estudiant jesuïta Michel Jullien, no ho va aconseguir. Cauchy moria el 23 de maig de 1857, quan li faltaven dos mesos per complir seixanta-vuit anys. L'any 1876 l'Acadèmia de les Ciències va decidir iniciar l'edició de tota la seva obra, que no s'acabaria fins el 1974, amb la publicació de l'últim volum, el vint-i-setè.

### Per a llegir

Cauchy va viure un període molt interessant de la història de França i la seva vida és plena



d'esdeveniments. M'ha resultat difícil escriure en aquest petit espai del «Racó biogràfic» una síntesi de tot plegat, m'han quedat fora moltes coses; és per això que per a obtenir un perfil més ajustat de la figura de Cauchy recomano vivament la lectura dels dos llibres que he uti-

litzat. El primer és *Cauchy. Un mathématicien légitimiste au XIX siècle* de Bruno Belhoste, fou publicat per Belin l'any 1985 i l'altre, *Cauchy. Hijo rebelde de la revolución* d'Antonio J. Duran, publicat per Nivola l'any 2009.

Eduard Recasens Gallart  
UPC

## Webs de matemàtiques

### Dos blocs i un web útil sobre T<sub>E</sub>X

Com sabeu, d'uns anys ençà, la nostra venerable *World Wide Web* ha evolucionat cap al que s'ha anomenat *Web 2.0*. En aquesta versió, la web ha evolucionat des de la seva primitiva *unidireccionalitat* —és a dir, algú creava el contingut (un diari o web de notícies, per exemple) un fabricant hi posava informació dels seus productes, i l'usuari el consumia sense participació directa— cap a una primera versió d'*interactivitat*. La Web 2.0 es caracteritza perquè és el mateix usuari el qui crea el contingut i el posa a disposició dels altres usuaris, en una mena d'universalització del contingut d'Internet que fa que tothom pugui publicar qualsevol cosa, ser llegit, i fins i tot assolir fama i notorietat. La Web 2.0 té dos grans exponents avui dia: els blocs i les xarxes socials.

Malgrat la manca (fins el dia d'avui, que jo sàpiga) d'una xarxa social de matemàtiques (quan se'n crearà una?), els blocs, molt populars, són també un mitjà perquè els matemàtics puguin divulgar els seus coneixements. La paraula *bloc* és una catalanització (aprofitant una paraula catalana ja existent) de *blog*, abreviatura anglesa de *weblog*, que es podria traduir com «diari a la web». I efectivament, els primers blocs eren diaris de gent que publicava les seves vivències diàriament, i que també s'anomenaven *quaderns de bitàcola*, pels antics diaris dels capitans de vaixell. En la segona dècada del segle XXI, com el lector ja sabrà (potser en té un o més d'un!), s'han convertit en mitjans de comunicació de gran importància.

Avui us volia parlar de dos blocs de matemàtics que m'han semblat força interessants. El primer és el bloc «What's new», de Terence

Tao, l'adreça és <http://terrytao.wordpress.com>. Terry Tao és professor a la Universitat de Califòrnia Los Angeles, i treballa en combinatòria, teoria analítica de nombres, anàlisi harmònica i teoria de representacions. Com és ben sabut, va rebre la Medalla Fields al Congrés Internacional celebrat a Madrid el 2006, a la jove edat de trenta-dos anys. Vaig conèixer el bloc perquè un alumne em va dirigir a una entrada (del 18 de febrer de 2010) en què Tao dóna una demostració alternativa del famós teorema de Gromov (un grup té creixement polinòmic si i només si és virtualment nilpotent), basada en anàlisi harmònica. A partir d'aquí, fent una ullada al bloc, em va semblar força interessant, encara que és d'un nivell bastant elevat.

En el bloc, Tao es dedica a la divulgació de temes matemàtics per a matemàtics. Encara que els temes s'esbiaixen lògicament cap a les seves especialitats, veureu que divulga resultats interessants, articles nous i qualsevol cosa que tingui a veure amb les matemàtiques. Només mirant la columna esquerra de «Selected articles» podreu trobar: com Einstein va deduir la fórmula  $E = mc^2$ , un article sobre mecànica quàntica aplicada al joc d'ordinador Tomb Raider, o un article sobre el pressupost federal dels EUA. Malgrat això, la majoria d'articles tenen un profund contingut matemàtic i són força interessants per a la comunitat matemàtica.

L'altre bloc del qual volia parlar és el de Peter Cameron, professor (emèrit) al Queen Mary, Universitat de Londres. Cameron és especialista en teoria de grafs, combinatòria i grups finits, i ha visitat Barcelona en diverses ocasions. El seu bloc, <http://cameroncounts.wordpress.com>,

té un nivell més assequible que el de Tao, i està més dedicat a la divulgació. Per exemple, té una sèrie molt interessant de dotze articles sobre les propietats del grup simètric  $\mathcal{S}_n$ .

Finalment, us vull recomanar una pàgina a la qual he arribat a través del bloc de Tao, titulada *Detexify*, que us pot ser de gran ajuda en les vostres aventures amb el  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ . No us heu trobat mai que voleu escriure un determinat

símbol matemàtic en  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  i no sabeu la comanda? Abans, havies d'anar a les llargues llistes de comandes publicades als llibres de  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  o a webs especialitzades. Aquesta web permet escriure el símbol amb el ratolí i et mostra a la dreta una llista de les comandes de  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  compatibles amb el símbol que s'ha escrit. Proveu-ho. És espectacular i molt útil! Ah, l'adreça és <http://detexify.kirelabs.org/classify.html>.

Josep Burillo  
UPC

## Problemes

En el número anterior de la *SCM/Notícies* dèiem que la festa del problema centè no era completa perquè els problemes **B47** (*SCM/Notícies* 14) i **A64** (*SCM/Notícies* 20) encara no havien estat resolts. Una agradable sorpresa, però: en el punt de tancar la secció d'aquest número hem rebut una solució del problema **B47**, la qual, mancats de temps per a fer-hi un treball rigorós ara, serà publicada en el proper número de la *SCM/Notícies*. Algú s'anima amb l'**A64**?

En aquest número, per deferència dels nostres amables col·laboradors José Luis Díaz-Barrero, i Xavi Ros Otón, tots dos de la UPC; Barcelona, Joaquim Nadal i Vidal, de l'Institut de Cassà de la Selva, i Miquel Amengual Covas de Cala Figuera, Mallorca, tenim quatre reptes més, de l'**A105** a l'**A108**, dirigits a estimular les habilitats i coneixements dels nostres fidels lectors.

També publiquem les solucions dels problemes del número anterior de la *SCM/Notícies*: Xavi Ros Otón és l'autor de l'única solució rebuda del problema **A101**. Gerard Planes i Conangla (FME, UPC, Barcelona) ens envia la solució del problema **A102** que apareix més avall; Joaquim Nadal i Vidal i Xavi Ros Otón també n'han aportat sengles solucions i, finalment, Bruno Salgueiro Fanego (Viveiro, Lugo) ens n'envia varies, amb notes bibliogràfiques i webgràfiques, que també publiquem. Del problema **A103** n'hem rebut tres solucions, de Joaquim Nadal i Vidal, Bruno Salgueiro Fanego i Miquel Amengual Covas, respectivament, i publiquem la del primer. Finalment, del problema **A104** en publiquem una solució de Bruno Salgueiro Fanego, que fa un ús intensiu dels nombres complexos com a objectes geomètrics. També hem rebut solucions de Joaquim Nadal i Vidal i de Ramon González Calvet, de l'Institut Pere Calders de Cerdanyola del Vallès, que fan servir, també intensament, l'àlgebra geomètrica, mentre que Miquel Amengual Covas ens en dona notes bibliogràfiques. Aquest redactor, però, no ha pogut resistir la temptació de mostrar una solució que només usa geometria mètrica elemental.

Acabem aquest preàmbul expressant el nostre agraïment als col·laboradors de la secció, tant als proponents com als resolvents i recordant-vos que els fitxers  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  o  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ ens faciliten molt la feina, tot i que les aportacions en qualsevol altre format, també manuscrits, són igualment ben rebudes. Les adreces de correu per a enviar-nos-les són [cromero@xtec.cat](mailto:cromero@xtec.cat), o bé, [carles.romero.c@gmail.com](mailto:carles.romero.c@gmail.com). Fins la propera!

## Problemes proposats

**A105.** (Proposat per José Luis Díaz-Barrero, UPC, Barcelona.) Siguin  $a, b, c$  i  $d$  quatre nombres reals i positius que compleixen que  $abcd = 1$ . Demostreu que

$$\frac{a^9 + b^7}{b^2 + c^2 + d^2} + \frac{b^9 + c^7}{c^2 + d^2 + a^2} + \frac{c^9 + d^7}{d^2 + a^2 + b^2} + \frac{d^9 + a^7}{a^2 + b^2 + c^2} \geq \frac{8}{3}.$$

**A106.** (Proposat per Xavi Ros Otón, FME, UPC.) Sigui  $\{a_n\}$  una successió de nombres reals i positius. Proveu que si la sèrie  $\sum a_n$  és convergent, aleshores també ho és la sèrie  $\sum b_n$ , en la qual

$$b_n = \frac{a_n}{\sqrt{\sum_{k \geq n} a_k}}.$$

**A107.** (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal, de l'IES de Cassà de la Selva.) Demostreu que, per tot nombre natural  $a > 1$  d'expressió decimal amb xifra de les unitats 1, 3, 7 o 9 i per tot nombre natural  $n$ , hi ha  $k \in \mathbb{N}$  de manera que  $a^k$ , expressat en base 10, té com a darreres xifres  $n$  zeros i un u.

**A108.** (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)  $ABCD$  és un quadrilàter convex en el qual  $\widehat{ABC} = 90^\circ$  i, a més,

$$\frac{AD}{BC} = \frac{CD}{AB} = \frac{BD}{AC}$$

Provau que aquest quadrilàter és un rectangle.

## Solucions

**A101.** (Proposat per José Luis Díaz-Barrero, UPC, Barcelona.) Siguin  $a, b$  i  $c$  tres nombres positius amb  $ab + bc + ca = 1$ . Demostreu que

$$(a^2 + b^2 + c^2)^4 \left( a^2 \sqrt[3]{\frac{a}{b+c}} + b^2 \sqrt[3]{\frac{b}{c+a}} + c^2 \sqrt[3]{\frac{c}{a+b}} \right)^3 \geq \frac{1}{2}.$$

**Solució:** (Solució de Xavi Ros Otón, FME-UPC.) En primer lloc observem que

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - ca &= \\ &= \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{2} \geq 0 \end{aligned}$$

i, aleshores,

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = 1.$$

Per tant, n'hi ha prou a demostrar que

$$a^2 \sqrt[3]{\frac{a}{b+c}} + b^2 \sqrt[3]{\frac{b}{c+a}} + c^2 \sqrt[3]{\frac{c}{a+b}} \geq \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad (*)$$

Per fer-ho, establim primer la desigualtat següent: siguin  $p \geq 1$  i  $\alpha \geq 0$ ; aleshores

$$\begin{aligned} a^p \left( \frac{a}{b+c} \right)^\alpha + b^p \left( \frac{b}{c+a} \right)^\alpha + \\ + c^p \left( \frac{c}{a+b} \right)^\alpha \geq \frac{(a+b+c)^p}{3^{p-1} 2^\alpha}. \quad (**)$$

En efecte, definim  $s = a + b + c$  i

$$\begin{aligned} f: (0, s) &\longrightarrow \mathbb{R} \\ f(x) &= x^p \left( \frac{x}{s-x} \right)^\alpha. \end{aligned}$$

Aleshores,

$$\begin{aligned} f(a) &= a^p \left( \frac{a}{s-a} \right)^\alpha = a^p \left( \frac{a}{b+c} \right)^\alpha \\ f(b) &= b^p \left( \frac{b}{s-b} \right)^\alpha = b^p \left( \frac{b}{c+a} \right)^\alpha \\ f(c) &= c^p \left( \frac{c}{s-c} \right)^\alpha = c^p \left( \frac{c}{a+b} \right)^\alpha \end{aligned}$$

i

$$f \left( \frac{a+b+c}{3} \right) = \frac{(a+b+c)^p}{3^{p-1} 2^\alpha} = \frac{1}{3} \frac{(a+b+c)^p}{3^{p-1} 2^\alpha}$$

i la desigualtat (\*\*) és equivalent a

$$\frac{f(a) + f(b) + f(c)}{3} \geq f \left( \frac{a+b+c}{3} \right). \quad (***)$$

Fent ús de la desigualtat de Jensen, la certesa de (\*\*\*) quedarà demostrada si aconseguim provar que la funció  $f$  és convexa. Fent uns quants càlculs, resulta

$$\begin{aligned} f''(x) &= \left( \frac{x}{s-x} \right)^\alpha \frac{x^{p-2}}{(s-x)^2} (p(p-1)x^2 - \\ &\quad - 2s(p-1)(p+\alpha)x + s^2(p+\alpha)(p+\alpha-1)) \end{aligned}$$

i per veure que, en el domini  $(0, s)$ , la segona derivada és positiva, només cal demostrar que

$$p(p-1)x^2 - 2s(p-1)(p+\alpha)x + s^2(p+\alpha)(p+\alpha-1) \geq 0.$$

Ara bé, l'expressió anterior és una equació quadràtica i, si fem uns quants càlculs més, n'obtenim aquest afitament pel discriminant

$$\begin{aligned} \Delta &= 4s^2(p-1)^2(p+\alpha)^2 - \\ &\quad - 4p(p-1)s^2(p+\alpha)(p+\alpha-1) = \\ &= 4s^2(p-1)(p+\alpha)((p-1)(p+\alpha) - \\ &\quad - p(p+\alpha-1)) = \\ &= -4\alpha s^2(p-1)(p+\alpha) \leq 0. \end{aligned}$$

Resulta, doncs, que efectivament,

$$p(p-1)x^2 - 2s(p-1)(p+\alpha)x + s^2(p+\alpha)(p+\alpha-1) \geq 0$$

i, per tant,  $f''(x) \geq 0$  i la funció  $f$  és convexa, la relació (\*\*\*) no és res més que la *desigualtat de Jensen* i la desigualtat (\*\*) queda demostrada.

Finalment, posant  $p = 2$  i  $\alpha = \frac{1}{3}$  i tenint en compte que

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) &= \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0 \end{aligned}$$

obtenim

$$\begin{aligned} a^2 \sqrt[3]{\frac{a}{b+c}} + b^2 \sqrt[3]{\frac{b}{c+a}} + c^2 \sqrt[3]{\frac{c}{a+b}} &\geq \\ &\geq \frac{(a+b+c)^2}{3\sqrt[3]{2}} \geq \frac{3(ab+bc+ca)}{3\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}. \end{aligned}$$

tal com volíem demostrar.

**A102.** (D'una Olimpíada de fa molts, molts anys.) Sigui  $a$  un nombre real fixat i sigui  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funció que compleix

$$f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - (f(x))^2}$$

per tot nombre real  $x$ . Demostreu que  $f$  és una funció periòdica i doneu-ne un exemple pel cas  $a = 1$ .

**Solució:** (Solució de Gerard Planes i Conangla, FME-UPC.) Busquem l'expressió de  $f(x+2a)$ :

$$f(x+2a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x+a) - (f(x+a))^2} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + A - \left(\frac{1}{2} + A\right)^2} = \\ &= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + A - \left(\frac{1}{4} + f(x) - (f(x))^2 + A\right)} = \\ &= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + A - \frac{1}{4} - f(x) + (f(x))^2 - A} = \\ &= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - f(x) + (f(x))^2} = \\ &= \frac{1}{2} + \sqrt{\left(f(x) - \frac{1}{2}\right)^2} = f(x), \end{aligned}$$

on  $A = \sqrt{f(x) - (f(x))^2}$ . Per tant,  $f(x)$  és  $2a$ -periòdica. Un exemple en seria una ona quadrada definida a tot  $\mathbb{R}$  amb

$$f(x) = \begin{cases} = \frac{1}{2}, & \text{si } x \in [0, a) \\ = 1, & \text{si } x \in [a, 2a) \end{cases}$$

i estenent-la periòdicament.

**Notes:** (Bruno Salgueiro, Viveiro, Lugo.)

Una crònica de la desena International Mathematical Olympiad (IMO), celebrada a Moscou el 1968, en què hi ha els enunciats i les solucions dels sis problemes que s'hi van proposar la trobareu a <http://www.imo-register.org.uk/1968-report-st.html>. Aquest problema en fou el cinquè.

Igualment, el problema i la solució apareixen a les pàgines 18 i 19 de l'article de Daniel Lasaosa «Algunas técnicas de resolución de ecuaciones funcionales en problemas de Olimpiada (I): Funciones reales de variable real», a la *Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática*, núm. 30, març-abril de 2007. L'esmentada revista es publica només en línia <http://www.oei.es/oim/revistaoin/>.

També podreu trobar l'enunciat i solucions d'aquest problema a:

- Greitzer, Samuel L. *International Mathematical Olympiads 1959-1977*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America, 1978, a la pàgina 10 l'enunciat, i a la 109 i 110 la solució.
- Reiman, István. *International Mathematical Olympiads 1959-1999*, London: Anthem Press, 2001, a la pàgina 14 l'enunciat, i a la 133 i 134 dues solucions.
- Becheanu, Mircea. *International Mathematical Olympiads 1959-2000*. Freeland, Maryland: The



Academic Distribution Center, 2001, a la pàgina 66 i 67.

**A103.** (Proposat per Xavi Ros Otón, FME-UPC.) Siguin  $R$  i  $r$  els radis de les circumferències inscrita i circumscrita a un triangle. Proveu que

$$\frac{R}{2r} \geq \frac{A}{H},$$

expressió en què  $A$  i  $H$  representen, respectivament, la mitjana aritmètica i la mitjana harmònica dels costats del triangle.

**Solució:** (Solució de Joaquim Nadal i Vidal, de l'IES de Cassà de la Selva.) Necessitem un lema previ: si  $B$ ,  $C$  i  $D$  són els angles d'un triangle, aleshores

$$z = \sin B \sin C + \sin B \sin D + \sin C \sin D \leq \frac{9}{4} \quad (*)$$

En efecte: fixem l'angle  $D$  i posem  $K = 180^\circ - D$ ; aleshores

$$C = 180^\circ - B - D = K - B.$$

Considerem ara  $u = \sin B \sin C = \sin B \sin(K - B)$  i derivem  $u$  respecte de  $B$  per buscar-ne màxims:

$$\begin{aligned} u' &= \cos B \sin(K - B) - \sin B \cos(K - B) = \\ &= \sin((K - B) - B) = \sin(K - 2B) \\ u'' &= -2 \cos(K - 2B). \end{aligned}$$

Per tal que  $u' = 0$ , ha de ser  $\sin(K - 2B) = 0$ , i  $K = 2B$  dona el punt estacionari

$$B = \frac{K}{2} = C$$

i, com que

$$\begin{aligned} u'' \left( \frac{K}{2} \right) &= -2 \cos \left( K - 2 \frac{K}{2} \right) = \\ &= -2 \cos 0 = -2 < 0 \end{aligned}$$

es tracta d'un màxim.

Estudiem ara  $v = \sin B + \sin C = \sin B + \sin(K - B)$  i, de la mateixa manera, busquem-li un màxim:

$$\begin{aligned} v' &= \cos B - \cos(K - B) \\ v'' &= -\sin B - \sin(K - B). \end{aligned}$$

Per  $B = K - B$ , és a dir, per

$$B = \frac{K}{2} = C$$

tenim un punt estacionari en el qual la segona derivada val

$$\begin{aligned} v'' \left( \frac{K}{2} \right) &= -\sin \frac{K}{2} - \sin \left( K - \frac{K}{2} \right) = \\ &= -2 \sin \frac{K}{2} < 0 \end{aligned}$$

perquè  $0^\circ < \frac{K}{2} < 180^\circ$ . També és un màxim. Si  $u$  i  $v$  maximitzen el seu valor en el mateix lloc, quan  $B = \frac{K}{2} = C$ , aleshores, per a cada  $D$ , el valor de

$$z = u + v \sin D$$

serà màxim quan  $B = C$ . Tenim, doncs,

$$z = \sin^2 B + 2 \sin B \sin D$$

i, com que,  $D = 180^\circ - 2B$ ,

$$\begin{aligned} z &= \sin^2 B + 2 \sin B \sin 2B = \\ &= \sin^2 B + 4 \sin^2 B \cos B = \\ &= \sin^2 B (1 + 4 \cos B). \end{aligned}$$

Busquem ara els extrems de  $z(B)$ :

$$\begin{aligned} z'(B) &= \\ &= 2 \sin B \cos B (1 + 4 \cos B) - 4 \sin^3 B = \\ &= 2 \sin B (\cos B + 4 \cos^2 B - 2 \sin^2 B) = \\ &= 2 \sin B (\cos B + 6 \cos^2 B - 2) \\ z''(B) &= 2 \cos B (\cos B + 6 \cos^2 B - 2) - \\ &\quad - 2 \sin B (\sin B + 12 \cos B \sin B) = \\ &= 2 (\cos B (\cos B + 6 \cos^2 B - 2) - \\ &\quad - \sin^2 B (1 + 12 \cos B)). \end{aligned}$$

Per a  $z'(B) = 0$  les possibilitats són:

a) Que  $\sin B = 0$ , cosa impossible si el triangle és no degenerat.

b) Que  $6 \cos^2 B + \cos B - 2 = 0$ , amb la solució impossible  $\cos B = -\frac{2}{3}$ , que implica que  $B = C$

són obtusos, i la solució  $\cos B = \frac{1}{2}$ , que implica  $B = C = 60^\circ$  i, per tant  $D = 60^\circ$ . En aquestes condicions

$$\begin{aligned} u''(60^\circ) &= 2 \left( \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 6 \frac{1}{4} - 2 \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{4} \left( 1 + 12 \frac{1}{2} \right) \right) = -\frac{21}{2} < 0 \end{aligned}$$

i  $B = C = D = 60^\circ$  fa un màxim.

Tenim, en definitiva, que el valor màxim de  $z$  és

$$z(60^\circ) = \frac{3}{4} \left(1 + 4 \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$$

i això acaba la demostració del lema (\*).

Passem ara a la demostració de la desigualtat inicial: siguin  $b$ ,  $c$  i  $d$  els tres costats del triangle, oposats respectivament als angles  $B$ ,  $C$  i  $D$ . Tenim que

$$A = \frac{b+c+d}{3}$$

$$H = \frac{3}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}} = \frac{3bcd}{bc+cd+db}$$

$$\frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{d}{2 \sin D} = R$$

$$[\triangle BCD] = bc \sin D = bd \sin C = cd \sin B = (b+c+d)r$$

$$2r = \frac{2bc \sin D}{b+c+d} = \frac{2bd \sin C}{b+c+d} = \frac{2cd \sin B}{b+c+d}.$$

Ara, a partir del lema (\*), podem escriure

$$\frac{2[\triangle BCD]}{9 - 4(\sin B \sin C + \sin B \sin D + \sin C \sin D)} \geq 0$$

o sigui,

$$\begin{aligned} & \frac{3 - 4 \sin B \sin C}{4 \sin B \sin C \sin D} bc \sin D + \\ & + \frac{3 - 4 \sin B \sin D}{4 \sin B \sin C \sin D} bd \sin C + \\ & + \frac{3 - 4 \sin C \sin D}{4 \sin B \sin C \sin D} cd \sin B \geq 0 \end{aligned}$$

és a dir

$$\begin{aligned} & bc \left( \frac{3}{4 \sin B \sin C} - 1 \right) + bd \left( \frac{3}{4 \sin B \sin D} - 1 \right) + \\ & + cd \left( \frac{3}{4 \sin C \sin D} - 1 \right) \geq 0 \end{aligned}$$

i, aleshores,

$$\begin{aligned} & 3 \frac{b}{2 \sin B} \frac{c}{2 \sin C} + 3 \frac{b}{2 \sin B} \frac{d}{2 \sin D} + \\ & + 3 \frac{c}{2 \sin C} \frac{d}{2 \sin D} \geq bc + bd + cd \end{aligned}$$

que dóna

$$3R^2 + 3R^2 + 3R^2 = 9R^2 \geq bc + bd + cd.$$

Ara substituïm  $R$  per  $\frac{b}{2 \sin B}$ :

$$9 \frac{b^2}{4 \sin^2 B} \geq bc + bd + cd$$

i dividim per  $3bcd$ :

$$\frac{3b}{4cd \sin^2 B} \geq \frac{bc + cd + db}{3bcd} = \frac{1}{H}.$$

Finalment, multipliquem per la mitjana aritmètica  $A$  i obtenim:

$$\begin{aligned} \frac{A}{H} & \leq \frac{3Ab}{4cd \sin^2 B} = \frac{b(b+c+d)}{4cd \sin^2 B} = \\ & = \frac{b}{\frac{2 \sin B}{2cd \sin B}} = \frac{R}{\frac{b+c+d}{2r}} \end{aligned}$$

que és la desigualtat demanada.

**A104.** (Proposat per la redacció.) Tenim un quadrilàter en el pla i construïm quadrats sobre els seus costats a l'exterior d'aquest quadrilàter. Demostreu que els segments que uneixen els centres de quadrats construïts sobre costats oposats del quadrilàter són perpendiculars i de la mateixa longitud.

**Solució 1:** (Solució de Bruno Salgueiro Fanego, Viveiro, Lugo.) Assignem als vèrtexs consecutius i donats en sentit antihorari,  $A, B, C$  i  $D$ , del quadrilàter i als centres  $A', B', C'$  i  $D'$  dels quadrats construïts sobre els costats  $AB, BC, CD$  i  $DA$  els nombres complexos  $a, b, c, d, a', b', c'$  i  $d'$  respectivament. El vector  $\overrightarrow{A'A}$ , representat pel nombre complex  $a - a'$ , s'obté en girar un angle recte en sentit antihorari el vector  $\overrightarrow{A'B}$ , representat pel nombre complex  $b - a'$ . Per tant,

$$a - a' = i(b - a')$$

és a dir

$$a' = \frac{a+b}{2} + i \frac{a-b}{2}.$$

De la mateixa manera,

$$b' = \frac{b+c}{2} + i \frac{b-c}{2}, \quad c' = \frac{c+d}{2} + i \frac{c-d}{2} \quad \text{i}$$

$$d' = \frac{d+a}{2} + i \frac{d-a}{2}.$$

Aleshores,

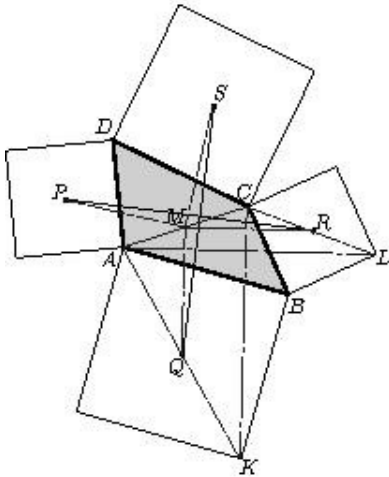
$$c' - a' = \frac{c+d}{2} - \frac{a+b}{2} + i \left( \frac{c-d}{2} - \frac{a-b}{2} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{d-a}{2} - \frac{b-c}{2} + i \left( \frac{b+c}{2} - \frac{d+a}{2} \right) = \\
&= i \left( \frac{b+c}{2} - \frac{d+a}{2} + i \left( \frac{b-c}{2} - \frac{d-a}{2} \right) \right) = \\
&= i (b' - d')
\end{aligned}$$

mostrant que el vector  $\overrightarrow{A'C'}$  s'obté en girar el vector  $\overrightarrow{D'B'}$  un angle recte en sentit antihorari, cosa que implica que els segments  $A'C'$  i  $D'B'$  són perpendiculars i de la mateixa longitud.

**Solució 2:** (Solució de la redacció.)

Siguin  $A, B, C$  i  $D$  els vèrtexs del quadrilàter,  $P, Q, R$  i  $S$  els centres dels quadrats construïts sobre els seus costats,  $AC$  una de les diagonals del quadrilàter,  $M$  el punt mitjà d'aquesta diagonal, sigui  $K$  el vèrtex oposat a  $A$  en el quadrat construït sobre el costat  $AB$  i  $L$  el vèrtex oposat a  $C$  en el quadrat construït sobre el costat  $CB$ .



Considerem els triangles  $\triangle KBC$  i  $\triangle ABL$ . Com que són costats de sengles quadrats,  $BK = BA$  i  $BC = BL$ . D'altra banda,

$$\widehat{CBK} = \frac{\pi}{2} + \widehat{ABC} = \widehat{ABC} + \frac{\pi}{2} = \widehat{ABL}$$

i, en conseqüència, els triangles  $\triangle KBC$  i  $\triangle ABL$  són congruents i, a més, les parelles de costats

homòlegs són perpendiculars. En resulta

$$KC = AL \quad \text{i} \quad KC \perp AL.$$

Considerem ara els triangles  $\triangle KAC$  i  $\triangle ACL$ . Com que  $QM$  és la paral·lela mitjana relativa a la base  $KC$  del triangle  $\triangle KAC$  i  $MR$  és la paral·lela mitjana relativa a la base  $AL$  del  $\triangle ACL$ , tenim

$$\begin{aligned}
QM &= \frac{1}{2} KC = \frac{1}{2} AL = MR \quad \text{i} \\
QM &\parallel KC \perp AL \parallel MR
\end{aligned}$$

i un raonament del tot paral·lel porta a que

$$PM = MS \quad \text{i} \quad PM \perp MS$$

Considerem, finalment, els triangles  $\triangle QMS$  i  $\triangle RMP$ . D'una banda, ja tenim que  $MQ = MR$  i que  $MS = MP$ . Ara bé,

$$\widehat{QMS} = \frac{\pi}{2} + \widehat{RMS} = \widehat{RMS} + \frac{\pi}{2} = \widehat{RMP}$$

i els triangles  $\triangle QMS$  i  $\triangle RMP$  són congruents i, a més, les parelles de costats homòlegs són perpendiculars. En resulta

$$QS = PR \quad \text{i} \quad QS \perp PR.$$

Notes: (Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.) El problema **A104** l'he trobat resolt de tres maneres diferents: una solució euclídia i una amb nombres complexos apareixen al llibre:

- Diego Martín, Braulio Luis de & Gordillo Florencio, Elías José.: *Problemas de Oposiciones 1986-1987*. Madrid: Ed. Deimos, 1988, 206–209.

La tercera solució aplica rotacions i simetries i és a:

- Yaglom, I., M.: *Geometric Transformations I*. The Mathematical Association of America, 1962. (New Mathematical Library). A les pàgines 39–40 l'enunciat i a la 95 i 96 la solució.

Carles Romero  
IES Manuel Blancafort, la Garriga

En aquesta secció de la *SCM/Notícies*, que gairebé és tan antiga com la mateixa revista, hem publicat resums de la majoria de les tesis en matemàtiques que s'han llegit al llarg dels anys a les diverses universitats catalanes.

I ho continuarem fent. Però com que amb els nous plans d'estudis que ja estan vigents, els alumnes dels diferents màsters en matemàtiques han de fer un treball de fi de màster, hem pensat enriquir la secció incloent-hi també resums d'aquests treballs a partir del proper número. Fem una crida, doncs, a tots els estudiants que hagueu llegit els vostres treballs, en qualsevol temàtica de matemàtiques, durant aquests últims anys, perquè ens envieu els vostres resums. Tots els que rebrem a temps seran inclosos en el proper número de la *SCM/Notícies*.

### Ajuts per a tesis doctorals en català

La Generalitat de Catalunya (a través de l'AGAUR) dóna ajuts especials per a escriure les tesis en català.

Els poden sol·licitar tots aquells a qui els falti poc per escriure i defensar la tesi doctoral.

L'última convocatòria es va tancar el 15 de juliol passat, però es preveu que es tornarà a obrir el proper curs.

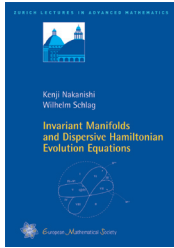
L'objectiu dels ajuts era atorgar ajuts per a tesis doctorals escrites en català que s'haguessin defensat durant l'any 2010, per tal de contribuir a les despeses i taxes administratives associades amb la finalització de la tesi doctoral i amb el tràmit d'obtenció del títol de doctor o doctora.

Podien sol·licitar l'ajut totes les persones que haguessin defensat la tesi durant l'any 2010, que haguessin obtingut el títol de doctor en una universitat del sistema universitari de Catalunya o de fora de l'Estat espanyol, i que haguessin escrit la tesi en català, d'acord amb la base 1 de la convocatòria.

Més informació:

[http://www10.gencat.cat/agaur\\_web/AppJava/catala/a\\_beca.jsp?categoria=altres&id\\_beca=17741](http://www10.gencat.cat/agaur_web/AppJava/catala/a_beca.jsp?categoria=altres&id_beca=17741)



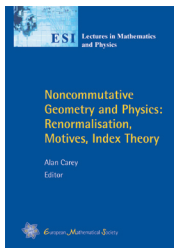


Kenji Nakanishi (Kyoto University, Japan) and Wilhelm Schlag (University of Chicago, USA)  
**Invariant Manifolds and Dispersive Hamiltonian Evolution Equations** (Zurich Lectures in Advanced Mathematics)

ISBN 978-3-03719-095-1. July 2011. Approx. 260 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 40.00 Euro

The notion of an invariant manifold arises naturally in the asymptotic stability analysis of stationary or standing wave solutions of unstable dispersive Hamiltonian evolution equations such as the focusing semilinear Klein–Gordon and Schrödinger equations. This is due to the fact that the linearized operators about such special solutions typically exhibit negative eigenvalues (a single one for the ground state), which lead to exponential instability of the linearized flow and allows for ideas from hyperbolic dynamics to enter.

These lectures are suitable for graduate students and researchers in partial differential equations and mathematical physics. For the cubic Klein–Gordon equation in three dimensions all details are provided, including the derivation of Strichartz estimates for the free equation and the concentration-compactness argument leading to scattering due to Kenig and Merle.



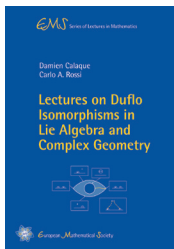
**Noncommutative Geometry and Physics: Renormalisation, Motives, Index Theory** (ESI Lectures in Mathematics and Physics)

Alan Carey (Australian National University, Canberra, Australia), Editor

ISBN 978-3-03719-008-1. July 2011. 281 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 58.00 Euro

This collection of expository articles grew out of the workshop “Number Theory and Physics” held in March 2009 at the The Erwin Schrödinger International Institute for Mathematical Physics, Vienna. The common theme of the articles is the influence of ideas from noncommutative geometry on subjects ranging from number theory to Lie algebras, index theory, and mathematical physics.

Contributors to this volume are Matilde Marcolli, Jorge Plazas and Sujatha Ramdorai, Alan Carey, John Phillips and Adam Rennie, Alain Connes and Dirk Kreimer, Dominique Manchon, Christoph Bergbauer, and Sylvie Paycha.

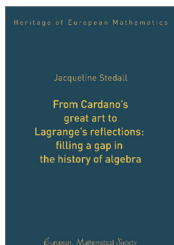


Damien Calaque (ETH Zurich, Switzerland) and Carlo A. Rossi (Max Planck Institute for Mathematics, Bonn, Germany)  
**Lectures on Duflo Isomorphisms in Lie Algebra and Complex Geometry** (EMS Series of Lectures in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-096-8. 2011. 114 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 24.00 Euro

Duflo isomorphism first appeared in Lie theory and representation theory. It is an isomorphism between invariant polynomials of a Lie algebra and the center of its universal enveloping algebra, generalizing the pioneering work of Harish-Chandra on semi-simple Lie algebras. Later on, Duflo’s result was refound by Kontsevich in the framework of deformation quantization, who also observed that there is a similar isomorphism between Dolbeault cohomology of holomorphic polyvector fields on a complex manifold and its Hochschild cohomology. The present book, which arose from a series of lectures by the first author at ETH, derives these two isomorphisms from a Duflo-type result for Q-manifolds.

The book is well-suited for graduate students in mathematics and mathematical physics as well as for researchers working in Lie theory, algebraic geometry and deformation theory.

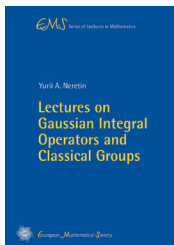


Jacqueline Stedall (University of Oxford, UK)  
**From Cardano’s great art to Lagrange’s reflections: filling a gap in the history of algebra** (Heritage of European Mathematics)

ISBN 978-3-03719-092-0. 2011. 236 pages. Hardcover. 17 x 24 cm. 68.00 Euro

This book is an exploration of a claim made by Lagrange in the autumn of 1771 as he embarked upon his lengthy *Réflexions sur la résolution algébrique des équations*: that there had been few advances in the algebraic solution of equations since the time of Cardano in the mid sixteenth century. That opinion has been shared by many later historians. The present study attempts to redress that view and to examine the intertwined developments in the theory of equations from Cardano to Lagrange. A similar historical exploration led Lagrange himself to insights that were to transform the entire nature and scope of algebra.

The book is written in three parts. Part I offers an overview of the period from Cardano to Newton (1545–1707) and is arranged chronologically. Part II covers the period from Newton to Lagrange (1707–1770) and treats the material according to key themes. Part III is a brief account of the aftermath of the discoveries made in the 1770s. The book attempts throughout to capture the reality of mathematical discovery by inviting the reader to follow in the footsteps of the authors themselves.

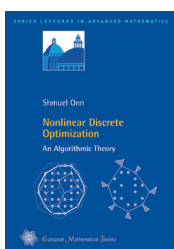


Yurii A. Neretin (University of Vienna, Austria; Institute for Theoretical and Experimental Physics and Moscow State University, Moscow, Russia)  
**Lectures on Gaussian Integral Operators and Classical Groups** (EMS Series of Lectures in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-080-7. 2011. 571 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 58.00 Euro

This book is an elementary self-contained introduction to some constructions of representation theory and related topics of differential geometry and analysis. Topics covered include the theory of various Fourier-like integral operators as Segal–Bargmann transforms, Gaussian integral operators in  $L^2$  and in the Fock space, integral operators with theta-kernels, the geometry of real and  $p$ -adic classical groups and symmetric spaces. The heart of the book is the Weil representation of the symplectic group (real and complex realizations, relations with theta-functions and modular forms,  $p$ -adic and adelic constructions) and representations in Hilbert spaces of holomorphic functions of several complex variables.

The book is addressed to graduate students and researchers in representation theory, differential geometry, and operator theory. The reader is supposed to be familiar with standard university courses in linear algebra, functional analysis, and complex analysis.



Shmuel Onn (Technion – Israel Institute of Technology, Haifa, Israel)  
**Nonlinear Discrete Optimization. An Algorithmic Theory** (Zurich Lectures in Advanced Mathematics)

ISBN 978-3-03719-093-7. 2010. 147 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 32.00 Euro

This monograph develops an algorithmic theory of nonlinear discrete optimization. It introduces a simple and useful setup which enables the polynomial time solution of broad fundamental classes of nonlinear combinatorial optimization and integer programming problems in variable dimension. An important part of this theory is enhanced by recent developments in the algebra of Graver bases. The power of the theory is demonstrated by deriving the first polynomial time algorithms in a variety of application areas within operations research and statistics, including vector partitioning, matroid optimization, experimental design, multicommodity flows, multi-index transportation and privacy in statistical databases.

The monograph is intended for graduate students and researchers. It is accessible to anyone with standard undergraduate knowledge and mathematical maturity.

