



# SCM

# Notícies

45

Juliol 2019

- El XXIV Cangur de la SCM, un nou èxit
- Sir Michael Atiyah, *in memoriam*
- GeoGebra, el món on viuen les matemàtiques
- Conversa entre Joaquim i Maria Bruna



Col·laboradors



Institut  
d'Estudis  
Catalans



SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

Presidenta: Dolors Herbera i Espinal  
Vicepres.: Josep Vives i Santa-Eulàlia  
Vicepres. adj.: Abraham de la Fuente  
Pérez

Secretària: Inmaculada Baldomá i  
Barraca

Tresorer: Albert Granados i Corsellas  
Vocal

d'Indústria: Aleix Ruiz de Villa

Vocals: Montserrat Alsina i Aubach  
Núria Fagella Rabionet  
Josep Grané i Manlleu  
Carles Romero i Chesa  
Manuel Udina i Abelló

Delegada  
de l'IEC: Pilar Bayer i Isant

Comunicacions:

Carrer del Carme, 47  
08001 Barcelona  
Tel.: 932 701 620  
Fax: 932 701 180  
A/e: scm@iec.cat

Secretària: Núria Fuster  
Tel.: 933 248 583 de 10 a 17 h

SCM/Notícies  
Juliol 2019. Número 45

Edita:  
Societat Catalana de Matemàtiques  
(filial de l'Institut d'Estudis Catalans)

Editor  
en cap: Montserrat Alsina i Aubach  
montserrat.alsinaupc.edu

Disseny: Teresa Sabater

Foto de portada:  
*Col·laboradors de la SCM/Notícies*

ISSN: 1696-8247  
Dipòsit Legal: B.9480-2003

## Índex

<b>La Junta informa</b>	<b>1</b>
Report de la Junta . . . . .	1
Quatre anys com a president de la SCM . . . . .	2
Nova Junta de la SCM . . . . .	3
<b>Editorial</b>	<b>5</b>
<b>Internacional</b>	<b>6</b>
La columna de l'EMS . . . . .	6
Trobada de presidents de l'EMS . . . . .	8
<b>Noticiari</b>	<b>10</b>
Les universitats informen . . . . .	10
Activitat del MMACA a Girona . . . . .	18
Activitats de la FEEMCAT . . . . .	20
Miquel Noguera i Batlle, <i>in memoriam</i> . . . . .	24
<i>The Gröbner Cover</i> , d'Antonio Montes . . . . .	29
<b>Activitats</b>	<b>31</b>
Exposició al Museu del Suro de Palafrugell . . . . .	31
El XXIV Cangur de la SCM, un nou èxit . . . . .	33
Trobada de Societats de Parla Catalana . . . . .	38
Activitats amb ajut de la SCM . . . . .	40
<b>Premis i convocatòries</b>	<b>45</b>
<b>Contribucions</b>	<b>47</b>
Sir Michael Atiyah, <i>in memoriam</i> . . . . .	47
Fent camí cap al C <sup>2</sup> EM 2020 . . . . .	56
Premi Évariste Galois 2019 . . . . .	58
<b>Conversa a dues bandes</b>	<b>60</b>
Joaquim i Maria Bruna . . . . .	60
<b>La pregunta de la SCM/Notícies</b>	<b>66</b>
<b>Empresa</b>	<b>73</b>
Optimització en l'empresa . . . . .	73
<b>Bits</b>	<b>77</b>
Càlculs amb el mòbil . . . . .	77
<b>GeoGebra</b>	<b>79</b>
El món on viuen les matemàtiques . . . . .	79
<b>Cultura</b>	<b>81</b>
Art i aleatorietat . . . . .	81
Juan Mayorga: <i>El chico de la última fila</i> . . . . .	90
<i>Hello world: Being human in the age of algorithms</i> , de Hannah Fry . . . . .	94
Relat curt: <i>L'habitació màgica</i> . . . . .	96
<i>El valor de 0</i> : Primer premi del concurs de relats curts Cangur 2019 . . . . .	98
<b>Racó biogràfic</b>	<b>100</b>
G. F. A. de l'Hôpital . . . . .	100
<b>Problemes</b>	<b>107</b>
Matemots . . . . .	111
<b>Tesis</b>	<b>112</b>

## Report de la Junta

Inma Baldomá  
Secretària de la SCM

Ens agradaria començar aquest report amb el profund agraïment a la Junta sortint per tota la feina feta en els darrers quatre anys, així com l'ajuda rebuda en el traspàs d'atribucions. Tanmateix, la nova Junta agraeix la confiança dipositada pels socis i espera amb il·lusió afrontar els reptes que, sens dubte, sorgiran en el futur.

Dins d'aquest procés de renovació, donem la benvinguda a Antoni Guillamon, com a nou editor del butlletí; a Montse Alsina, com a nova editora del *Notícies*; a Gil Solanes, com a nou membre del comitè editorial, i a Mónica López, com a nova vocal de la Junta de la SCM.

A l'assemblea extraordinària del 7 de febrer es va presentar i votar la nova Junta de la SCM. La presidenta va fer una presentació de tots els membres de la nova Junta i va explicar les polítiques que li agradaria promocionar des de la SCM. Destaquem, d'una banda, donar més protagonisme a les nenes i dones en la ciència en general i en les matemàtiques en particular. D'altra banda, fomentar i, si és possible augmentar les relacions entre la SCM i el món de la indústria. Cal fer l'esforç de fer la SCM atractiva per a matemàtiques que no treballen en el món acadèmic. És per aquest motiu que en la nova Junta s'ha incorporat la figura del vocal d'Indústria, lloc que ocupa Aleix Ruiz de Villa.

També en aquesta assemblea extraordinària el president sortint, Xavier Jarque, va fer un informe complementari a l'assemblea ordinària del 29 de novembre de 2018, en el qual va informar que s'havia signat un conveni de reciprocitat amb la Unione Matematica Italiana amb l'objectiu de reforçar els lligams entre totes dues societats. Tanmateix, va recordar que el Comitè Espanyol de Matemàtiques (CEMAT) té 4 cadires de representació dins la Internacional Mathematical Union (IMU) i que la SCM disposa d'una d'elles.

Passem ara a detallar les activitats dutes a terme des de llavors. Pel que fa a les accions

de representació, el 14 de febrer va tenir lloc a l'IEC la Jornada del Dia de la Dona i la Nena a la Ciència amb el suport de la BGSMath; podeu veure uns articles per a Dones a Xarxa a <http://www.donesenxarxa.cat/dia-internacional-de-la-dona-8m>. El 23 i 24 de març va tenir lloc la reunió de presidents/presidentes de societats matemàtiques de l'EMS a Berlín. La SCM va ser convidada a anar a la presentació de «Informe de impacto socioeconómico de las matemáticas» a Madrid. En aquest mateix acte va tenir lloc la taula rodona «Las matemáticas: vector estratégico del desarrollo económico», presidida per la ministra d'Indústria i Turisme, amb participació de Dolors Herbera. També va assistir al lliurament de premis de Lliurament MMACA el 3 d'abril.

En l'apartat de secundària cal destacar que, el 21 de març del 2019, es van dur a terme les proves Cangur, amb 124.889 participants, xifra que representa un 10% més de participació que en l'edició anterior. El lliurament dels premis de la prova Cangur 2019 i d'altres concursos organitzats per aquesta societat va tenir lloc el 27 de maig al Teatre Poliorama. L'acte va estar presidit pel secretari general de Polítiques Educatives, Carles Martínez, i hi van intervenir el president de l'Institut d'Estudis Catalans, Joandomènec Ros, i el vicepresident de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, Gerard Gómez. A més, també s'ha engegat la convocatòria per a l'admissió en la promoció d'Estalmat Catalunya.

S'han concedit els Premis Sant Jordi 2019 de l'IEC. Dins d'aquests premis, la SCM, com a filial de l'IEC, convoca dos premis anuals, Emmy Noether, al millor treball de fi de grau, i Évariste Galois, al millor treball de fi de màster, així com un de biennal, Albert Dou, que premia els treballs que contribueixin a fer visible la importància de la matemàtica en el nostre món. El premi Emmy Noether ha estat *ex aequo* per a Abel Hernández i Eduard Vilalta pels

treballs *Renormalization in complex dynamics* i *Teoria K per C-àlgebres: la successió exacta cíclica de sis termes*, respectivament. A més, Sergi Burniol ha rebut una menció especial per *Càlcul del grup de Selmer en famílies de corbes el·líptiques*. Respecte al premi Évariste Galois, l'ha guanyat Robert Cardona amb el treball *Singular symplectic manifolds and integrable systems* i Clara Cufí ha rebut un accèssit per *The parameterization method for invariant manifolds associated to parabolic points*. El premi Albert Dou 2018 ha estat concedit a Jaume Coll pel monogràfic *Políedres i papiroflèxia modular*.

L'acte de lliurament dels premis mencionats va tenir lloc el 30 d'abril a l'IEC.

En l'apartat econòmic, informem que s'han concedit els ajuts del fons de Promoció d'Activitats de la SCM, amb un pressupost total de 3.000 euros. Es resol concedir les ajudes a Marc Montala (Jipi), Bernat Ancochea (Hem estat fent GeoGebra), Lourdes Roder (planter sondejos i experiments), Narcís Coll i Marta Fort (Trobades de Geometria Computacional), Carme Cascante (Barcelona Analysis Conference), Santiago Zarzuela (*follow-up* IRTACTA) i Montse Alsina (*Les matemàtiques i la vida en STEAM*).

Les últimes paraules d'aquest *report* són per a l'Albert Ruiz, que ha informat els socis durant els darrers anys de les activitats de la Junta. Gràcies, Albert.

## Quatre anys com a president de la SCM

Xavier Jarque  
Universitat de Barcelona

*La Societat Catalana de Matemàtiques, filial de l'Institut d'Estudis Catalans adscrita a la secció de Ciències i Tecnologia, continua les activitats de la secció de Matemàtiques de la Societat Catalana de Ciències, que fou fundada per l'Institut l'any 1931. Les finalitats de la Societat Catalana de Matemàtiques són: el conreu de les ciències matemàtiques, l'extensió del seu coneixement en la societat catalana, el foment del seu ensenyament i de la seva investigació teòrica i aplicada, així com la publicació de tota mena de treballs que s'adeqüin a aquests objectius.*

### *Article 2 dels Estatuts de la SCM*

Com potser ja sabeu aquells que llegiu el la *SCM/Notícies*, gairebé sempre que faig un escrit, m'agrada contextualitzar-lo (tinc la mateixa inquietud o necessitat quan explico matemàtiques a l'aula: m'agrada posar nom als teoremes i m'agrada explicar alguna cosa, ni que sigui una anècdota de l'autor).

Fa unes setmanes, l'editor del *Notícies* em va demanar si volia escriure un breu comentari com a *past president*. M'hi poso avui, dia 3 de maig, en el trajecte de tren de Sant Sadurn d'Anoia, poble on visc, a Barcelona, on treballo. Potser el podré retrobar a la tarda en el trajecte

invers, però avui hi ha manifestació a Barcelona (maleida Junta Electoral Central!, vull votar lliurement ja!) i no sé pas si tornaré amb tren. Demà, dissabte, farem un dinar a casa amb la junta *petita* de la SCM per, d'alguna manera, dir adeu a uns anys tan intensos tot brindant amb un cava Recaredo.

Vaig assumir la presidència el mes de novembre del 2014, just uns mesos després que aterrés també a Sant Sadurn d'Anoia provinent de Salou, on havia residit amb la família durant la darrera dècada. Per tant, el segon semestre del 2014 va ser molt intens emocionalment i ple de canvis i novetats. Bon inici.

Només tinc mostres infinites d'agraïment. Haver pogut compartir el govern de la SCM amb un equip magnífic de persones (la Iolanda, l'Enric, la Natalia i els Alberts, Avinyó i Ruiz) i amb tota la gentada d'amics de la SCM, que fan una feina ingent, ha estat un plaer. Hem treballat força i hem passat moments delicats, però assumir la representació institucional de la comunitat matemàtica catalana ha estat un honor.

La SCM és la suma de moltes inquietuds. La curiositat és la base del coneixement matemàtic i les persones curioses són inquietes. És la suma d'esforços i voluntats focalitzades



en la promoció, visualització i descobriment de les matemàtiques com a eina bàsica del coneixement científic i humà. La feina més important de la Junta és la de canalitzar tots aquests esforços i mirar que arribin a bon port sense tenir gaire temps per a gaires més coses.

Sempre es pot impulsar, des de la Junta, alguna novetat. No sé pas si els meus companys de Junta hi estaran d'acord, però podríem destacar, pel que fa al nostre mandat, la instauració del premi Emmy Noether al millor treball de fi de grau de matemàtiques UB-UAB-UPC, la renovació de la pàgina web per mostrar de manera més precisa les activitats que fem i la consolidació del programa Bojos per les Matemàtiques, dins del programa Bojos per la Ciència, amb el suport financer de la Fundació Catalunya-La Pedrera.

I dos comentaris per postres.

Un dels moments més importants, almenys per a mi, és el discurs el dia de lliurament de premis Cangur. Els he preparat amb molta cura i cada any he mirat d'escriure un conte al voltant del cangur. El darrer discurs va estar

marcat per l'absència de la Molt Honorable Consellera d'Educació, Clara Ponsatí, per raons d'exili forçat. Vaig voler dedicar-li aquestes paraules:

*Em feia especial il·lusió poder coincidir amb la Clara, ja que ens coneixem des de fa molts anys; vam coincidir quan ella tornava de la seva etapa doctoral i postdoctoral als EUA i jo m'iniciava en la tesi doctoral mentre feia de professor de matemàtiques a la Facultat d'Economia de la UAB. Des de llavors, a més de forjar una molt bona relació personal, també vam tenir temps de treballar plegats en un article (conjunt amb el Jozsef Sakovics) que porta per títol, paradoxalment, «Mediació: Jocs de negociació amb informació incompleta», publicat al Journal of Mathematical Economics, l'any 2003.*

*Em consta, també, que ella hauria estat encantada de ser aquí avui. Rep la meua més sincera gratitud.*

I per tancar: moltíssima sort a la nova presidenta de la Societat Catalana de Matemàtiques, la Dolors Herbera, i a la seva Junta; segur que ho fareu molt i molt bé.

## Nova Junta de la SCM

Dolors Herbera  
Presidenta de la SCM

Des del 7 de febrer passat tinc l'honor d'haver estat escollida presidenta de la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM). Els companys d'equip, que ja vam presentar a la Junta de la SCM, són Josep Vives com a vicepresident, Abraham de la Fuente com a vicepresident adjunt, Imma Baldomà com a secretària, Albert Granados com a tresorer i Aleix Ruíz de Villa com a vocal d'Indústria. L'última incorporació a l'equip ha estat Montse Alsina com a vocal i encarregada de publicacions. Gràcies a tots els socis per haver-nos donat la vostra confiança.

Vull agrair a l'anterior equip, i en especial a Xavier Jarque, tanta feina tan ben feta portant la societat, i tot el suport que ens han donat per fer més fàcil el canvi de l'equip de direcció. Mirarem de seguir el seu bon fer al capdavant de la societat.

La SCM disposa d'un capital humà inestimable que, de manera voluntària, porta a bon port les iniciatives que s'organitzen: premis, congressos, concursos. Les juntes passen, i els voluntaris continuen allà, treballant. Especialment, cal fer esment de la Comissió Cangur, que, amb les seves iniciatives, ha donat molta visibilitat a la SCM dins de tot el territori de parla catalana. Gràcies a tots per confiar en la nova Junta!

### Primeres impressions

Aquests pocs mesos de direcció de la SCM han estat d'activitat frenètica i d'aprenentatge molt intens per a tot el nou equip. Hem anat descobrint la multitud de qüestions en què està involucrada la SCM i la bona consideració que té dins de l'IEC, i dins de la Secció de Ciència i

Tecnologia, com una de les societats filials més actives.

Hem anat fent encara més nostre el paper tan important que està tenint, i que pot tenir, la SCM com a punt de trobada d'una comunitat matemàtica amb objectius i interessos cada vegada més diversos. La SCM no és un element transcendental en l'ensenyament de les matemàtiques a secundària, ni tampoc ho és per a les universitats ni per a la recerca, però té un paper transversal en tots aquests àmbits.

Un dels objectius principals que com a nou equip ens vam proposar va ser augmentar la cohesió de la comunitat matemàtica catalana impulsant la participació activa dins de la SCM dels matemàtics que han trobat el seu lloc de treball a la indústria. Per això vam incorporar dins de l'equip la figura d'un vocal d'Indústria que pogués treballar en aquesta tasca. Val a dir que l'Aleix ja està posant en marxa una primera activitat, que es farà a la tardor.

## Empresa versus ensenyament

Les matemàtiques estan de moda. La tecnificació de la societat fa que moltes empreses contractin matemàtics per la seva capacitat d'abstracció i ja fa temps que veiem des de la universitat que la principal font de feina per als nostres graduats són les empreses. Els ordinadors s'han transformat en una eina que no només permet implementar models matemàtics que abans eren pures entelèquies teòriques, sinó que ens aporta nous problemes i marcs teòrics sobre els quals pensar i treballar. El desenvolupament de la tecnologia està afavorint les possibilitats de feina dels matemàtics. Deixeu-me fer una petita digressió per il·lustrar el tema.

Com explica l'Imma en el resum d'activitats que s'han fet aquest semestre, en Josep Vives i jo mateixa vam anar a Madrid, a l'abril, a la presentació de l'informe *Socio-economic impact of mathematical research and mathematical technology in Spain*,<sup>1</sup> fet per encàrrec de la Red Estratégica en Matemáticas. Aquesta mena d'informes ja s'han fet en molts països: França, els Estats Units, la Gran Bretanya, Holanda... I, indefectiblement, han posat en

evidència la importància creixent de les matemàtiques en l'economia. En el cas d'Espanya, l'informe valora l'impacte directe d'activitats amb intensitat matemàtica al valor afegit brut (VAP) en un 10,1%. Aquesta dada dona idea de la importància de les matemàtiques en l'economia actual, i val a dir que és una mica inferior a la que surt en països europeus del nostre entorn, on aquesta dada es mou entre el 13% i el 16%. També sembla provada la tendència a créixer d'aquest impacte; en la mateixa presentació de l'informe es va parlar del fet que la implantació efectiva de la tecnologia 5G faria augmentar molt ràpidament la demanda de llocs de treball STEM els anys vinents.

Aquestes dades mostren que estem d'enhorabona: hi ha una gran oferta laboral per als matemàtics, i no és un fenomen passatger, sinó que ha arribat per quedar-se. Però, com no para de recordar-nos l'Abraham a la junta de la SCM, també ens planteja un altre problema: per tenir bons professionals de les matemàtiques, necessitem bons professors que els formin. Com podem augmentar el nombre de vocacions docents entre els graduats en Matemàtiques?

El creixement de l'ocupació laboral dels matemàtics amb empreses ha anat molt bé tots els anys en què hi ha hagut poca oferta de feina docent. Però tots sabem que actualment ens fan falta matemàtics que volguin anar a fer classe als instituts. Podem fer alguna cosa des de la SCM per ajudar a mitigar el problema? Ho intentarem.

## Representació en organismes nacionals i internacionals

Gràcies a la bona feina dels equips anteriors, la SCM està molt ben posicionada dins d'un entramat de societats i organitzacions tant en l'àmbit espanyol com internacional. El nou equip de govern vol continuar mantenint aquest posicionament i, fins i tot, incentivar alguns dels contactes ja existents.

Som membres de la Conferència de Decanos de Matemáticas, i participem activament dins del Comité Español de Matemáticas (CEMat), que és l'organisme que representa l'estat espa-

<sup>1</sup>Podeu consultar-lo a [https://institucionales.us.es/remimus/wp-content/uploads/2019/04/ESTUDIO-MATEMATICAS-REM-AFI\\_ENG.pdf](https://institucionales.us.es/remimus/wp-content/uploads/2019/04/ESTUDIO-MATEMATICAS-REM-AFI_ENG.pdf)

nyol a la Unió Matemàtica Internacional (IMU, per les sigles en anglès), i a les seves comissions.

Aprofito per explicar que en aquests moments el CEMat està en un període de refundació: canvia el règim jurídic i els estatuts. En un futur proper, caldrà confirmar oficialment la continuïtat de l'adhesió de la SCM a aquesta organització.

A escala internacional, estem representats a Kangourou sans Frontières, som membres institucionals de la European Mathematical Society (EMS) i del Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA). El CIMPA és una organització fundada a França l'any 1978 dedicada a promoure les matemàtiques en països desenvolupats. Creiem que aquest caràcter solidari fa d'aquest centre un projecte molt atractiu i, aprofitant que ja tenim gent de la comunitat molt involucrada en les activitats d'aquesta organització, volem intensificar els lligams que hi té la SCM.

Una altra organització amb la qual esperem iniciar relacions és l'associació European Women in Mathematics (EWM), de la qual també tenim membres molt actius dins de la nostra comunitat. EWM té entre les seves missions augmentar la visibilitat de les dones que treballen en matemàtiques, i està tirant endavant iniciatives en les quals pot ser molt

interessant participar, com per exemple un programa de mentoratge per a noies joves que es volen dedicar a les matemàtiques.

EWM em porta a l'últim tema que volia tractar i en el qual sento un compromís molt personal, compartit pels altres membres de la Junta.

## Dones i matemàtiques

Des de la nova Junta volem anunciar el nostre compromís de treballar per fer visible el paper de la dona en les matemàtiques en tots els aspectes, i promoure la incorporació de més dones a aquesta disciplina.

Aquest fenomen sociològic que es comença a anomenar revolució feminista ha fet que la primera activitat com a presidenta de la SCM fos la participació, el 14 de febrer, en els actes organitzats a l'IEC, conjuntament amb la BGSMath i la SCM, dins del marc del Dia Internacional de la Dona i la Nena a la Ciència.

La visibilitat de la SCM ens permet arribar a nois i noies de totes les edats, i també a les seves famílies i professors. Això ens permet difondre en molts àmbits la idea que cal estar alerta pel que fa a les microdiscriminacions envers les noies, que porten moltes d'elles a sentir-se molt insegures respecte a les matemàtiques i les desanimen a seguir una carrera dins de les disciplines anomenades STEM.

## Editorial

### Editorial

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

Benvolguts socis i lectors,

És el migdia del primer diumenge d'aquest nou estiu i estic escrivint aquest editorial des de la terrassa del CosmoCaixa de Barcelona. La passejada d'aquest matí m'ha portat, carrer Balmes amunt, des del Centre de Cultura Contemporània de Barcelona (CCCB), on he visitat l'exposició «Quàntica», una mostra a mig camí entre la ciència i l'art, fins al CosmoCaixa on he pogut gaudir de l'excel·lent exposició, «Miralls, dins i fora de la realitat», duta a

terme amb l'ajut, entre d'altres, del Museu de les Matemàtiques de Catalunya.

Totes dues exposicions, amb un component matemàtic important, són bastant complementàries entre si. Si a la primera se'ns mostra que, quan es fa una observació, el resultat obtingut no està fixat sinó que sempre conté un atzar genuí, a la segona se'ns fa dubtar sobre si tot allò que veiem i observem és real o és la imatge a través d'un mirall. Fins i tot, totes dues exposicions plantegen una de les preguntes

més antigues i més difícils de resoldre: *Qui som?* Ni el determinisme newtonià, que ens fa sentir segurs, ni els miralls, que pensem que ens reflecteixen tal com som, ens mostren que som realment la suma de molts fragments observats, amb un cert atzar, a través del reflex que ens ofereixen les altres persones. I això, avui en dia, és especialment evident amb les xarxes socials que, fent de miralls, retornen una imatge aparentment real de la nostra identitat.

De la mateixa manera que, a la novel·la de Lewis Carroll *A través del mirall*, Alicia passa a l'altra banda de l'espill, jo també ho faig amb aquest darrer editorial. A partir d'ara, deixaré de ser a la banda de l'editor i passaré al costat —més tranquil, sens dubte— de lector de la revista. Han estat gairebé quatre anys, vuit números, on he intentat, amb l'ajut de molts de vosaltres, continuar i expandir l'herència rebuda dels anteriors editors de la *SCM/Notícies*. L'ampliació de seccions, l'augment de continguts i l'increment del nombre i la tipologia dels col·laboradors ha estat una constant durant tot aquest temps. Per exemple, en aquest número trobareu dues incorporacions. La primera és la del Manel Sol, actual president de la FEEMCAT, que farà un resum de tots els actes i iniciatives on participa aquesta federació d'ensenyants. La segona és la del Bernat Ancoechea, president de l'Associació Catalana de GeoGebra, que portarà una nova secció dedicada a aquest programari matemàtic.

I, com segurament heu pogut observar, he volgut dedicar la imatge de la portada a tots aquests col·laboradors habituals, els quals, tot

sovint i per falta d'espai, no surten ni a la portada ni a l'índex de la revista però que, de manera fidel i constant, han aportat el seu gra de sorra en l'elaboració de cadascun d'aquests darrers números. A tots ells, les meves gràcies més sinceres.

Aquestes gràcies també les vull estendre a l'equip que ha dirigit la SCM aquests darrers quatre anys, la Natàlia Castellana, la Iolanda Guevara, el Xavier Jarque, l'Albert Ruiz i l'Enric Ventura; als correctors de català, la Raquel Caparrós, el Jofre Garcia i la Judit Canalias, i a la Raquel Hernández, la maquetista de la revista. Gràcies a tots ells per la seva paciència amb els meus correus fora d'hores o per fer-los treballar en dies que no tocava. Ha estat un plaer compartir aquesta feina amb tots vosaltres!

I el darrer agraïment, com no pot ser de cap altra manera, és per a la Montserrat Alsina, professora de la secció de Manresa del Departament de Matemàtiques de la UPC i que serà la propera editora de la *SCM/Notícies*. Montse, molta i molta sort!

I m'agradaria acabar amb una frase del llibre de Lewis Carroll que he citat abans i que crec que defineix força bé a la nostra comunitat matemàtica catalana:

«No vull caminar entre bojós», va dir l'Alicia.

«Oh, no pots fer res», li va respondre el gat; «Tots estem bojós aquí. Joestic boig, tu estàs boja...»

Bon inici de curs!

## Internacional

### La columna de l'EMS

Martí Lahoz

Universitat de Barcelona – Université Paris 7

Membre corresponsal EMS-SCM

En aquesta edició destaquem:

- **Editorial del president de l'EMS**

Al penúltim número de la *newsletter*, Volker Mehrmann, president de l'EMS, va expressar

en un breu editorial la seva visió de l'EMS per als propers quatre anys.

En l'editorial, el president parlava dels reptes per millorar l'EMS: superar els desequilibris

de la recerca i l'educació matemàtica a Europa, millorar la comunicació entre diferents àrees de les matemàtiques i amb les altres ciències, augmentar la visibilitat de les matemàtiques en la societat i ser més actius en el progrés dels matemàtics joves.

D'altra banda, també tractava el tema de les publicacions matemàtiques i de l'educació en matemàtiques.

Podeu llegir l'editorial complet en anglès a: [https://www.ems-ph.org/journals/show\\_pdf.php?issn=1027-488X&vol=3&iss=111&rank=1](https://www.ems-ph.org/journals/show_pdf.php?issn=1027-488X&vol=3&iss=111&rank=1)

- **Informes sobre l'impacte de les matemàtiques**

A part de l'informe sobre l'impacte socioeconòmic de la recerca i la tecnologia matemàtiques a Espanya, dut a terme per Analistas Financieros Internacionales (AFI) per encàrreg de la Red Estratégica en Matemáticas (REM), altres països europeus han publicat informes sobre l'impacte de les matemàtiques en la societat:

- L'informe de l'AFI: [https://institucionales.us.es/remimus/wp-content/uploads/2019/04/ESTUDIO-MATEMATICAS-REM-AFI\\_ESP.pdf](https://institucionales.us.es/remimus/wp-content/uploads/2019/04/ESTUDIO-MATEMATICAS-REM-AFI_ESP.pdf)

- Mesurant els beneficis econòmics de la recerca en ciències matemàtiques al Regne Unit: <https://www.lms.ac.uk/sites/lms.ac.uk/files/ReportEconomicBenefits.pdf>

- Fórmules per a la visió i la innovació. Ciències matemàtiques als Països Baixos: <https://www.platformwiskunde.nl/wp-content/uploads/2016/10/Formulas-for-insight-and-innovation.pdf>

- Estudi de l'impacte socioeconòmic de les matemàtiques a França: [https://www.agence-maths-entreprises.fr/a/sites/default/files/Eisem/20150527\\_Etude\\_de\\_l'Impact\\_SocioEconometique\\_des\\_Math%C3%A9matiques\\_en\\_France\\_rapport\\_v3.4.pdf](https://www.agence-maths-entreprises.fr/a/sites/default/files/Eisem/20150527_Etude_de_l'Impact_SocioEconometique_des_Math%C3%A9matiques_en_France_rapport_v3.4.pdf)

- **Declaració de l'EMS sobre la detenció del professor Tuna Altinel**

A principis de maig, el matemàtic Tuna Altinel, membre de l'EMS i professor a la Universitat Lyon 1 de França, va ser arrestat

a Turquia després que la policia li hagués retingut el passaport. Tuna Altinel va ser un dels signants de la petició de pau secundada per més de 2.000 científics i intel·lectuals contra accions militars envers els civils.

L'EMS condemna aquesta violació dels drets humans del professor Altinel i n'exigeix la posada en llibertat i que se li permeti tornar a França per reprendre la docència i la recerca.

- **8ECM**

El vuitè Congrés Europeu de Matemàtiques (8ECM) tindrà lloc a Portorož, Eslovènia, del 5 a l'11 de juliol del 2020.

[www.8ecm.si](http://www.8ecm.si)

La convocatòria per organitzar un minisimposi (MS) per al 8ECM estarà oberta fins a l'1 de desembre del 2019. Un MS consta d'una xerrada de 40 minuts, cinc de 30 minuts i un nombre indeterminat de xerrades curtes o pòsters de 20 minuts. Les propostes del MS s'han de presentar emplenant un formulari en línia a l'adreça <https://www.8ecm.si/calls/call-for-minisymposia>.

El comitè científic local examinarà i avaluarà totes les propostes i decidirà en el termini d'un mes des de la presentació. Podeu veure la llista de MS aprovats a <https://www.8ecm.si/events/minisymposia>.

- **Premi Abel 2019 a K. Uhlenbeck**

L'Acadèmia de Ciències i Lletres de Noruega va concedir el Premi Abel per a l'any 2019 a Karen Keskulla Uhlenbeck, de la Universitat de Texas, a Austin, Estats Units, «pels seus èxits pioners en equacions en derivades parcials geomètriques, en teoria de gauge i en sistemes integrables, i per l'impacte fonamental del seu treball en l'anàlisi, la geometria i la física matemàtica». La cerimònia de lliurament del premi va tenir lloc a Oslo el 21 de maig.

- **Premi Shaw 2019 a M. Talagrand**

El Premi Shaw en Ciències Matemàtiques 2019 ha estat concedit a Michel Talagrand, Universitat de la Sorbona, França, pel seu treball sobre les desigualtats de concentració, sobre els supremes de processos estocàstics i sobre resultats rigorosos per a ulleres de spin.



- **Premi Internacional d'Estadística a B. Efron**

El Premi Internacional d'Estadística ha estat atorgat a Bradley Efron, professor d'estadístiques i de ciències de dades biomèdiques a la Universitat de Stanford, en reconeixement al *bootstrap*, un mètode que va desenvolupar el 1977 per avaluar la incertesa dels resultats científics i que ha tingut un impacte extraordinari en moltes àrees de la ciència.

- **Sir Michael Atiyah**

El professor Sir Michael Atiyah, president de la Societat Matemàtica de Londres (LMS), va morir l'11 de gener a l'edat de 89 anys. En podeu veure l'obituari aquí: <http://tinyurl.com/yxkrp38e>

- **Educació en matemàtiques**

A l'última *Newsletter* podem trobar dues notícies sobre l'educació en matemàtiques:

– La columna de la Comissió Internacional sobre la Instrucció Matemàtica (ICMI) que ha llançat el 25è estudi: [https://www.ems-ph.org/journals/show\\_pdf.php?issn=1027-488X&vol=6&iss=112&rank=13](https://www.ems-ph.org/journals/show_pdf.php?issn=1027-488X&vol=6&iss=112&rank=13)

– Una notícia sobre el sistema hongarès per identificar, donar suport i desenvolupar el talent matemàtic dels nens en edat escolar. [https://www.ems-ph.org/journals/show\\_pdf.php?issn=1027-488X&vol=6&iss=112&rank=12](https://www.ems-ph.org/journals/show_pdf.php?issn=1027-488X&vol=6&iss=112&rank=12)

- **Convocatòries**

Les convocatòries següents estan obertes:

- Convocatòria Marie Skłodowska-Curie per a beques individuals (MSCA-IF-2019).  
Termini: 11 de setembre del 2019.  
<https://ec.europa.eu/research/participants/portal/desktop/en/opportunities/h2020/calls/h2020-msca-if-2019.html>
- Convocatòria ERC Advanced Grant (ERC-2019-ADG).  
Termini: 29 d'agost del 2019.  
<http://ec.europa.eu/research/participants/portal/desktop/en/opportunities/h2020/topics/erc-2019-adg.html>
- Convocatòria ERC Proof of Concept (ERC-2019-PoC).  
Termini: 19 de setembre del 2019.  
<http://ec.europa.eu/research/participants/portal/desktop/en/opportunities/h2020/topics/erc-2019-poc.html>
- Convocatòria Marie Skłodowska-Curie per al cofinançament de programes regionals, nacionals i internacionals (MSCA-COFUND-2019).  
Termini: 26 de setembre del 2019.  
<http://ec.europa.eu/research/participants/portal/desktop/en/opportunities/h2020/topics/msca-cofund-2019.html>

## Trobada de presidents de la European Mathematical Society

Dolors Herbera

Presidenta de la SCM

Els dies 23 i 24 de març es va celebrar a Berlín l'**EMS Meeting of Presidents 2019**. La trobada va ser a la Universitat Tècnica de Berlín. L'organització va anar a càrrec de dues societats alemanyes: la Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) i la Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM).

La trobada es va iniciar amb la benvinguda del nou president de l'EMS, Volker Mehrmann. Entre les informacions que va donar destaca la informació sobre l'anomenat **Plan S<sup>2</sup>** que és una iniciativa promoguda per un conjunt d'organitzacions de diversos països especialitzades a donar fons per a recerca i que té el suport del Consell Europeu d'Investigació, per tal de

<sup>2</sup><https://www.coalition-s.org/about/>

<sup>3</sup><https://euro-math-soc.eu/system/files/news/EMS-PED-0A-PlanS.pdf>

garantir que el 2021 tota la recerca feta amb finançament públic sigui en accés obert. L'EMS ha publicat una declaració<sup>3</sup> força crítica amb alguns aspectes del Plan S i que destaquen la particularitat de la recerca en matemàtiques respecte a altres àmbits del coneixement.

Durant la trobada també es va discutir com incorporar gent jove dins de l'estructura de funcionament de l'EMS. Essencialment es va discutir la idea de tenir una *junta júnior* que fes les seves propostes d'activitats, però encara cal acabar de madurar la manera precisa d'implementar-ho, això.

Aquest tipus d'esdeveniments permeten conèixer qui són i què fan les altres societats de matemàtiques dels diferents països europeus. L'intercanvi d'idees i experiències és molt ric i encoratjador.

Les dues societats alemanyes amfitriones van fer presentacions explicant la seva història i objectius. També ho van fer la Slovensko Društvo za Diskretno in Uporabno Matematiko (Eslovènia), amb la qual la SCM ha signat recentment un conveni de reciprocitat, i la Hrvatsko Matematičko Društvo (Croàcia).

Les dues societats matemàtiques franceses Société Mathématique de France (SMF) i Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI) van fer presentacions molt interessants en què van explicar les seves activitats més recents. La presentació de la SMF va fer molt d'èmfasi en l'ampliació del Centre International de Conférences Mathématiques a Marsella i les possibilitats que això obre per organitzar esdeveniments. De la presentació d'activitats de la SMAI em va cridar particularment l'atenció el Forum Emploi Maths<sup>4</sup>, organitzat com una fira d'ofertes de treball per als joves matemàtics.

També va ser molt enriquidora la presentació de l'associació European Women in Mathematics, que té com a principal objectiu ajudar a visibilitzar les dones dins del món de les matemàtiques i detectar els problemes particulars que poden dificultar el desenvolupament de la seva carrera científica. En la seva presentació, Elena Resmerita (Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, a Àustria), va emfatitzar la dificultat que representa reprendre

una carrera en recerca trencada, per exemple, per la maternitat.

Els organitzadors de l'8th European Congress of Mathematics, que se celebrarà el juliol del 2020 a Portorož (Eslovènia) van explicar com anaven els preparatius. Vam tenir la primícia de saber que la comunitat matemàtica catalana estarà representada per Xavier Cabré (UPC) com a conferenciant plenari, i Eva Miranda (UPC, BGSMath, ICEMAT, Observatoire de Paris) com a conferenciant invitada. Enhorabona a tots dos.

Tomás Chacón (Universitat de Sevilla) va presentar el proper International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICI-AM 2019), que es farà al mes de juliol a València.

Ivan Fesenko (Universitat de Nottingham, Universitat Estatal de Sant Petersburg) va fer dues presentacions. En la primera, va explicar com anaven els preparatius de l'ICM 2022, que es farà a Sant Petersburg. La segona va deixar el públic força encuriós; després de mostrar la seva preocupació per la compartimentació que pateixen les matemàtiques i que fa perdre perspectiva del que ell va anomenar «l'arbre de les matemàtiques», Fesenko va anunciar la creació d'un institut de matemàtiques d'un nou tipus amb l'ànim de resoldre aquest problema.

Si voleu saber més sobre qualsevol dels temes exposats, a la pàgina web de la trobada<sup>5</sup> podeu baixar-vos les presentacions que es van fer.

Les activitats van acabar amb un discurs del president de l'EMS, Volker Mehrmann. Mehrmann va fer una crida a treballar perquè els matemàtics siguem políticament influents. Per aconseguir-ho, va dir, cal pensar les matemàtiques com una unitat; no té sentit que les diverses àrees d'aquesta disciplina lluitin entre si. L'EMS vol fer una declaració de visió i acció, i se'ns va demanar a cada una de les societats que hi contribuíssim amb un escrit sobre la nostra missió.

**L'EMS Meeting of Presidents 2020** es farà a Portorož, paral·lelament a l'ECM2020. La SCM hi participarà.

<sup>4</sup><https://www.2019.forum-emploi-maths.com>

<sup>5</sup><https://euro-math-soc.eu/ems-meeting-presidents-tu-berlin-march-23-24-2019>

## Les universitats informen

### Activitats divulgatives del Departament de Matemàtiques de la UAB

Armengol Gasull

Coordinador de Relacions amb Secundària

Departament de Matemàtiques de la UAB

Durant aquest curs hem organitzat les següents activitats de popularització i divulgació de les matemàtiques: participació en el programa Argó, X Jornada Les Matemàtiques entre la Secundària i la Universitat, assessorament en la direcció de treballs de recerca i estades d'estiu Argó, activitats de preparació per a les Olimpíades Matemàtiques, per a les proves Cangur i punts de llibre. Pensem que aquesta mena d'activitats són molt beneficioses per al bé de la ciència en el nostre entorn. A continuació les detallem una mica.



### Dissabtes de les matemàtiques

Com cada curs des de fa més de 15 anys hem preparat els *Dissabtes de les matemàtiques*. Aquesta activitat segueix tenint molt bona rebuda entre els professors i alumnes de secundària. Enguany les xerrades ofertes han estat:

1. «Un viatge al món de les imatges», a càrrec de Bartomeu Coll, professor de la UIB.
2. «Juguem a disparar fitxes? Dels grafs a les matemàtiques tropicals», a càrrec de Joaquim Roé.

3. «Avaluem riscos fent servir les matemàtiques», a càrrec de Rosario Delgado.

4. «Quins càlculs fa el telèfon mòbil quan fem una panoràmica», a càrrec de Gregori Guasp.

Podeu accedir-hi <http://www.uab.cat/web/divulgacio-1194422462322.html>. La primera va coincidir amb un dissabte de la física, i el mateix dia es va fer la conferència: «Avenços en l'astronomia d'ones gravitatòries», a càrrec de Carlos Sopena. Les tres següents es van complementar amb els seus corresponents tallers, dels quals adjuntem un parell de fotografies.

### Olimpíades Matemàtiques

Des de fa uns anys el nostre departament organitza les sessions RePMat (Sessions de Resolució de Problemes Matemàtics), orientades principalment a la resolució de problemes matemàtics, de cara a preparar els alumnes assistents per a les Olimpíades Matemàtiques. Com ja sabeu, aquestes Olimpíades són un concurs internacional anual que se celebra des de l'any 1965, i on es competeix resolent problemes d'alta dificultat. Tot i que en general va adreçat a alumnes de batxillerat, també hi pot participar alumnat d'ESO.

Les sessions han anat d'octubre a abril i han estat coordinades per la professora Dolors Herbera, juntament amb el predoctorand Odí Soler i el postdoctorand Joan Claramunt. Aquest curs, però, també s'ha comptat amb l'ajuda del postdoctorand Sune Precht i l'alumne del Grau de Matemàtiques de la nostra universitat, Sergi Sabat. En Sune Precht va participar, amb molts bons resultats, a l'Olimpíada Matemàtica Danesa, cosa que li va permetre passar a la fase internacional, on

va ser medallista de bronze. Ha fet les seves intervencions en les sessions RePMat en anglès.



El principal objectiu d'aquestes sessions és que els professors, juntament amb els assistents a les sessions, gaudim pensant problemes de matemàtiques, aprenent a desenvolupar estratègies i incorporant noves tècniques que ens puguin ser útils. Cada sessió s'inicia plantejant algun problema per discutir a classe, donant màxima prioritat a la intervenció de l'alumnat. Tot seguit, es dona una mica de teoria segons el programa establert, per tal de poder continuar la sessió discutint problemes relacionats amb la teoria donada.

A més, durant el transcurs de les sessions s'han portat a terme diferents activitats relacionades amb el món de les matemàtiques. Per exemple, aquest curs 2018–2019 s'han dut a terme dues activitats independents:

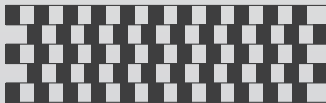
- (I) Xerrada sobre l'infinit, a càrrec del professor Armengol Gasull;
- (II) A l'última sessió del curs, xerrada sobre la història de la definició del metre, a càrrec del professor Josep Lluís Solé. Tot seguit, es va preparar un recull d'endevinalles i problemes lògics per discutir i resoldre en conjunt a classe.

### Punts de llibre

Aquest curs s'han editat quatre punts de llibre amb temes: aritmètica modular, desigualtats, papiroflèxia modular i fal·làcies, preparats respectivament per Joan Claramunt, Juan Jesús Donaire, Jaume Coll, Armengol Gasull i Gregori Guasp.

**UAB**

fal·làcies



$$a = b \neq 0$$

$$a \times a = a^2 = b \times a$$

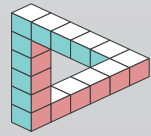
$$a^2 - b^2 = b \times a - b^2$$

$$(a + b) \times (a - b) = b \times (a - b)$$

$$a + b = b$$

$$2 \times b = b$$

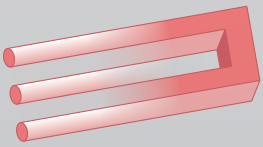
2 = 1



$$1 = \sqrt{(-1) \times (-1)} = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1}$$

$$= i \times i = i^2 = -1$$

1 = -1



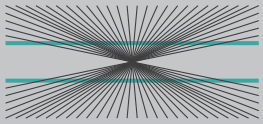
$$1 = x - x^2 \Leftrightarrow 1 = x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x - x^2 = x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow -x^2 = \frac{1}{x} \Rightarrow x^3 = -1$$

$$\Rightarrow x = -1$$

1 = (-1) - (-1)^2 = -2



$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots$$

$$= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots > 0$$

$$S = (1 - \frac{1}{2}) - \frac{1}{4} + (\frac{1}{3} - \frac{1}{6}) - \frac{1}{8}$$

$$+ (\frac{1}{5} - \frac{1}{10}) - \frac{1}{12} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{2} S$$

$$S = \frac{1}{2} S \Rightarrow S = 0$$

0 > 0

### Sessions d'aprofundiment en matemàtiques i proves Cangur

En aquestes sessions, fetes entre octubre i març, i coordinades pel professor Josep Gascón, es porten a terme dos tipus d'activitats que els participants treballen en petits grups. La primera part de cada sessió es dedica a estudiar un problema matemàtic que és el germen d'un

camp de problemes. En particular, al llarg del curs 2018–2019 hem estudiat petits camps de problemes generats per qüestions del tipus:

- (1) És possible que un cub o una esfera (o un altre cos) tingui un volum en  $\text{km}^3$  que vingui donat pel mateix nombre que indica la seva superfície total en  $\text{cm}^2$ ?
- (2) Quants paràmetres són necessaris per determinar la forma de determinats tipus de polígons?
- (3) Per quina raó els sistemes de numeració posicionals s'han imposat en totes les civilitzacions al mateix temps que persisteixen milers de llengües diferents?
- (4) Quants poliedres regulars existeixen?
- (5) Com podem calcular ràpidament molts decimals exactes del nombre  $\pi$ ?
- (6) Com podem classificar els polígons en funció del seu tipus de simetria?
- (7) Com podem canviar una figura sense modificar-ne el tipus de simetria?
- (8) Per què en els llibres de text mai apareix el criteri de divisibilitat per 7?
- (9) Què és una demostració matemàtica? Per a què serveix, per exemple, la inducció matemàtica?

En la segona part de cada sessió els participants resolen problemes de l'estil del Cangur. Inicialment es presenten problemes classificats en tipus obtinguts a partir d'una anàlisi prèvia dels problemes apareguts en les proves Cangur dels últims anys (divisibilitat, nombres reals, proporcionalitat, reconstrucció geomètrica, problemes de comptar, llenguatge algebraic... per tal que no presentar-los com a problemes aïllats i descontextualitzats. En

una segona fase, els alumnes s'enfronten als problemes tal com apareixen en les proves Cangur (completament aïllats). En definitiva, les sessions no estan concebudes exclusivament com a preparació d'aquestes proves, malgrat que alguns dels participants s'hi presenten. Es pretén que els alumnes portin a terme una activitat matemàtica flexible, on la modelització tingui un paper important i no quedi reduïda a la selecció (quasi instantània) d'una de les respostes proposades en l'enunciat.

### **X Jornada Les Matemàtiques entre la Secundària i la Universitat: Matemàtiques més enllà de la ciència i la tecnologia**

Aquesta trobada va tenir lloc la tarda del 4 d'abril i pensem que va ser, un cop més, un èxit de participació i aprofitament. Va ser organitzada en el marc de Programa Argó de l'Institut de Ciències de l'Educació de la UAB amb la intenció de mostrar la presència global de les matemàtiques a la societat i debatre si aquesta percepció ja es pot començar a introduir durant l'ensenyament obligatori.

L'activitat va començar amb tres interessants xerrades:

- «El metre: Revolució francesa i Països catalans», a càrrec de Josep Lluís Solé, UAB.
- «Com dividir quan no n'hi ha prou per a tothom?», a càrrec de Cori Vilella, URV.
- «És útil la matemàtica més enllà de la ciència i la tecnologia?», a càrrec de Jaume Serra, de l'INS Vilatzara, de Vilassar de Mar.

Va continuar amb una profitosa taula rodona, moderada per Xavier Jarque (UAB), en la qual van participar Rosa Camps (UAB), Carolina Manzano (URV), Paola Reina Tierz (Equip Matemàtiques ICE) i Mònica Rodríguez Pedragosa (Equip Matemàtiques ICE).



## Activitats de la Facultat de Matemàtiques de la UB el curs 2017–2018

Antoni Benseny, Xavier Massaneda  
Coordinadors d'activitats per a secundària  
Facultat de Matemàtiques, UB

Vam iniciar aquest semestre, farcit d'esdeveniments i activitats, celebrant la concessió per part de l'AQU del segell d'excel·lència a l'activitat de recerca en el període 2012–2016 al Departament de Matemàtiques i Informàtica. El procés d'avaluació el va dur a terme una comissió internacional d'experts que va valorar la productivitat, la qualitat i la rellevància de la recerca que es fa al Departament, així com la vitalitat dels grups i la capacitat organitzativa de l'equip directiu.

A aquesta bona nova calgué afegir-hi l'ingrés de la doctora Marta Sanz Solé a la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona. El discurs d'ingrés, pronunciat el dia 17 de gener, dugué per títol «Deambular amb trajectòries d'equacions en derivades parcials estocàstiques», i fou contestat del doctor Vicenç Navarro, acadèmic numerari i membre també de la nostra Facultat.

Del 4 al 16 de març es pogué veure una exposició al Pati de Ciències, organitzada per la Comissió d'Igualtat de la Facultat i cedida per l'Institut Català de les Dones, amb el títol «Dones de ciència». En part d'aquest mateix període el vestíbul de l'Edifici Històric acollí també l'exposició titulada «Women of Mathematics throughout Europe: A gallery of portraits», consistent en 13 panells dedicats a investigadores europees en matemàtiques. El dijous 7 del mateix mes la professora Capi Corrales, de la Universitat Complutense de Madrid, impartí la conferència «Descripción del espacio: matemáticas y pintura». A continuació es llegí un manifest de la Unitat d'Igualtat i tingué lloc un recital de poemes, cançons i guitarra a càrrec de les cantadores Assumpció Forcada i Fina R. Palau. Simultàniament, diverses obres geomètriques de l'artista Ligia Unanue s'exposaren a la Galeria del Paranimf.

El 3 d'abril el doctor Josep Pla i Carrera impartí la conferència «Hilbert versus Euclides: reflexions sobre els elements, llibres I al VI». En aquest acte es presentà el tercer volum de la seva *Història de la matemàtica*, publicat el juny del 2018 per l'Institut d'Estudis Catalans.

El dia 10 d'abril tingué lloc la XIV Fira d'Empreses, organitzada per les facultats de Física, Química, Matemàtiques i Informàtica, Ciències de la Terra i Biologia. La Fira d'Empreses és una oportunitat perquè els estudiants contactin amb empreses d'activitats relacionades amb els estudis que estan cursant. D'aquest contacte en pot sorgir una beca, un conveni per a estada en pràctiques externes o un contracte de treball. La Fira també és un marc perquè els investigadors dels grups de recerca intentin superar la barrera universitat/empresa i establexin relacions d'investigació/transferència.

Finalment, el dijous 16 de maig tingué lloc el tradicional Concert de Primavera que organitzen professors i alumnes de la nostra facultat.

Continuant amb les activitats de divulgació, la Unitat de Cultura Científica i Innovació de la UB va organitzar el 17 de maig, a l'Edifici Històric, la cinquena Festa de la Ciència UB. Aquesta jornada té com a objectiu fer accessible a tots els públics la recerca que es duu a terme a la universitat. Durant tot el matí es van dur a terme diverses activitats –des d'una gimcana fins a tallers, xerrades i jocs– en què es va posar en valor la feina dels investigadors de tots els camps del coneixement i es va explicar de quina manera repercuteix la recerca en el progrés de la societat.

Com en els darrers anys, continuem reforçant el suport acadèmic i econòmic a la presència d'alumnes de la nostra Facultat a diverses competicions matemàtiques. Els dies 14 i 15 de desembre del 2018 vam participar en la 55a Olimpíada Matemàtica. Vist l'èxit de les edicions anteriors, hem repetit la Competició Universitària de Matemàtiques Lluís Santaló, una prova en memòria del matemàtic gironí, duta a terme el dia de la Matefest-Infifest (vegeu ressenya més avall). Aquesta competició, juntament amb el Torneig de Tardor, va servir per triar l'equip que representarà la Facultat en la International Mathematics Competition for University Students (ICM), que tindrà lloc del 28 de juliol al 3 d'agost d'enguany. El 2 de maig,

en un acte presidit pel degà de la Facultat, es va fer pública la composició de l'equip: César Iglesias Villegas, Xavier Arnal Clemente, Alba Vika Sánchez Bernal, Guillem Quingles Daví, David Farré Gil i Gil Puig i Surroca.

### Activitats per a estudiants i professors de secundària

La Facultat continua posant especial atenció a diverses activitats de divulgació científica destinades, principalment, a l'alumnat d'ensenyament secundari. Aquestes activitats es complementen amb d'altres d'orientació científica i/o professional adreçades a l'alumnat de la Facultat. Les detallem tot seguit.

- *Xerrades-taller.* Els dies 16 i 23 de gener es va portar a terme la xerrada-taller titulada «La informàtica per a les persones», preparada per la doctora Mireia Ribera i impartida conjuntament amb Santi Moese, tiflotècnic de l'ONCE. Després d'una exposició breu del que ha significat la informàtica per a les persones amb discapacitats i de les possibilitats que ofereix, es feu una demostració de l'accés a pàgines web i a un processador de text per part d'una persona amb discapacitat. Finalment els assistents pogueren experimentar ells mateixos l'ús de l'ordinador simulant alguna discapacitat i amb tecnologies d'assistència.

Aquesta xerrada-taller completà, pel que fa al curs 2018–2019, la que es va celebrar els dies 14 i 21 de novembre, titulada «Fractals», presentada per la doctora Anna M. Benini.



- *Acolliment de les proves Cangur.* Com cada any la nostra Facultat ha estat una de les

seus de les proves Cangur, organitzades per la SCM el dia 21 de març. La majoria de participants, uns 200, aprofitaren aquesta ocasió per tenir el primer contacte amb el nostre centre.

- *Matefest-Infofest.* Aquesta jornada lúdica, celebrada aquest curs l'11 d'abril, pretén presentar una imatge positiva de les matemàtiques i la informàtica davant tota la societat.



Un tret a destacar d'aquesta festa és que és organitzada íntegrament per estudiants de la Facultat. Els mateixos estudiants preparen estands, amb exposicions dinàmiques perquè tothom hi pugui participar, i programen conferències amb temes d'interès. Les conferències d'enguany han estat: «Cicloides, planetaris i efectes malabars», a càrrec de Josep Rey; «Fractals», de Núria Fagella; «Jocs d'atzar», a càrrec de David Márquez; «Màgia i matemàtiques», de Sergio Belmonte; «Per a què serveixen les matemàtiques?», de Claudi Alsina; «Votacions electròniques», a càrrec de Miquel Soriano.

Podeu trobar tota la informació referent a la Matefest-Infofest a <http://mat.ub.edu/matapps/matefest/>.

- *Jornada de portes obertes.* El mateix dia 11 d'abril, coincidint amb la Matefest-Infofest, es va celebrar la jornada de portes obertes, adreçada a alumnes de batxillerat i cicles formatius de grau superior i altres persones interessades a cursar qualsevol dels graus que s'imparteixen a la Facultat. A més, es van donar a conèixer els diversos serveis universitaris dels quals poden gaudir els alumnes de la UB.

- *Trobada anual amb professorat de secundària.* Aprofitant un cop més la Matifest-Infifest, es va celebrar també la trobada anual amb professorat de secundària, en la qual es va tenir un intercanvi d'opinions sobre l'oferta d'activitats de la Facultat, així com sobre altres qüestions referents a l'enllaç entre secundària i la universitat.
- *Suport a treballs de recerca de secundària.* L'objectiu d'aquest programa, iniciat ja fa deu anys, és oferir suport des de la Facultat tant al professorat tutor interessat a dirigir els treballs com a l'alumnat que els porta a terme.
- *Preparació de l'Olimpiada Matemàtica.* Per novè any consecutiu, la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB ha ofert unes sessions de preparació de resolució de problemes per a les proves de l'Olimpiada Matemàtica. Aquestes sessions, coordinades pel doctor Jordi Marzo, van adreçades a tots

els estudiants interessats a participar en la fase catalana de l'Olimpiada Matemàtica.

- *Participació al programa «Bojos per les matemàtiques».* Dins el marc del programa «Bojos per la ciència», creat per la Fundació La Pedrera, la FEEMCAT i la SCM, s'ha renovat aquesta proposta adreçada als estudiants del primer any de batxillerat de la modalitat de ciències i tecnologia. El programa «Bojos per les matemàtiques» té com a objectiu bàsic fomentar la vocació científica d'aquests joves i, en especial, el seu entusiasme per les matemàtiques. Cinc de les sessions d'aquest programa s'han dut a terme a la UB i, majoritàriament, per part de professorat de la mateixa universitat.

Trobareu informació sobre totes aquestes activitats, la manera de participar-hi i els terminis per a cadascuna a la pàgina de la Facultat a: [http://www.mat.ub.es/futurs\\_ub/activitats](http://www.mat.ub.es/futurs_ub/activitats).

## Activitats del quadrimestre de primavera de l'FME de la UPC

Jaume Soler

Universitat Politècnica de Catalunya

### Deganat

El dia 22 de març va tenir lloc l'acte de nomenament i presa de possessió del professor Jaume Franch com a degà de la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME), reelegit per un període de quatre anys. El nou equip deganal està format per Jaume Martí (secretari acadèmic), Jaume Fusté (cap de l'àrea d'Administració) i els vicedegans i vicedeganes Marta Pérez (màster MESIO UPC-UB), Juanjo Rué (màster MAMME i programa de doctorat en Matemàtica Aplicada), Anna de Mier (cap d'estudis del Grau en Matemàtiques), Pep Burillo (Promoció i Relacions Internacionals) i Lourdes Rodero (cap d'estudis del Grau en Estadística).

### Curs Kovalévskaja

El curs 2018–2019 de l'FME de la UPC està dedicat a la figura de la matemàtica russa Sòfia Kovalévskaja. El 6 de març del 2019 va tenir lloc

la Jornada Kovalevskaya, amb les conferències: «La fascinante vida de Sonia Kovalevskaya», a càrrec de María Molero i Adela Salvador; «Una mirada al teorema de Cauchy Kovalevskaya», a càrrec d'Alberto Enciso, i, finalment, «Una excursión por los sistemas integrables, alrededor de Sofia Kovalevskaya», impartida per Mariano Santander.



A l'acte acadèmic s'hi va fer una lectura dramatitzada de fragments de l'obra *Sòfia*

*Kovalevskaya: Recuerdos de infancia*, a càrrec del grup de teatre Fem Teatre FME, i es va dur a terme el lliurament del premi del concurs que tradicionalment organitza la Biblioteca de l'FME en col·laboració amb l'assignatura d'història de la matemàtica.

### Xerrades i col·loquis

Al febrer va començar un cicle de xerrades divulgatives sobre temes d'aplicació de les matemàtiques, especialment adreçades a estudiants del GM i del GE, amb l'objectiu que siguin poc tècniques i molt accessibles a tots els nivells. La iniciativa és promoguda des de l'equip deganal i per la Delegació d'Estudiants de l'FME. La primera del cicle va anar a càrrec de Paz Morillo, sobre temes de criptografia. Va ser un viatge al llarg de més de vint segles de xifratge de missatges, des de la Roma clàssica fins a l'aparició dels sistemes de clau pública, passant, naturalment, per la Segona Guerra Mundial, la màquina Enigma i Alan Turing. Els ordinadors quàntics poden posar en perill els sistemes actuals i es necessitaran noves maneres de xifrar.

Al maig va tenir lloc l'acte de presentació del llibre *Hilbert vs. Euclides: reflexions sobre els elements, llibres I, II, III, IV, V i VI*, el nou volum d'història de la matemàtica escrit per Josep Pla i Carrera, professor emèrit de la Universitat de Barcelona i *magister honoris causa* per l'FME. Aquest acte, adreçat a professorat i estudiants, tenia com a objectiu presentar un nou volum del llibre (l'any passat ja es va presentar el volum anterior a l'FME) i aprofitar l'ocasió per parlar sobre història de la matemàtica de manera distesa i informal amb el professor Josep Pla.

En el marc del col·loqui FME-UPC, al juny es va celebrar la conferència «The why and how of randomness», impartida per la professora Susanne Ditlevsen, de la Universitat de Copenhaguen.

Ditlevsen és professora del Departament de Ciències Matemàtiques d'aquella universitat, on és cap de la secció d'Estadística i Probabilitat. En la seva conferència, la professora Ditlevsen va parlar de models estocàstics dels sistemes biològics, que mostren dinàmiques molt diferents de les dels models deterministes, i de la necessitat de models estadístics més avançats per captar elements d'informació que

es perden en considerar el comportament mitjà global.



### Cursos d'iniciació a la recerca

S'inicia aquesta activitat adreçada a tota la comunitat matemàtica de l'FME (estudiants de grau, de màster i professorat interessat), que enguany ha tingut lloc els matins de la darrera setmana de juny del 2019.

El propòsit del curs és que en un període de temps de tres o quatre dies es puguin desenvolupar dos o tres cursos on es treballin diferents aspectes tècnics de les matemàtiques que no es cobreixen en el grau (i si pot ser, que tampoc es cobreixin en els màsters). Això inclou, per exemple, el desenvolupament d'una eina matemàtica interessant, la demostració d'un teorema important que requereixi una preparació preliminar o la introducció a una àrea particular de les matemàtiques. A l'edició d'enguany els cursos aniran a càrrec de Pere Pascual (*Espais recobridors i grup fonamental*), Pau Martín i Imma Baldomà (*Sèries divergents: Quan ens topem amb l'infinit*) i Juan Margalef (*Las geometrías de las teorías de campo*).

### FME i empresa

A l'abril va tenir lloc una nova edició del Fòrum FME-Empresa, amb algunes novetats: eren 22 empreses (vuit de les quals són noves respecte a l'any anterior) i amb un format únic de *face to face*: les empreses participants van disposar d'un espai on poder interactuar amb els estudiants i titulats recents; respondre els seus dubtes; oferir-los oportunitats de feina, convenis o col·laboracions educatives, i recollir-ne els currículums.



## Al voltant de la docència

Dins del Seminari «Contextualització de les matemàtiques a les carreres tecnològiques de la UPC», i com a continuació de les sessions fetes el quadrimestre passat, se n'han dut a terme cinc més: «Aplicacions de realitat virtual per a enginyeria biomèdica», de Jordi Torner (Departament d'Expressió Gràfica a l'Enginyeria de la UPC); «Conceptes i eines matemàtiques fonamentals en tecnologia electrònica», de Sergi Busquets (Departament Enginyeria Electrònica de la UPC); «Modelització amb sistemes d'EDOs lineals», de Rafael Ramírez Ros (Departament de Matemàtiques de la UPC); «Sistemes lineals determinats per valors consecutius dels estats», de Josep Ferrer Llop (Departament de Matemàtiques de la UPC), i, finalment, «Conceptes i eines matemàtiques en automàtica», de Roberto Griño Cubero (Departament d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial de la UPC). Aquestes sessions s'organitzen amb la col·laboració de l'ICE, l'FME i el Departament de Matemàtiques de la UPC.



A finals de juny va tenir lloc la IV Jornada Docent del Departament de Matemàtiques UPC 2019, amb dues conferències plenàries: «Con M de *matemáticas* y de *mujer*», a càrrec de Clara Grima (Universitat de Sevilla), i «Retrat actual de les pràctiques per ordinador dins les assignatures del Departament», a càrrec de Carles Batlle, Àngela Grau i Antoni Susín (Departament de Matemàtiques). A la segona part hi va haver dos tallers: «CoCalc en docència: càlcul científic en servei remot», a càrrec de Jordi Saludes, i «Apps per a la docència», a càrrec de Francesc Xavier Aguiló. El comitè organitzador d'aquesta jornada estava format per M. Alsina, A. Carmona, A. Encinas, J. Guàrdia i C. Pantazi.

## Estudiants

Fem Teatre FME, la companyia de la Facultat de Matemàtiques i Estadística, ha presentat enguany dues obres als VII Premis de Teatre Universitari de Barcelona i ha rebut el premi a la millor difusió per a Adrián Hernández; a la millor producció pel muntatge *Prohibido suicidarse en primavera*, d'Alejandro Casona, i al millor text original per a *Pollos sin cabeza*, obra col·lectiva.

## Secundària i batxillerat

El divendres 10 de maig del 2019 es va resoldre la 16a edició del Premi Poincaré per a treballs de recerca de batxillerat. L'acte de lliurament de premis va tenir lloc a la sala d'actes de l'FME. A part del premi i del diploma, tots els treballs guanyadors poden optar a ser publicats a la revista *TEMat*, la publicació divulgativa de treballs d'estudiants de matemàtiques. La qualitat dels treballs presentats millora any rere any i enguany es van concedir tres premis i vuit accessits entre els 74 treballs presentats.



A finals de març va tenir lloc la celebració festiva dels deu anys del concurs Planter de Sondeigs i Experiments, amb una jornada lúdica sobre l'estadística a l'FME. Hi va haver activitats adreçades no només a alumnat de secundària i batxillerat, sinó també a professorat, amb dos tallers específics sobre eines de suport a la docència. En la jornada hi van participar 214 alumnes de nou centres docents diferents, que van prendre part en els cinc tallers organitzats per diferents professors vinculats a les institucions que donen suport al concurs Planter, com la UAB, la UB, la UPC, la Societat Catalana d'Estadística i l'Idescat.



## Competicions

La final de l'Olimpíada Informàtica Catalana (OIcat 2019) va tenir lloc el 15 de juny a

## Experiències matemàtiques, Girona

Anton Aubanell, Francesc Massich i Quim Tarradas  
Museu de Matemàtiques de Catalunya

Els dos grans objectius del Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) són contribuir a millorar la imatge social de les matemàtiques i servir a l'educació matemàtica escolar des de fora de l'escola i des de formats no acadèmics. Per avançar envers aquests propòsits el MMACA atorga una importància especial a l'exposició itinerant *Experiències matemàtiques*, que, pas a pas, presentació a presentació, va recorrent el nostre territori impulsada per l'acció entusiasta de petits grups locals. Sempre és molt ben acollida pel professorat de matemàtiques de la zona. El suport d'institucions de les respectives ciutats o comarques acaba de fer possible aquestes exposicions, que sempre deixen un molt bon record a totes les persones i entitats implicades i, sobretot, als alumnes i al públic general que en gaudeix.

A les comarques gironines la nostra exposició ja ha fet un bon recorregut, sempre renovada, mostrant cada vegada nous mòduls, amb noves experiències: Figueres, Girona, Banyoles, Olot, Lloret de Mar, la Bisbal... Ara, des del 26 de novembre del 2018 i fins al 30 de gener del 2019, s'ha tornat a presentar a la Casa de Cultura de la Diputació de Girona, fruit d'un conveni entre el MMACA, la Fundació Casa de Cultura de la Diputació de Girona i l'Ajuntament de Girona.

L'exposició fou inaugurada pel regidor d'Educació de l'Ajuntament de Girona i pel director de la Casa de Cultura de la Diputació de Girona en el marc de la tercera edició de la Setmana de la Ciutat Educadora, amb la voluntat de fomentar la ciència a la ciutat i de promoure les vocacions científiques i tecnològiques entre els joves. Precisament, en aquest sentit, és important subratllar que l'exposició va ser visitada per un total d'11.677 persones, de les quals 5.387 van ser nois i

l'FME. La competició va anar acompanyada d'una conferència sobre robòtica i intel·ligència artificial per part de la professora Carme Torras i d'una gimcana organitzada per eXplorium.

noies de centres educatius: 198 grups-classe, dels quals 113 eren de la ciutat de Girona i 85 de l'entorn. Unes xifres realment elevades que mostren, un cop més, l'interès de les escoles per visitar l'exposició amb els seus alumnes i, alhora, l'existència d'un bon sector de públic general que té ganes d'apropar-se al món de les matemàtiques a través d'experiències i de reptes.



La gestió d'un nombre tan elevat de visites escolars es va poder fer gràcies a la tasca de la Caseta – Serveis Educatius de l'Ajuntament de Girona, a qui volem agrair la col·laboració tant en l'organització de les visites com en la contractació del servei de monitoratge, que també va fer una feina excel·lent.

L'exposició estava formada per una vuitantena de mòduls adreçats a totes les etapes educatives, des d'infantil, on es van estrenar alguns mòduls que es mostraven per primer cop al públic, fins a batxillerat o la universitat. En tots els casos es convidava els visitants a interactuar amb materials per descobrir i/o aprofundir en diferents conceptes matemàtics, mostrant aspectes intuïtius i visuals de les matemàtiques i fent emergir la presència d'aquesta ciència en el món que ens envolta.

Paral·lelament a l'exposició, tingué lloc una formació curta adreçada a tots els docents que tenien previst visitar-la amb els seus alumnes perquè rebessin informació de primera mà sobre l'activitat i, si ho consideraven adequat, poguessin preparar-la prèviament a classe. Igualment, organitzada pel Centre de Recursos Pedagògics del Gironès, es va portar a terme una formació més llarga (20 hores) adreçada a professorat especialment interessat de totes les etapes educatives que tenia com a objectius construir un pont entre l'exposició i l'escola i impulsar, en educació matemàtica, una metodologia basada en activitats d'experimentació.



Per tal d'incidir també en la formació inicial dels mestres, es va fer una presentació de l'exposició en totes les assignatures de la Facultat d'Educació que fan referència a les matemàtiques i la seva didàctica. Per a cadascun d'aquests grups de futurs mestres es van portar a terme visites guiades. Alguns d'aquests alumnes van col·laborar, com a voluntaris, ajudant en el monitoratge de l'exposició.

Així mateix, es varen fer diverses visites guiades adreçades al públic general en les quals, en paral·lel al guiatge destinat als adults, els visitants més petits podien gaudir d'un recorregut especial fet a mida. Pensant igualment en el públic general i familiar, es van portar a terme itineraris matemàtics per la ciutat de Girona i dues conferències de divulgació: una de màgia matemàtica a càrrec de Sergio Belmonte i una d'experiències matemàtiques estrenada per a l'ocasió. Voldríem subratllar de manera especial una sessió de contes matemàtics que es va fer per als més menuts i que va anar a càrrec de Marta Aragüés i Anna

Rodríguez. Va tenir lloc el dia 4 de gener, en plenes vacances de Nadal, i va desbordar totes les previsions d'assistència. S'hi van explicar «contes per imaginar a l'engròs, per conèixer bigotis fets a mida, per comptar i descomptar-se, per escollir la millor porta per on passar, per mesurar els ingredients d'una sopa i sobretot per descobrir les matemàtiques que hi ha en la màgia dels contes». Ens sentim especialment orgullosos de les propostes expositives que hem anat generant i de les activitats que hem anat portant a terme adreçades al nostre públic més jove, nens i nenes dels primers nivells educatius que volem que també gaudeixin de les matemàtiques.



En termes més especialitzats també s'han fet visites guiades adreçades a la inspecció educativa de Girona, així com al personal tècnic del Departament d'Educació. Arran d'aquestes visites s'ha establert un sistema de contacte entre els inspectors i les inspectores de matemàtiques de Girona i l'equip del MMACA gironí que desitjaríem que es mantingués en el temps.

Els comentaris i observacions del professorat que ha visitat l'exposició amb els alumnes i del públic general són molt positius. El fet de plantejar propostes amb un fort component manipulatiu fa que l'exposició sigui adequada per a tots els nivells de persones que hi van. Alguns professors i nombrosos visitants no escolars han comentat l'interès de disposar d'aquesta exposició de manera permanent per poder-ne gaudir i aprofitar-la educativament en diferents moments i etapes. Per explorar possibilitats en aquesta direcció vam tenir el goig de rebre les visites del president de la Diputació i de l'alcalde de Girona. El senyor

Miquel Noguer es va mostrar molt interessat a tirar endavant una exposició permanent a la ciutat, i la senyora Marta Madrenas ja ha fet possible fer uns primers passos per aconseguir-

ho. Tant de bo que aquesta exposició hagi estat l'inici d'una relació més permanent i estable entre Girona i el Museu de Matemàtiques de Catalunya.

## Activitats de la FEEMCAT

Manel Sol  
President de la FEEMCAT

Us presentem un resum de les activitats que s'han dut a terme durant la primera part del curs que la FEEMCAT ha organitzat o en què ha col·laborat.

### Estem d'aniversaris

El que ens sembla més remarcable és que hem complert un doble aniversari. El primer és el 25è aniversari de la FEEMCAT. Va ser el febrer del 1994 que les dues associacions de professors de matemàtiques de Catalunya que existien aleshores van decidir federar-se i constituir-se en la FEDEMAC primer i en la FEEMCAT poc després. Aquestes dues associacions eren l'Associació de Professors de Matemàtiques de Comarques Meridionals (APMCM), que va ser la primera de Catalunya a crear-se a finals de l'any 1990 i l'Associació d'Ensenyants de Matemàtiques de les Comarques Gironines (ADEMGI), que es va crear el febrer del 1993. El primer objectiu d'aquesta federació (i pràcticament l'única activitat de la qual s'ocupava) era el concurs de resolució de problemes Fem Matemàtiques, adreçat als alumnes de 6è, 7è i 8è d'EGB.

El segon també és el 25è aniversari del concurs Fem Matemàtiques, que s'ha mantingut des d'aleshores de manera ininterrompuda. A la primera edició hi van participar 465 nois i noies de tot Catalunya. Des d'aleshores la participació ha anat augmentant a cada edició. L'acte de cloenda de l'edició d'aquest any es va aprofitar per retre un sentit homenatge als cinc professors Anna Pol, Carles Romero, Rosa M. Trias, Elisabeth Saguer i Antoni Vila, que van ser els impulsors del concurs el curs 94-95. El president de la FEEMCAT va adreçar unes paraules de reconeixement per la iniciativa que van tenir, i va recordar l'origen del concurs. Els cinc professors, procedents

de diferents llocs de Catalunya, es trobaven a la UAB fent un màster de Didàctica de la Matemàtica. Eren conscients de la importància de la resolució de problemes en l'aprenentatge de les matemàtiques i alhora sabent que era un tipus d'activitat que permetria millorar la imatge de la disciplina, promouria el treball en grup i proporcionaria recursos per als mestres per treballar a l'aula. Aquestes idees són les que van definir els objectius del concurs.



D'aquesta manera es pretenia reforçar el protagonisme de l'alumnat i es posava el focus en la resolució de problemes en l'aprenentatge de les matemàtiques, dos aspectes que aleshores eren molt nous i encara avui són innovadors. Es va destacar la visió de futur que van tenir tant en la forma com en el contingut



del concurs i el fet que avui en dia continua tenint sentit tal com ho van fer. A tots cinc se'ls va lliurar un petit present per recordar-los el seu paper innovador en l'educació matemàtica.

## Fem Matemàtiques 2019

En l'edició d'aquest any hi han participat gairebé 13.000 alumnes procedents de 216 escoles de Catalunya (públiques, privades i concertades). L'organització del concurs d'enguany corresponia a l'Associació de Professors de Matemàtiques de les Comarques Meridionals (APMCM) i la coordinació general la van portar les professores Carme Vicenç i Montse Moliné. El 4 de maig es va celebrar la final de Catalunya a les instal·lacions del port de Tarragona, que molt amablement van cedir les autoritats portuàries. La jornada es va desenvolupar en un dia magnífic i tot va funcionar perfectament gràcies a una organització que ho havia previst tot. Hi van participar 70 nois i noies de tot Catalunya acompanyats dels seus mestres i professors i també dels seus familiars. Al final de la jornada es va celebrar l'acte de cloenda amb la presència de la directora general d'Innovació, Recerca i Cultura Digital, la senyora Mar Camacho; el conseller d'Educació de l'Ajuntament de Tarragona, el senyor Francesc Roca; la directora del Centre d'Estudis Marítims i Activitats del Port de Tarragona, la senyora Neus Pàmies, i el president de la FEEMCAT, el senyor Manel Sol. Tots ells van adreçar unes paraules d'estímul als nois i noies participants i d'agraïment per a l'organització.



Els tres millors alumnes de 2n d'ESO seran els representants de Catalunya a les Olimpíades

estatals a Jaén, del 26 al 30 de juny. Igualment, els tres millors de 6è de primària seran els nostres representants a les Olimpíades estatals alevines a Melilla, del 17 al 20 de juny. Trobareu més informació sobre els finalistes i el concurs a <http://fm.feemcat.org>.

Aquest any s'ha creat un grup de treball per seleccionar i preparar els problemes per a les diferents fases del concurs. Hi ha un representant de cada una de les associacions. El grup està coordinat per la professora Cyntia Riquelme.

## Col·laboracions de la FEEMCAT

Com altres anys, representants de la FEEMCAT han estat a les inauguracions i cloendes de diferents activitats que es duen a terme en col·laboració amb altres entitats.

- Tornant de les vacances de Nadal, el divendres 11 de gener vam assistir, una vegada més, al magnífic centre de Món Sant Benet a la inauguració d'una nova edició del curs *Bojos per les matemàtiques*, dins del programa Bojos per la Ciència, de Fundació Catalunya-La Pedrera, que desenvolupen conjuntament la SCM i la FEEMCAT. L'acte va comptar amb les intervencions de dos *exbojos* i tres *exboges* que van explicar la seva trajectòria, molt interessant i motivadora per als joves que començaven aquest curs l'experiència. Podeu trobar més informació general sobre el projecte a <https://bojos-ciencia.fundaciocatalunya-lapedrera.com/cursos/matematiques>.
- El dia 7 de març vam ser al TecnoCampus de Mataró, on es va celebrar la final de la Copa Cangur amb alumnes de tot Catalunya. En podeu trobar més informació a <http://www.cangur.org/la-copa/>. El dia 3 d'abril vam ser al Palau Mercader de Cornellà, seu del MMACA, per observar i, finalment, donar els premis del concurs Problemes a l'Esprint als centres seleccionats. En podeu trobar més informació a <http://www.cangur.org/esprint/>. El 17 de maig vam ser a la sala Prat de la Riba de l'edifici històric de l'IEC per atorgar els premis als guanyadors d'una nova edició del concurs de vídeos matemàtics VideoMat 19. Destaquem la participació des

d'infantil fins a la universitat de Catalunya, la Comunitat Valenciana i les Balears, amb un nivell de participació lleugerament superior a les edicions superiors, fet que mostra la consolidació del concurs. En podeu trobar més informació a <http://www.videomat.cat>.

- L'1 de juny es va fer l'acte de cloenda de final de curs del programa ESTALMAT. Aquesta vegada se'n celebrava la 15a edició a Catalunya. La celebració es va fer al Cosmo-Caixa. Després d'uns breus parlaments dels representants de les institucions, el professor Eduardo Sáenz de Cabezón va oferir una brillant conferència sobre jocs de lògica. Podeu trobar més informació del programa a <http://www.cangur.org/estalmat/indexcat.php>.
- El programa Anemx+Mates, adreçat a l'alumnat de 4t d'ESO amb gust per les matemàtiques, s'ha desenvolupat com estava previst amb la participació de set grups distribuïts per tot Catalunya. A més a més, aquest any s'ha creat un grup de treball, reconegut pel Departament d'Educació, format per professorat que imparteix el programa amb la finalitat de millorar els materials i de dissenyar noves tasques.



- El cap de setmana del 23 i 24 de març es va celebrar la IX Trobada de Societats de Matemàtiques de Parla Catalana, amb un bon èxit de participació. El més remarcable va ser la col·locació d'una placa al cim del Puig Rodó per commemorar el pas del científic francès P. Méchain per fer la triangulació del meridià verd, base per a la definició del metre. Esperem que sigui un al·licient per fer

una visita de turisme matemàtic al Moianès. Sobre aquesta trobada hi ha una crònica més àmplia en aquest mateix número de la *SCM/Notícies*.

## Preparant el C<sup>2</sup>EM 2020

Els treballs de preparació del C<sup>2</sup>EM 2020 han avançat molt. El gener del 2017 es va crear el Comitè Impulsor de les Conclusions (CIC) del CEM 2016, coordinat pel professor Toni Vila i la professora Cecilia Calvo. El juliol de l'any passat, els coordinadors de la CIC van reunir un equip de trenta persones a Sant Jaume dels Domenys, que van estar treballant durant dos dies. Com a resultat van sortir les 14 línies d'impuls que marquen les línies mestres per a l'organització del C<sup>2</sup>EM 2020. També es va fer públic l'equip de coordinació format per Manel Martínez, Jose Rey, Sílvia Margelí i Miquel Maydeu, al qual després s'afegiria Mònica Cardona. Quedaven així representades les cinc associacions de la FEEMCAT. Aquest equip de coordinació ja ha aconseguit constituir el comitè local, que ja fa uns mesos que treballa, i el comitè científic, que també ha iniciat ja els treballs. Podem preveure que tindrem un bon congrés català d'educació matemàtica el juliol del 2020.

## Les associacions de la FEEMCAT

Cada una de les associacions que integren la FEEMCAT ha celebrat les seves jornades de formació. En totes han dedicat un taller a donar a conèixer les línies d'impuls, però també a donar l'oportunitat als assistents de participar i reflexionar sobre alguns i aconseguir la seva complicitat en el projecte.

- La jornada de l'APMCM es va celebrar el dissabte 24 de novembre del 2018 amb el títol de *L'avaluació i l'ambient de resolució de problemes*, amb una conferència inaugural dels professors Àngel Alsina (UdG) i Jordi Deulofeu (UAB). Van tenir més de 300 inscrits, cosa que és un gran èxit.
- El dissabte 10 de novembre es va celebrar la XXI Jornada Didàctica Matemàtica d'ABEAM a la Facultat de Matemàtiques de la UPC. El tema de la jornada va ser *Establint connexions, teixint xarxes*. Hi va haver dues conferències inaugurals: una d'adreçada



al públic d'infantil i de primària, a càrrec de Daniel Ruiz (UIB) i titulada *Qualsevol moment és bo per gaudir de les matemàtiques*; l'altra conferència anava destinada al públic de secundària i va ser a càrrec de la professora Laura Morera (Explorium) i de Dani Blasi (ambaixador STEM).

- L'associació de Lleida Lleimat va celebrar la seva jornada el dissabte 9 de febrer sota el títol *El paper de les mates en la moguda STEAM*. Van començar per un debat entre diferents professors, seguit d'una conferència a càrrec de Santi Vilches i Mònica Gorritz titulada *Quan fem fotografia matemàtica estem fent STEAM?*
- El dissabte 9 de març va ser APaMMs que va celebrar la seva jornada amb el tema de *Les matemàtiques al carrer*. La conferència inaugural va anar a càrrec del professor Xavier Vilella, amb el títol «Les matemàtiques al carrer, motivar i molt més».
- El dissabte 16 de març, l'associació ADEMGi va organitzar conjuntament amb el grup Perímetre la Jornada de Docència Matemàtica 2019: Parlar i Compartir. La xerrada inaugural va anar a càrrec del professor Joan Jareño (Cesire-Creatmat) sobre la història dels nombres.

## FEEMCAT i FESPM

La relació amb la FESPM també ha estat molt àmplia. El primer que volem destacar és que aquest any la FESPM ha decidit atorgar el premi Gonzalo Sánchez Vázquez a Carme Burgués i Claudi Alsina, dos professors ben coneguts en el món de l'educació matemàtica. El lliurament es farà durant la celebració de les JAEM19 del 3 al 6 de juliol a la Corunya. Aquest premi és un reconeixement a la seva tasca docent i als valors humans que han destacat al llarg de tota la seva vida professional.

La FESPM ha organitzat un bon nombre de seminaris i jornades, tots al voltant de l'ensenyament de les matemàtiques.

- El 26 de gener va celebrar-se a Alcalá de Henares una jornada dedicada a *Rutas matemáticas con MathCityMap del proyecto Erasmus + Mobile Math Trails in Europe (MoMaTrE)* (<http://momatre.eu>), en la

qual van participar dos representants de la FEEMCAT. Aquest projecte fa servir <http://www.mathcitymap.eu> i una aplicació per a mòbils per desenvolupar tasques i rutes matemàtiques. Un dels compromisos de la federació és el de la difusió de l'aplicació MathCityMap (MCM), perquè es creïn rutes per la geografia espanyola utilitzant aquesta eina. Està coordinat per la Universitat de Frankfurt i, com a socis, a més de la FESPM, hi participen universitats de Lió i d'Eslovàquia, un centre d'educació superior de Porto, un centre d'investigació de Lisboa i una empresa de Berlín especialitzada en el desenvolupament d'aplicacions per a mòbils. Podeu trobar més informació a <http://www.fespm.es/Proyecto-MoMaTrE>.

- Els dies 3, 4 i 5 de maig es van celebrar a València unes jornades sobre la *Historia de la matemática aplicada en el aula*. Hi han participat dos representants de la FEEMCAT. Es pretén reflexionar sobre els beneficis de l'ús de la història de la matemàtica en el seu ensenyament. S'hi van presentar exemples d'activitats, així com estratègies i recursos per a l'aula.
- La FESPM, amb el suport de la divisió educativa de CASIO, ha organitzat dos seminaris per promoure l'ús de la calculadora a les aules. Un d'orientat específicament a infantil i primària i l'altre més cap al professorat de secundària i la universitat. El funcionament és similar en tots dos casos. Hi ha una part de treball virtual durant uns mesos i després dues trobades presencials. Els objectius són similars: es pretén la creació de materials curriculars, l'anàlisi d'experiències d'altres països i la formació del professorat. En el cas d'infantil i primària el títol era *La calculadora como recurso didáctico en el aula de educación primaria*. El treball virtual era del 4 de febrer al 8 de novembre; la primera trobada presencial va ser els dies 23 i 24 de febrer a Madrid, i la segona, el 9 i 10 de novembre a Barcelona. La FEEMCAT ha tingut dues representants en aquest seminari.

En el cas de secundària i universitat, el títol va ser *Diseño e implementación de experiencias didácticas con calculadora*. El treball virtual es desenvolupa del 14 de gener al 20 d'octubre.

La primera trobada presencial va ser el 22 i 23 de març a Màlaga i la segona serà els dies 25 i 26 d'octubre a Barcelona. La FEEMCAT ha tingut un representant en aquest seminari.

- Darrerament s'estan celebrant a molts llocs activitats de matemàtiques al carrer per a l'alumnat i de vegades per al públic en general. La FESPM ha volgut organitzar unes jornades al voltant d'aquest tema per reflexionar sobre la relació dels continguts que es treballen amb el currículum, la contribució a la divulgació de les matemàtiques i l'oferta de recursos per facilitar l'organització d'aquest tipus de jornades als professors interessats en el tema. Les jornades s'han celebrat del 15 al 17 de febrer a Pamplona i la FEEMCAT hi ha tingut dos representants.
- L'ús de materials manipulatiu a l'aula de matemàtiques s'ha estès força en els darrers anys, però la realitat actual planteja dubtes sobre l'ús. Amb aquest motiu s'han organitzat unes jornades titulades *Materiales para el aula de matemáticas en primaria*, del 24 al 26 de maig a Madrid. Es parteix de la importància de l'ús dels materials manipulatiu, però com que això per si sol no és suficient, cal que vagin acompanyats de tasques riques i de bones preguntes del

professorat. La FEEMCAT hi ha tingut tres representants.

- Del 31 de maig a l'1 de juny s'ha celebrat a Santarém (Portugal), amb la col·laboració de l'Organització d'Estats Iberoamericans (OEI) el II Encuentro de l'Associação de Professores de Matemática (APM) de Portugal i la FESPM. El títol de la trobada ha estat *Las matemáticas frente a los desafíos STEM-STEAM: Eslabón para unir las dos culturas*. Es pretén oferir una visió àmplia sobre aquest tema i reflexions sobre les implicacions en l'educació matemàtica. La FEEMCAT hi ha tingut un representant.
- La FESPM va organitzar un altre seminari sobre Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU) a les assignatures de matemàtiques, per analitzar els canvis publicats a l'ordre ECD 42/2018 del 25 de gener. Es pretén analitzar la proposta la seva relació amb el currículum, les seves característiques, veure què es fa a altres països. Les jornades es van celebrar del 8 al 10 de març a Castro Urdiales. La FEEMCAT no hi va poder tenir cap representant perquè no n'hi havia cap de disponible en les dates del seminari.

## Miquel Noguera i Batlle, *in memoriam*

Equip Deganal FME 2003–2006 (v. foto)  
Universitat Politècnica de Catalunya

El dijous 23 de maig ens vam assabentar de la mort, aquell mateix dia, d'en Miquel Noguera i Batlle. Actualment era membre de la Secció de Terrassa del Departament de Matemàtiques (DMAT) de la UPC (Escola Superior d'Enginyeries Industrial, Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa, ETSEIAAT) i havíem compartit reponsabilitats a l'equip deganal de l'FME del període 2003 al 2006, ell com a cap d'estudis de Matemàtiques, i després, del 2006 al 2009, com a director del màster d'Enginyeria Matemàtica.

Excel·lent matemàtic, persona íntegra, col·lega compromès, responsable en els seus càrrecs, esperit lúdic... El seu criteri independent i molt ben informat aportava seguretat

en qualsevol decisió. Apreciem i compartim les paraules que en Marc Boada li va dedicar: «L'home que ho ha compartit tot, durant 39 anys, amb la meua germana Margarida i un company de vida per a tots nosaltres. Persona cultíssima, apassionat de la natura i les muntanyes, viatger incansable [v. [40]] i sobretot una persona bona, bona de veritat. Una persona justa, raonable, pragmàtica».

El comunicat del DMAT del divendres 24 de maig també expressava «la nostra admiració per com ha portat la seva malaltia, amb una fermesa i racionalitat exemplars» i ensems informava que no hi hauria «vetlla ni cerimònia de comiat per desig de la família». Posterior-

ment, l'FME va publicar una pàgina en la seva memòria [12], i va destacar que n'havia estat professor des dels inicis de la Facultat, el 1992.



Miquel Noguera, Roser Piera, Eduard Recasens, Javier Heredia, Margarida Mitjana, Jaume Franch i Sebastià Xambó.

## Trajectòria vital

En Miquel Noguera i Batlle va néixer el primer de desembre del 1956. Fou fill únic de l'enginyer químic Eduard Noguera i de Montserrat Batlle. Va cursar els estudis de primària i secundària a l'Escola Tecnos de Terrassa. Després de la llicenciatura de Matemàtiques a la UAB, s'hi va doctorar el 1986 amb la tesi *Contribució al coneixement d'alguns sistemes hamiltonians amb dos graus de llibertat*, que li havia dirigit el professor Gerard Gómez Muntané. L'any següent va guanyar una plaça de professor titular d'universitat a la UPC, institució en la qual ja havia tingut responsabilitats des del 1981 i en la qual va romandre fins al final.

La seva docència, com ara en la llicenciatura de Matemàtiques, la de Ciències i Tècniques Estadístiques, o el màster d'Enginyeria Matemàtica, va girar sempre al voltant dels mètodes numèrics, la seva principal àrea d'expertesa, i va completar la formació teòrica amb importants innovacions en l'ús i la creació de programaris, l'elaboració de materials docents (a destacar [17], el llibre de referència en mètodes numèrics de tantes generacions de titulats, o el tractat [19]) i en la programació i el desenvolupament d'engrescadores pràctiques de laboratori (com ara [41]). Aquestes tasques de vegades eren compartides amb altres col·legues, principalment Miquel Grau, també Josep Peris i Àngela Grau, i sovint se'n beneficiaven els docents d'assignatures per a les quals el càlcul efectiu o l'experimentació eren rellevants.

Una iniciativa seva ens pot servir per il·lustrar aquestes metodologies. Ens referim a *La docència de les matemàtiques amb laboratoris virtuals*, que va desenvolupar a partir de l'any 2000 basant-se en l'experiència adquirida en la

dècada anterior i que va fructificar plenament en ser inclosa a la docència no presencial d'Inter-campus, el nom donat a una oferta conjunta de les universitats catalanes.

Entre les seves responsabilitats institucionals, destaquen haver estat director, del 1993 al 1996, del Departament de Matemàtica Aplicada II (actualment incorporat al DMAT); cap d'estudis de Matemàtiques a l'FME (2003–2006), i director del màster en Enginyeria Matemàtica (MEM), des de la seva creació l'any 2006 fins a la seva extinció a causa de la implantació el 2011 del màster vigent fins a l'actualitat. Com a cap d'estudis, fou un actiu organitzador, incloent-hi l'edició i publicació d'un volum d'actes de la «Jornada docència universitària de les matemàtiques: experiències en l'ús de les TIC» celebrada l'any 2004 a l'FME.



*Ante:* Xavier Martínez, Gerard Tarragó, Francesc Fité, Xavier Noguerola, Jordi Roca, Josep M. Vendrell, Miquel Noguera, Guillem Iscla, Juan A. Cordero, Josep Fontana, Javier Foz, Lluís Vena, Txema Tamayo, Abdó Roig, Pau Pérez.

*Post:* Marçal Garolera, Oriol Viñals, Ricard Delgado, Eloi Ruiz, Josep Salvà, Albert Graells, Alba Blasco, Natalia Rodríguez, Marta Adrián, Cristina Quintana, Laura Morera, Alba Boix, Gemma Ibáñez, Laura Torrent, Agnès Minoves, Amanda Frigola.

La seva participació en la vida dels centres era sempre afinada a l'ocasió per la seva experiència polifacètica. Un exemple va ser l'organització al pati de l'FME de l'observació i seguiment, en temps real, de l'eclipsi de sol del 2005, i les lliçons sobre els diversos fenòmens que s'anaven produint. Per a molts va ser una sorpresa que els familiars cercles lluminosos intercalats a les ombres de les fulles d'un arbre es convertissin en lúnules durant l'eclipsi, i es fes palès així que es tractava d'imatges del Sol (invertides, com a la càmera obscura). A [12] podeu trobar enllaços a belles imatges obtingudes durant aquell esdeveniment. També mereixen especial menció els nombrosos escrits al *Full* de l'FME, particularment a les seccions

«Llibres» i «Rodamons», sempre signats com a M. Ègara. En aquest cas, a [36, 37, 38, 39] podeu trobar enllaços a una petita selecció. I encara una altra mostra fou la seva intervenció el 2006 com a padrí de l'onzena promoció de la llicenciatura de Matemàtiques de l'FME.

## Recerca

Com ja hem dit, l'especialitat principal de Miquel Noguera va ser l'anàlisi numèrica, però també les seves aplicacions a diverses temàtiques, com ara sistemes dinàmics, mecànica de sistemes o ciències socials. Una gran part dels seus treballs són en col·laboració amb Miquel Grau, sobretot pel que fa a matemàtiques.

Per aprofundir en la seva obra, pot resultar útil atènyer-se a les agrupacions següents:

- *Mètodes iteratius per a la resolució d'equacions escalars i acceleració de la convergència:* [11, 20, 22, 27]. El darrer d'aquests articles ofereix una excel·lent panoràmica dels resultats teòrics i de les eines numèriques d'alguns esquemes iteratius per aproximar solucions d'equacions no lineals.
- *Col·laboració amb F. X. Bornas et al.:* [1, 2, 3, 4, 5, 43]. Aquests articles són el resultat de recerques amb membres del grup de Neurociència Cognitivo-Afectiva i Psicologia Clínica de la UIB. El darrer projecte d'aquesta línia de col·laboració, encapçalat per M. Balle, vigent 2016–2019 i finançat pel MICIN, es titula *Complejidad de la regulación emocional en adolescentes en riesgo de ansiedad: un análisis multimétodo y multinivel*.
- *Aprenentatge associatiu:* [29, 35, 42]. Són treballs en col·laboració amb investigadors del Departament de Cognició, Desenvolupament i Psicologia de l'Educació de l'equip de Victòria Chamizo (Facultat de Psicologia de la UB).
- *Definició, propietats i relació entre diversos paràmetres que aproximen l'ordre de convergència:* [31, 32]. Entre altres mèrits, els mètodes d'aritmètica adaptativa i de precisió arbitrària presentats en aquests treballs donen les millors aproximacions a l'ordre teòric de convergència d'esquemes iteratius, tot i

que no els cal fer cap referència a la solució buscada.

- *Introducció i aplicacions de l'operador de diferències dividides en sistemes d'equacions no lineals:* [14, 15, 16]. Aquests treballs aporten una generalització del mètode iteratiu clàssic de la secant per resoldre sistemes d'equacions algebraïques no lineals. S'estableix que l'ordre de convergència amb  $k$  iteracions és  $\rho_k = (1 + \sqrt{1 + 4k})/2$ . També s'obtenen criteris que assegurin la determinació del valor òptima de l'índex d'eficiència computacional i amb això obtenen el valor de  $k$  per al qual aquest índex és màxim.
- *Estudis d'eficiència computacional:* [6, 8, 11, 21]. Els tres darrers exposen resultats obtinguts en col·laboracions amb investigadors de la Universitat de La Rioja.

Per acabar, fem esment de la direcció de dues tesis de fi de màster que indiquen l'orientació envers temes de biologia i fisiologia en els quals l'anàlisi de senyals, la simulació i el càlcul numèric resulten essencials:

- Immaculada Tur, *Mesures de sincronisme de l'activitat electroencefalogràfica provinent de zones distants de còrtex: Aplicacions* (setembre del 2009), i
- Georgina Palau, *Eines per mesurar la complexitat dels senyals fisiològics* (abril del 2011).



El que hem compartit amb en Miquel i el llegat de la seva obra viurà sempre en el nostre record. És l'investigador, el professor, el company, l'amic i l'home íntegre, compromès i conseqüent amb els seus ideals fins al final que ens honora recordar.



## Referències

- [1] X. Bornas, J. Llabrés, and M. Noguera, *Looking at the heart of low and high heart rate variability fearful flyers: self-reported anxiety when confronting feared stimuli*, Biological psychology 70 (2005), 182–187.
- [2] X. Bornas, J. Llabrés, M. Noguera, A. López, F. Barcelo, M. Tortella-Feliu, and M. Fullana, *Self-Implication and Heart Rate Variability During Simulated Exposure to Flight-Related Stimuli*, Anxiety stress and coping 17 (2004), núm. 4, 331–339.
- [3] X. Bornas, J. Llabrés, M. Tortella-Feliu, P. Montoya, M. Fullana, A. López, M. Noguera, and J. Gelabert, *Vagally mediated heart rate variability and heart rate entropy as predictors of treatment outcome in flight phobia*, Biological psychology 76 (2007), núm. 3, 188–195.
- [4] X. Bornas, M. Noguera, M. Balle, A. Morillas, B. Aguayo-Siquier, M. Tortella-Feliu, and J. Llabrés, *Long-range temporal correlations in resting EEG: its associations with depression-related emotion regulation strategies*, Journal of psychophysiology 27 (2013), núm. 2, 60–66.
- [5] X. Bornas, M. Noguera, D. Pincus, and G. Buella, *Emotional inertia: a key to understanding psychotherapy process and outcome*, International journal of clinical and health psychology 14 (2014), núm. 3, 232–239.
- [6] J.A. Ezquerro, A. Grau, M. Grau, M.A. Hernández, and M. Noguera, *Analyzing the efficiency of some modifications of the secant method*, Comput. Math. Appl. 64 (2012), núm. 6, 2066–2073, MR2960825, by N. S. Dimitrova.
- [7] J.A. Ezquerro, M. Grau, A. Grau, M.A. Hernández, M. Noguera, and N. Romero, *On iterative methods with accelerated convergence for solving systems of nonlinear equations*, J. Optim. Theory Appl. 151 (2011), núm. 1, 163–174, MR2836470, by R.P. Tewarson.
- [8] J.A. Ezquerro, M. Grau, M.A. Hernández, and M. Noguera, *Semilocal convergence of secant-like methods for differentiable and nondifferentiable operator equations*, J. Math. Anal. Appl. 398 (2013), núm. 1, 100–112, MR2984318, by I.K. Argyros.
- [9] ———, *A Traub type result for one-point iterative methods with memory*, Anal. Appl. (Singap.) 12 (2014), núm. 3, 323–340, MR3192337, by A.M. Galperin.
- [10] ———, *A family of iterative methods that uses divided differences of first and second orders*, Numer. Algorithms 70 (2015), núm. 3, 571–589, MR3415086, by S. Hitotumatu.
- [11] ———, *A study of optimization for Steffensen-type methods with frozen divided differences*, SeMA J. 70 (2015), 23–46, MR3411330, by J.M. Gutiérrez.
- [12] J. Franch, *Miquel Noguera, en memòria*, 2019, Web FME, <https://fme.upc.edu/ca/noticies/miquel-noguera-en-memoria>.
- [13] G. Gómez and M. Noguera, *Some manifolds of periodic orbits in the restricted three-body problem*, Celestial Mechanics 35 (1985), núm. 3, 235–255.
- [14] M. Grau, A. Grau, and M. Noguera, *Frozen divided difference scheme for solving systems of nonlinear equations*, J. Comput. Appl. Math. 235 (2011), núm. 6, 1739–1743, MR2736874, by M. Hermann.
- [15] ———, *On the computational efficiency index and some iterative methods for solving systems of nonlinear equations*, J. Comput. Appl. Math. 236 (2011), núm. 6, 1259–1266, MR2854048, I.K. Argyros.
- [16] ———, *Ostrowski type methods for solving systems of nonlinear equations*, Appl. Math. Comput. 218 (2011), núm. 6, 2377–2385.
- [17] M. Grau and M. Noguera, *Càlcul numèric*, Edicions UPC, 1994.
- [18] ———, *Periodic orbit families near the 4:1 Jovian resonance*, Celestial Mech. Dynam. Astronom. 72 (1998/1999), núm. 3, 201–218.



- [19] ———, *Càlcul numèric. teoria i pràctica*, Edicions UPC, 2000.
- [20] ———, *A variant of Cauchy's method with accelerated  $f$ th-order convergence*, Appl. Math. Lett. 17 (2004), núm. 5, 509–517.
- [21] ———, *A technique to choose the most efficient method between secant method and some variants*, Appl. Math. Comput. 218 (2012), núm. 11, 6415–6426.
- [22] ———, *On convergence and efficiency in the resolution of systems of nonlinear equations from a local analysis*, Advances in iterative methods for nonlinear equations, SEMA SIMAI Springer, vol. 10, Springer, 2016, MR3616489, Summary, p. 247–286.
- [23] ———, *A multidimensional generalization of some classes of free-derivative iterative methods to solve nonlinear equations*, SeMA J. 74 (2017), núm. 4, 543–557, MR3736694, Summary.
- [24] M. Grau, M. Noguera, and S. Amat, *On the approximation of derivatives using divided difference operators preserving the local convergence order of iterative methods*, J. Comput. Appl. Math. 237 (2013), núm. 1, 363–372, MR2966912, Summary.
- [25] M. Grau, M. Noguera, and J.L. Dí az Barrero, *An application of an associative learning model to a Morris pool with a single landmark*, Comput. Math. Appl. 56 (2008), núm. 1, 212–217.
- [26] ———, *Adams-like techniques for zero-nder methods*, Appl. Math. Comput. 211 (2009), núm. 1, 130–136.
- [27] M. Grau, M. Noguera, and J.L. Dí az Barrero, *Note on the efficiency of some iterative methods for solving nonlinear equations*, SeMA J. 71 (2015), 15–22, MR3414562, by I.K. Argyros.
- [28] M. Grau, M. Noguera, and J.L. Dí az Barrero, *On the local convergence of a family of two-step iterative methods for solving nonlinear equations*, J. Comput. Appl. Math. 255 (2014), 753–764, MR3093458, by J.M. Verschelde.
- [29] M. Grau, M. Noguera, J.L. Diaz-Barrero, V. Chamizo, and T. Rodrigo, *An application of an associative learning model to a Morris pool with a single landmark*, Computers and mathematics with applications, 56 (2008), núm. 1, 212–217.
- [30] M. Grau, M. Noguera, and A. Grau, *On new computational local orders of convergence*, Appl. Math. Lett. 25 (2012), núm. 12, 2023–2030, MR2967783, by R. Thukral.
- [31] M. Grau, M. Noguera, A. Grau, and J. Herrero, *On new computational local orders of convergence*, Applied mathematics letters 25 (2012), núm. 12, 2023–2030.
- [32] M. Grau, M. Noguera, and J.M. Gutiérrez, *On some computational orders of convergence*, Appl. Math. Lett. 23 (2010), núm. 4, 472–478, MR2594866, by J.L. Díaz-Barrero.
- [33] ———, *Frozen iterative methods using divided differences “à la Schmidt-Schwetlick”*, J. Optim. Theory Appl. 160 (2014), núm. 3, 931–948, MR3181003, by J.R. Cardoso.
- [34] ———, *A multidimensional generalization of some classes of iterative methods*, SeMA J. 74 (2017), núm. 1, 57–73, MR3608886, by I.K. Argyros.
- [35] M. Grau, M. Noguera, J. M. Peris, and J.L. Dí az Barrero, *Chaotic behavior in a learning model*, Nonlinear Anal. Real World Appl. 11 (2010), núm. 1, 414–422.
- [36] M. Noguera, *Leonardo da Vinci a França*, 2003, <https://upcommons.upc.edu/handle/2099/6499>.
- [37] ———, *Ressenya d'«El curios incident del gos a mitjanit»* (Mark Haddon), 2003, <https://upcommons.upc.edu/handle/2099/6518>.
- [38] ———, *La casa natal dels logaritmes*, 2004, <https://upcommons.upc.edu/handle/2099/6509>.
- [39] ———, *Un matemàtic de les antípodes*, 2005, <https://upcommons.upc.edu/handle/>.

- [40] ———, *El Weblog d'en Miquel. Un blog sobre viatges*, Agost 2003 – Agost 2017, <https://minobaviatger.wordpress.com/>.
- [41] M. Noguera and M. Grau, *Anàlisi matemàtica: pràctiques amb Maple V*, Edicions UPC, 1996.
- [42] M. Noguera, M. Grau, J. Peris, I. Barbería, and V. Chamizo, *Similarity and discrimination learning in humans*, Behavior analysis and social action 79 (2008), núm. 2, 114–119.
- [43] C. Sitges, X. Bornas, J. Llabrés, M. Noguera, and P. Montoya, *Linear and nonlinear analyses of EEG dynamics during non-painful somatosensory processing in chronic pain patients*, International journal of psychophysiology 77 (2010), núm. 2, 176–183.

## The Gröbner Cover, d'Antonio Montes

Tomás Recio  
Universitat de Cantàbria

El volum 27 de la col·lecció «Algorithms and Computation in Mathematics», de l'editorial Springer, és un llibre del recentment jubilat professor Antonio Montes Lozano (<https://mat.upc.edu/en/people/antonio.montes/>), del Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya, la fotografia del qual, feta per l'autor d'aquesta ressenya en una activitat social durant el congrés MEGA 2007 (Mètodes Efectius de Geometria Algebraica) a Strobl (Àustria), il·lustra aquesta breu recensió.



El llibre *The Gröbner Cover* és la culminació dels últims vint anys de treball del professor Montes sobre l'estudi de sistemes d'equacions polinòmiques amb paràmetres. En efecte, ja en el congrés EACA, a La Laguna, el 1999, Montes presentà una comunicació titulada «Basic algorithms for specialization in Gröbner bases», en la qual es plantejaven les línies mestres per desenvolupar un algorisme que recollís i millorés el proposat per

V. Weispfenning a «Comprehensive Gröbner basis algorithm» [1]. La comunicació, finalment, fou publicada amb el títol «A new algorithm for discussing Gröbner bases with parameters», en el *Journal of Symbolic Computation*, 33–2 (2002), que es pot considerar el precedent directe de l'obra que comentem ara.

De manera molt simplificada i per als lectors no experts en la matèria [2], direm que, donat un sistema d'equacions polinòmiques, les bases de Gröbner proporcionen un algorisme per reescriure el sistema d'una manera que en faciliti la resolució –per exemple, en forma triangular, convertint un sistema com ara  $\{x + y = 0, x - y = 0\}$  en un altre d'equivalent però pràcticament ja resolt, com ara  $\{x = 0, y = 0\}$ .

Però aquest procediment no és aplicable, i no serveix amb tota generalitat, quan tenim un sistema d'equacions amb paràmetres  $\{u_1, \dots, u_n\} = \mathbf{u}$  i variables  $\{x_1, \dots, x_m\} = \mathbf{x}$  i en volem descriure les solucions en funció dels valors dels paràmetres; per exemple, si considerem el sistema  $\{ux + y = 0, x - y = 0\}$  i pensem en el cas  $u = -1$ . Per això, el professor Weispfenning va desenvolupar les anomenades *comprehensive Gröbner basis* (CGB) amb l'objectiu de generar unes bases de Gröbner en termes d' $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{x}$ , amb la propietat singular de continuar sent bases de Gröbner en les variables  $\mathbf{x}$ , per a cada valor numèric dels paràmetres  $\mathbf{u}$ .

Aviat es va percebre que un problema important de les CGB era la seva manca de canonicitat, que contrastava amb la unicitat de les bases de Gröbner clàssiques. A més,

cal tenir en compte que la discussió dels sistemes de paràmetres mena, inevitablement, a treballar amb conjunts definits per equacions i inequacions (com ara  $\{u \neq -1\}$  a l'exemple anterior), és a dir, amb conjunts dels anomenats «constructibles», per als quals no resulta òbvia la formulació d'una forma canònica de representació.

El primer d'aquests dos problemes el va resoldre el treball d'Antonio Montes i Michael Wibmer, «Gröbner bases for polynomial systems with parameters», *Journal of Symbolic Computation*, 45 (2010), que representa la culminació d'una dècada d'esforços per arribar a una formulació canònica de les CGB, amb resultats intermedis assolits per Montes, sol o amb la coautoria de M. Manubens, com ara el ja esmentat «A new algorithm for discussing Gröbner bases with parameters» o l'article «Improving DISPGB algorithm using the discriminant ideal», de Montserrat Manubens i Antonio Montes, *Journal of Symbolic Computation*, 41 (2006), o el titulat «Minimal canonical comprehensive Gröbner system», també de Montserrat Manubens i Antonio Montes, *Journal of Symbolic Computation*, 44 (2009), resultats acompanyats sempre per les corresponents implementacions en Maple o Singular.

Aquests ingredients sòlids es recullen i descriuen detalladament a la primera part del llibre *The Gröbner Cover*, dedicada al desenvolupament teòric d'aquesta eina fonamental per a l'estudi d'equacions amb paràmetres mitjançant algorismes de càlcul simbòlic. Inclou, com ha estat característic en la trajectòria del seu autor, la referència detallada a la llibreria `grobcov.lib` de Singular, de manera que el llibre es pot considerar també un manual d'ús de la llibreria.

A més, aquesta primera part inclou una proposta de resolució del segon problema abans esmentat, relatiu a la descripció estàndard dels conjunts «constructibles» que intervenen en el Gröbner Cover, un assumpte que ja van tractar amb èxit Josep M. Brunat i Antonio Montes a «Canonical representation of constructible sets», *Math. Comput. Sci.*, 10 (2016), i que conforma, ara, un dels apartats d'aquesta primera part del llibre *The Gröbner Cover*.

La segona part de l'obra està dedicada a la descripció de tres aplicacions del recobriments de Gröbner: la primera, la demostració

automàtica de teoremes geomètrics; la segona, el càlcul de llocs geomètrics, i, en particular i en últim lloc, el càlcul d'envolvents. Les tres aplicacions no són, de cap manera, unes simples i directes conseqüències de l'aparell desenvolupat a la primera part. Al contrari, han impulsat la reconsideració i formulació de diversos conceptes teòrics, tots ells íntimament relacionats amb la metodologia —el *Gröbner Cover*—, considerada per tractar aquests temes. Diríem que el Gröbner Cover ha estat la guia que ha orientat les idees i ha bastit el llenguatge amb el qual descriure amb subtilesa un complex context geomètric com el que es manipula en les tres aplicacions.



La rellevància teòrica i pràctica implícita a la segona part del llibre es reflecteix en les diverses publicacions en revistes internacionals que han recollit els resultats que s'inclouen en aquesta part, com ara «Automatic discovery of geometry theorems using minimal canonical comprehensive Gröbner systems», d'Antonio Montes i Tomás Recio, LNAI 4869 (2007); «Generalizing the Steiner-Lehmus theorem using the Gröbner Cover», d'Antonio Montes i Tomás Recio, *Mathematics and computers in simulation*, Vol. 104 (2014); o «An algebraic taxonomy for locus computation in dynamic geometry», de Miguel A. Abánades, Francisco Botana, Antonio Montes i Tomás Recio, *Computer-aided design*, 56 (2014).

En resum, el llibre *The Gröbner Cover* és una monografia que sintetitza dues dècades d'avanços científics en un assumpte crucial de l'àlgebra computacional, acompanyats tant d'una acurada descripció de la implementació dels algorismes forjats, com d'una sèrie d'aplicacions en el camp de la geometria elemental (però no per això senzilles d'atacar).

El llibre està redactat elegantment, amb un estil àgil i rigorós. L'acurada edició inclou nombroses il·lustracions que proporcionen un suport visual per comprendre millor alguns dels conceptes tractats.

Creiem que és un llibre imprescindible en tota biblioteca universitària, tant per als investigadors (en camps com la geometria algebraica, l'àlgebra commutativa o l'àlgebra computacional i les seves aplicacions) com per als estudiants de diferents carreres que vulguin entendre millor i aprofundir en alguna

de les aplicacions elementals (llocs geomètrics, envolvents, demostració automàtica) que es discuteixen en el llibre.

**Nota de l'editor:** L'original d'aquest article ha estat lliurat en castellà i la traducció al català és de Josep M. Brunat

## Referències

- [1] V. Weispfenning, «Comprehensive Gröbner bases». *Journal of Symbolic Computation* 14 (1992), 1–29.
- [2] Una excel·lent introducció a aquesta temàtica, escrita amb estil divulgatiu, es pot consultar a A. Montes, «La Columna de Matemática Computacional: Discusión de sistemas polinómicos con parámetros». *La Gaceta de la RSME* 14 (2011), núm. 3, 525–544.

## Activitats

### «Les matemàtiques i la vida», al Museu del Suro de Palafrugell

Montserrat Alsina  
Comissària exposició, UPC

«Més enllà de les fórmules, el dia a dia, les matemàtiques i la vida», podria ser el titular d'una nova activitat STEAM, un tema de plena actualitat. I és que de fet, tot i que fa deu anys que està en exposició, «Les matemàtiques i la vida» és una mostra actual de STEAM per a tots els públics.

A partir d'un recorregut en diversos àmbits del dia a dia de la vida quotidiana, es posa de manifest la interrelació de les matemàtiques amb altres àrees de la ciència, la tecnologia i l'enginyeria, i també l'art. La vam desenvolupar el 2009 des del professorat de la Universitat Politècnica de Catalunya a Manresa, a proposta d'en Marcel Sellas, que aleshores estava al càrrec de les exposicions promogudes per la Fundació Caixa Manresa.

Tot i el pas del temps, continua sent cert que cada dia i tothora, des que ens despertem fins que ens n'anem a dormir, les matemàtiques són al nostre voltant. I també continua sent cert que

és important adonar-nos-en i ser-ne conscients, per poder aplicar-les i valorar-les més i millor.

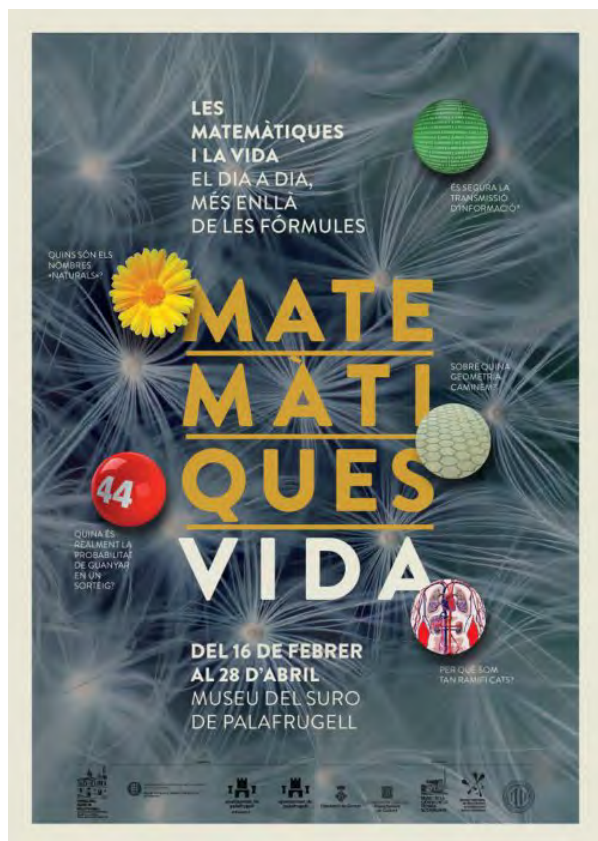
L'exposició havia viatjat a Manresa, Lleida, Barcelona, Castelldefels i Terrassa, i aquest 2019 ha estat al Museu del Suro de Palafrugell, des del febrer fins a finals d'abril, perquè es volia acostar-la a la zona de l'Empordà.

En un espai lluminós i generós, els visitants podien simular que sortien de l'habitació, i, a més de trobar matemàtiques a l'escola, les podien trobar passejant pel carrer, observant el trànsit, aturant-se a contemplar la natura, anant a comprar o de visita al centre de salut.

El lligam entre les matemàtiques i la vida quotidiana és divers i sorprenent, i s'explica amb un llenguatge natural i proper a la gent del carrer. Un dels objectius continua sent trencar l'estigma de matèria difícil i allunyada de la realitat, oferint-les de manera lúdica i variada, i plantejar preguntes per donar peu a nous aprenentatges. És per això que l'expo-



sició disposa d'algunes activitats interactives i alguns mòduls de jocs i trencaclosques elaborats pel Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) que s'hi van incorporar durant l'estada al MNACTEC (Museu de la Ciència i de la Tècnica de Catalunya). La durada de les visites lliures era, doncs, ben variable, i els infants disposaven d'un racó de jocs i contes de matemàtiques.



### Activitats programades

Entorn de l'exposició, s'han programat activitats variades, que inclouen formació per a docents, activitats de caràcter familiar i activitats dirigides a centres educatius de primària, secundària i batxillerat.

- Inauguració i visites guiades, 16 de febrer i 9 de març (M. Alsina).
- Espectacle *Les matemàtiques a la màgia*, 16 de març (S. Belmonte).
- Taller *Les matemàtiques en els jocs biperpersonals*, 30 de març (X. Valls).
- Taller pràctic *El teorema de Pitàgores*, 6 d'abril (X. Valls).

- Contacontes matemàtics i taller de manualitats amb suro, 17 d'abril (M. Pacreu).
- Manualitats amb suro sobre l'art i les matemàtiques, 18 d'abril (serveis educatius museu).
- Tarda de jocs matemàtics, 27 d'abril (El Gremio de la Cábala).
- Curs *Les matemàtiques i la vida en STEAM*, del 9 de març a l'11 de maig, (organitzen la UPC i el CRP del Baix Empordà).

L'acte d'inauguració coparticipat amb la direcció del museu i l'Ajuntament de Palafrugell va incloure també una visita guiada, en què, com a comissària, vaig poder gaudir de les preguntes i la curiositat de les persones participants de totes edats, públic familiar i professorat de la comarca.

L'exposició promou també els aspectes lúdics de les matemàtiques, no només pel seu component de joc i diversió, sinó també perquè desenvolupen l'estratègia i la lògica i desperten preguntes. Així, el públic va gaudir de l'espectacle *Les matemàtiques a la màgia*, amb Sergio Belmonte, que va sorprendre amb reptes resolts *màgicament* per les matemàtiques. Pel que fa a jocs, també es va fer el taller *Les matemàtiques en els jocs biperpersonals*, a càrrec de Xavier Valls, matemàtic que resideix a Palafrugell, i que també va dur a terme el taller pràctic sobre el teorema de Pitàgores.



Pensant en el públic jove, també hi va haver una tarda de jocs matemàtics, coordinada per El Gremio de la Cábala, associació de Palafrugell que promou els jocs de taula i d'estratègia.



Els dies de vacances escolars de Setmana Santa es van aprofitar per programar activitats infantils, amb un contacontes matemàtics combinat amb un taller de manualitats, i un altre de manualitats amb suro sobre l'art i les matemàtiques.



El taller *Les matemàtiques i la vida en STEAM* va promoure la reflexió amb professorat de primària i secundària de la zona de l'Empordà sobre quin és el paper de les matemàtiques en STEAM, o com podem *ste-amitzar* les matemàtiques. El professorat inscrit també va interactuar amb els participants d'altres activitats programades, de manera que

posava en pràctica la reflexió sobre els temes de l'exposició, el plantejament de preguntes i la recerca de respostes. Així, per exemple, va ser molt enriquidor el debat espontani amb professorat jubilat que participava en la visita guiada a l'exposició o amb els infants que gaudien dels tallers infantils. D'altra banda, va ser molt interessant analitzar i debatre com millorar l'actuació a l'aula elaborant activitats STEAM. Agraïm l'interès del Servei Educatiu del Baix Empordà en l'organització del taller.

Més enllà de les activitats programades amb calendari específic, el Museu del Suro ha valorat positivament el nombre de visitants (més de 5.000) i, especialment, l'èxit de visites i tallers de grups escolars de la zona (1.200 escolars), a càrrec del Servei Educatiu del Museu, tot i que no els va ser possible atendre totes les sol·licituds d'escoles.

El projecte és, doncs, una contribució més, entre altres coses, a fer més presents i més properes les matemàtiques a la societat en general.

Trobareu més informació del projecte a: <https://expomat.epsem.upc.edu>. Consulteu les novetats per al 2020 o envieu un correu electrònic.

## El XXIV Cangur de la SCM, un nou èxit

Dani Bosch i Toni Gomà  
Comissió Cangur de la SCM

### Sobre la participació

Si els diaris generalistes parlessin del Cangur, seria molt possible que possessin un comentari de l'estil «Augment exponencial de la participació en la prova Cangur», cosa que moltes vegades llegim aplicada ben incorrectament (fins i tot per parlar de l'augment d'un any per l'altre!). Però el cas és que, pel que fa a la prova Cangur a les seus de Catalunya, gairebé l'encertarien. Vegeu les dades des del 2016, des que la prova es convoca per a alumnes des de cinquè de primària fins al darrer curs de secundària.

- 2016: 89.644 participants.
- 2017: 102.316 participants. Augment respecte de l'any anterior: 14,14%

- 2018: 113.247 participants. Augment respecte de l'any anterior: 10,68%
- 2019: 125.428 participants. Augment respecte de l'any anterior: 10,76%

Sens dubte, les dades són importants, molt importants, i per això les volem analitzar amb detall i les compararem, com a novetat de l'article d'enguany, amb les de la població escolar de Catalunya.

Començarem amb la distribució geogràfica de la participació. No ens podem estar de recordar que Catalunya apareix com a país en la web de l'associació «mare» del Cangur, Kangourou sans Frontières (<http://aksf.org/countries.fr.xhtml>), i que, arran d'aquest fet, la SCM és l'entitat titular del

Cangur en llengua catalana. És així que el Cangur de la SCM té organitzacions pròpies al País Valencià (la que ja és clàssica, en seus de 3r d'ESO a 2n de batxillerat i, als mateixos centres, l'endemà per a 1r i 2n d'ESO) i a les Illes Balears (també en seus de 3r d'ESO a 2n de batxillerat i als mateixos centres per a primària i el primer cicle d'ESO, en aquest cas sense publicació de puntuacions, sinó que té el caràcter d'activitat didàctica). És així que s'han aplegat 10.290 participants al País Valencià i 14.470 a les Illes. També tenim des de fa uns anys la participació d'un centre de la Franja de Ponent, a l'Aragó, que s'adscriu a les seus de Catalunya. Altres anys hem tingut participació d'Andorra i, un parell de cops, de la Catalunya Nord, però enguany no ha estat així.

Si per estudiar les dades de participació a Catalunya prenem com a unitat d'anàlisi els Centres de Recursos Pedagògics (CRP) del Departament d'Educació podem explicar que a Catalunya hi ha 76 CRP en les 42 comarques (entenent com a tal la Vall d'Aran, encara que estrictament no sigui una comarca). La participació ha estat molt i molt generalitzada: en 74 d'aquests serveis educatius han recollit fulls de respostes dels centres que tenen ads-crits, una tasca fonamental per al funcionament del Cangur que mai agraiem prou des de la comissió. Alta Ribagorça i Vall d'Aran: ànim i ja hi serem tots!

Ara ens fixarem en les zones geogràfiques amb què habitualment fem les estadístiques de participació. A part dels alumnes d'un centre de

la Franja de Ponent, la taula següent mostra les dades totals de participació per províncies, el percentatge que aquesta participació representa sobre la població escolar en la zona en la franja d'edat del Cangur i l'augment respecte del 2018.

Zona	Participants	% població	% augment
Barcelona ciutat	25.573	23,8%	10,6%
Resta província Barcelona	66.368	20,7%	9,9%
Província Girona	14.387	24,2%	12,2%
Província Lleida	5.516	17,9%	13,2%
Província Tarragona	13.550	21,4%	13,2%
Total (CAT)	125.395	21,6%	10,8%

A part d'observar algunes petites diferències, que indiquen que en algunes zones la tendència a la participació és més accentuada que en d'altres, creiem que aquestes variacions no són substancials i, alhora, si ens ho permeten, direm «que les dades es comenten soles». Efectivament, creiem que el fet que el 21,55% de la població escolar de Catalunya participi en el Cangur és una dada a tenir molt en compte, i que confirma que la proposta de la SCM és molt reeixida. Tot seguit l'analtzem per nivells escolars, amb referència a l'augment respecte del 2018 i el percentatge respecte de la població escolar de cada nivell.

Curs	Participants	% augment	Població escolar	Percentatge participació
5è EP	15.737	7,3%	84.542	18,6%
6è EP	15.767	7,4%	81.413	19,4%
1r ESO	26.727	11,9%	83.083	32,2%
2n ESO	24.302	12,2%	83.114	29,2%
3r ESO	21.543	13,8%	81.743	26,4%
4t ESO	11.306	11,6%	75.394	15,0%
1r batx.	6.114	2,7%	49.079	12,5%
2n batx.	3.932	0,9%	43.505	9,0%

Convé un comentari específic per cadascun dels tres «subcangurs».

Pel que fa al Cangur de primària, les dades acumulades ens porten a un augment respecte de l'any anterior d'un 7,4% i al fet que un 19,0% del conjunt d'alumnes de Catalunya participen en el concurs. Tenint en compte el fet que tot just és el cinquè any que es fa la prova en aquests nivells escolars, sens dubte hem de valorar-ho molt positivament. Ara ja han estat 494 centres els que hi han participat (augment del 4%).

Globalment, en el Cangur 123 el nombre de concursants ha augmentat en un 13,2%, i és del 29,3% de la població escolar. Hi han participat 735 centres, xifra que representa més del 66% del total de centres que imparteixen l'ESO. Segur que ens deixeu escriure que aquestes dades són espectaculars, excepcionals. Si el Cangur 123 va néixer fa quatre anys amb certs dubtes de quina seria la resposta dels centres, el dubte s'ha esvaït: any rere any en aquests nivells es va consolidant la prova Cangur com una iniciativa molt valorada. Gràcies a tothom que ho fa possible i que fa que ens acostem a la idea-clau de Kangourou: una activitat amb la participació d'una àmplia base de l'alumnat.

Pel que fa al «Cangur dels grans», una dada global dels 735 centres que n'han pres part seria poc representativa. Hi ha un bon nombre de centres dels 689 que han participat en el nivell de 4t que tendeixen a organitzar la prova al mateix centre, juntament amb tot l'ESO, cosa que no passa tant en el batxillerat, amb 488 centres participants, perquè continua viva la proposta de la celebració del Cangur en seus, pensant que fer matemàtiques esdevingui una tasca joiosa. Enguany van ser 25 seus en centres universitaris, de totes les universitats públiques catalanes; 8 en centres cívics i 33 en centres de secundària.



Cangur 2019. Institut El Cairat (Esparreguera)

Pel que fa al batxillerat, tot i que el nombre de concursants ha augmentat, el de centres ha disminuït lleugerament, possiblement per la coincidència amb el Saló de l'Ensenyament i perquè la dificultat de la prova fa que en aquests nivells els centres seleccionin els grups de participants.

Ja vam explicar (número 43 de la *SCM/Notícies*) que l'adaptació que es fa de les llistes d'enunciats que es proposen en la reunió internacional fa que, comparativament, sigui «més difícil» la prova per als concursants dels nivells més alts que per a la mainada que comença, que així s'anima per a la participació posterior. Que així hi ha un de cada mil alumnes de primària que respon bé totes les respostes? Esplèndid!

### Sobre els premis

Quanta mainada es fa mereixedora de premi al Cangur? Sens dubte, vista la quantitat de concursants, molta més de la que és possible reunir en una sala d'actes. Per això les bases de funcionament del Cangur estableixen tres tipus de reconeixements:

- Es fa pública a la pàgina web del Cangur la llista de concursants amb el 6% de les millors puntuacions de cada nivell.
- Es considera que l'1% de participants més destacats mereixen una menció especial i reben al seu centre un diploma especial i un petit obsequi.
- S'atorguen 15 premis per nivell (o alguns més si hi ha empats): tres premis de podi, sis premis A i sis premis B.

És així que el dia 27 de maig del 2019, al Teatre Poliorama de Barcelona, es va fer el solemne acte d'entrega de premis de la prova Cangur 2019 i d'altres concursos que organitza la SCM. Tot i que estava previst que l'acte el presidís el conseller d'Educació, finalment no va ser així.

La mesa la componien: el senyor Carles Martínez, secretari de Polítiques Educatives del Departament d'Educació; el senyor Gerard Gómez, vicepresident de la Reial Acadèmia de les Ciències i les Arts de Barcelona, entitat amfitriona de l'acte; el senyor Joandomènec Ros, president de l'Institut d'Estudis Catalans;

la senyora Dolors Herbera, presidenta de la Societat Catalana de Matemàtiques; el professor Àngel Pujol i Bonastre, de l'Institut El Cairat, d'Esparreguera, com a reconeixement explícit a la col·laboració del professorat, i, finalment, per tal de posar de manifest que la veritable ànima del Cangur és l'alumnat que hi participa, completava la mesa presidencial la senyora Júlia Alsina i Oriol, pin de plata del Cangur per la seva participació destacada com a concursant del 2009 al 2012, amb primers premis de la prova Cangur i també dels concursos de relats i de cartells.



Al llarg de l'acte hi va haver una llúida interpretació musical a càrrec de tres conjunts d'alumnes de l'Institut de la Roca del Vallès, on es duu a terme el projecte Rockalins, que va obtenir un premi a la millor experiència d'aula en els Mobile Learning Awards 2019.

Ja hem parlat més amunt de la diversitat geogràfica de la participació en el Cangur 2019. És molt interessant comentar que la distribució de distincions també inclou molts centres. Si abans dèiem que dels 76 CRP que hi ha a Catalunya en 74 hi ha hagut centres participants, ara podem afegir que en 72 (pertanyents a 38 comarques) hi ha hagut centres amb menció de l'1%; ho detallem tot seguit, amb les dades del nombre de centres participants: quants apareixen a la llista del 6%, quants han rebut menció de l'1% i quants tenen algun concursant amb premi:

Creiem que aquesta diversitat és un aspecte a destacar. I aleshores no ens podem estar de fer referència a dos temes que sorgeixen en cada acte d'entrega de premis.

I les noies? Que hi participen molt menys que els nois? Ja hem comentat diverses vegades a la SCM/Notícies que el rendiment de nois i noies al Cangur no és equilibrat, cosa que

en certa manera preocupa la comissió Cangur, però que no en podem establir causes concretes; tanmateix les dades estadístiques indiquen que el percentatge de participació no n'és una causa significativa.

	Centres	Llista 6%	Menció 1%	Premi
Cangur primària	494	431	182	30
Cangur 123	735	674	350	48
Cangur grans	735	456	123	33
Globalment	1.136	991	526	102

- La participació de noies a primària ha estat, en tots dos cursos, del 48,6%; en el Cangur 123 ha estat del voltant del 48%, i en el Cangur dels grans sí que hi ha hagut un descens de la participació femenina, però «amb sorpreses» (42,5% a quart, 39,9% a primer de batxillerat, 46,1% a segon).
- N'analitzem un curs, tercer d'ESO, nivell en el qual de 17 premiats, 5 són noies. Estàvem a punt de posar «només 5», però en aquest nivell és en un dels que n'hi ha més i l'anàlisi ha d'anar més enllà. A la llista de l'1% només apareixen el 27,3% de noies, i a la llista del 6%, només el 29,2%. Aquests resultats no tenen res a veure amb el que hem pogut observar sempre a les aules de l'ESO. Passa una cosa semblant en tots els altres nivells.



Tot i que ja hem exposat explícitament la diversitat de centres amb premi, sempre hi ha algunes repeticions. Creiem que en els nivells baixos aquest fet pot ser el reflex de centres que fan una preparació explícita per al Cangur. I en els dos nivells de batxillerat



és bo recordar els dos centres que acullen els alumnes amb beca Cellex per al batxillerat internacional (Institut Jaume Vicens Vives, de Girona. i Aula Escola Europea, de Barcelona), que aleshores, d'alguna manera, esdevenen una «selecció nacional» més que un centre únic, fet que encara es posa molt més de manifest en l'Olimpiada Matemàtica que en el Cangur.

### Sobre els enunciats i les respostes a alguns problemes

En l'anàlisi de resultats de la prova Cangur és important tenir en compte que els percentatges globals de respostes que es deixen en blanc augmenten a mesura que es van estudiant en nivells més alts.

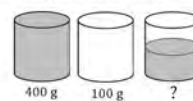
Així, a 5è i 6è de primària tenim percentatges del 8% i el 9%, respectivament; a 1r i 2n d'ESO, del 16%; a 3r i 4t d'ESO, del 19% i el 21%, i a 1r i 2n de batxillerat del 26% i el 34%, dades condicionades amb seguretat per la dificultat dels problemes (els percentatges de respostes en blanc també augmenten segons els blocs de problemes que es considerin, de tres, de quatre o de cinc punts) però potser també pel fet que als nivells baixos en molts casos el Cangur es veu més com una «activitat de classe», en les quals no és habitual deixar preguntes en blanc.

Aquests valors globals estan en sintonia amb la voluntat que la prova en els nivells de primària i en els primers cursos d'ESO sigui més participativa, però com a exemple podem dir que es dona el cas que, de les respostes (no en blanc) obtingudes a primer de batxillerat els tants per cent han estat: bé el 48,6% i malament el 51,4%, cosa no gaire diferent del que s'observa en els nivells de primària.

En altres articles publicats també al Notícies ja hem fet esment de les complicacions que comporta fixar bé el grau de dificultat d'un problema tant per assignar-lo a un determinat nivell escolar com per assignar-li una puntuació determinada. Com difícilment podrà ser de cap altra manera, cada any hi ha problemes en el sentit que els percentatges tant d'encert com d'error com dels que no els contesten no s'ajusten del tot al que nosaltres havíem previst. Tot seguit comentem alguns exemples que van tenir percentatges petits de respostes en blanc però molt alts d'error.

El problema 15 de 6è, de 4 punts, va ser un dels problemes amb un percentatge de respostes en blanc més baix: 1,9%; en canvi va tenir un percentatge d'error dels més elevats: 64,9%.

5. Un vas ple d'aigua pesa 400 grams. El mateix vas buit pesa 100 grams. Quant pesa el vas ple d'aigua exactament fins a la meitat?

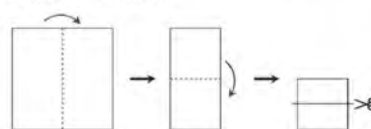


- A) 225 g   B) 150 g   C) 200 g   D) 250 g   E) 300 g

Van respondre l'opció correcta, la D), un 33,2%, però l'opció A), un 22,3%; la B), un 29,7%; la C), un 2,1%, i la E), un 10,9%. Els que van respondre la B) no van considerar la dada del pes del vas buit?

Més espectaculars són els resultats d'un problema que havia portat a ampli debat en el si de la comissió quan en fèiem l'adaptació però que finalment, amb variants, es va proposar en tots els cursos d'ESO i en tots va ser el que va obtenir el percentatge de respostes errònies més elevat. En concret, a 1r d'ESO, amb la formulació que es pot llegir a continuació, els percentatges van ser: encert, 20,7%; error, 77,2%, i en blanc, 2,1%. Alhora, va ser el segon problema de 1r d'ESO, amb un percentatge més baix de respostes en blanc. Podríem dir que els va semblar fàcil, però no ho era tant.

9. La Patrícia doblega un full de paper per la meitat dues vegades i després el talla, com ens indica la figura. Amb quants trossos de paper acabarà?

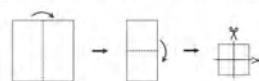


- A) 2   B) 8   C) 6   D) 4   E) 3

Aquí, l'opció correcta, la E), la van indicar el 20,7%, i els errors van anar així: la A) la van escollir el 16,1%; la B), el 32,0%; la C), el 10,1%, i la D), el 19,0%.

A 3r i 4t d'ESO se'n va proposar aquesta variant:

10. La Roser ha plegat un full de paper quadrat per la meitat dues vegades, i després l'ha tallat, també per la meitat, dues vegades, tal com mostra la figura. Quantes de les peces obtingudes són quadrades?



- A) 5   B) 3   C) 4   D) 6   E) 8

Aleshores a 4t, com a problema de tres punts va obtenir els següents percentatges:

encert 11,9%; en blanc, 7,1%, i error, 80,9%. Amb detall opció B), 1,9%; opció C), 34,5%; opció D), 8,9%, i opció E), 35,56%). A 3r també una gran majoria de respostes es distribueixen entre el 4 i el 8.

Des de la comissió érem conscients de les dificultats d'aquests problemes de plegar i tallar, i per constatar-ho n'hi ha prou de pensar a com redactar una solució. Però vam creure que, atès que per fer la prova posem a disposició dels participants el paper que necessiten, farien servir un paper per fer els plec i talls que s'indiquen. Però no va ser així.

Recordem, en tot cas, que les proves les elabora la comissió internacional i que nosaltres, com ja es va explicar en un article anterior, no hi podem fer grans modificacions. El problema del vas de 6è de primària també és el 15 de la prova Écolier (nivell que nosaltres assimilem a 6è); en canvi, el de plegar i retallar paper que nosaltres vam proposar com a problema 9 per a 1r d'ESO, en la prova internacional era el problema 10 de Pre-écolier (nivell que nosaltres assimilem a 5è però que en alguns països proposen per a edats ben inferiors).

Ara la comissió Cangur ja ha començat aquesta tasca; ja comencem a pensar en els enunciats del Cangur 2020. S'està elaborant una llista de problemes per enviar a la reunió internacional de Kangourou sans Frontières (Chicago, octubre del 2019), com preceptivament han de fer totes les nacions que hi participen. Tots aquests enunciats generen el que en diem «un llibre gord» i aleshores en el *meeting* s'elaboren les propostes de conjunts d'enunciats que cada nació adapta i tradueix per al seu Cangur. I estem fent això: ja ha començat el Cangur 2020, el que serà el 25è de la SCM, cosa que caldrà celebrar. Us hi esperem!

### Sobre la informació

Trobareu tota la informació sobre el Cangur 2019 a la web: [cangur.org/cangur/cang2019/informacions/](http://cangur.org/cangur/cang2019/informacions/).

Fonts per a les dades de la població escolar: [ensenyament.gencat.cat/ca/departament/estadistiques/estadistiques-ensenyament/curs-actual/](http://ensenyament.gencat.cat/ca/departament/estadistiques/estadistiques-ensenyament/curs-actual/).

## IX Trobada de Societats de Professors de Matemàtiques de Parla Catalana

Xavi Roca i Manel Sol  
Feemcat

Els dies 23 i 24 de març del 2019 es va celebrar la IX Trobada de Societats de Professors i Mestres de Matemàtiques de Parla Catalana, a cavall entre Cornellà de Llobregat i la comarca del Moianès. Com a les altres edicions, la trobada va servir per compartir estones de treball i de lleure matemàtic entre la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana (SEMVCV) Al-Khwarizmi, la Societat Balear de Matemàtiques (SBM-Xeix), la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM) i la Federació d'Entitats d'Ensenyants de Matemàtiques de Catalunya (Feemcat).

### Activitats dutes a terme

Després de recollir els companys provinents de les illes Balears a l'aeroport de Barcelona, uns vint-i-cinc representants de totes les associa-

cions es van trobar al Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA), de Cornellà de Llobregat, i van gaudir de les explicacions dels companys Josep Rey i Enric Brasó. Vam disposar d'una bona estona per a passejar, tocar i experimentar amb els materials exposats. Després de la visita i del dinar celebrat a la rogalia del museu, el grup es va desplaçar a la casa de colònies Can Vilalta, situada a la comarca del Moianès. En començar la reunió de treball es va oferir a tots els assistents una bossa de cotó amb el dibuix de la triangulació feta per Méchain des del Pirineus fins a Formentera com a recordatori de la trobada. Dins la bossa, a més dels documents de treball, hi havia dos exemplars del *Notícies* i un del *Noubiaix*.

Durant la reunió de la tarda, es van acordar algunes modificacions de calendari en relació

amb el Premi Maria Antònia Canals i es van pactar els continguts de la jornada conjunta que té lloc cada principi de curs de manera rotatòria als diferents territoris. Es va acordar que la propera es farà a Barcelona, a la seu de l'Institut d'Estudis Catalans (IEC), el dia 28 de setembre, i que estarà organitzada conjuntament per la SCM i la Feemcat. També es va decidir que el tema de la jornada girés al voltant de la línia d'impuls número tres de les catorze que va elaborar la Comissió per a l'Impuls de les Conclusions del C<sup>2</sup>EM; d'aquesta manera, es contribueix a anar preparant el C<sup>2</sup>EM 2020. Aquesta línia d'impuls es refereix a posar en valor el paper de les matemàtiques dins dels projectes, les activitats STEAM i altres propostes de treball globalitzat. D'altra banda, es va constituir la Comissió Organitzadora de la jornada, amb representants de les quatre associacions de professors.



Per tancar la jornada de dissabte, després del sopar a la casa de colònies, el grup va gaudir d'unes píndoles matemàtiques ofertes per diversos assistents a la jornada. En Joan Folguera ens va provocar amb un joc de màgia, en Josep Rey i l'Enric Brasó ens van fascinar amb els materials del museu i la Paula López ens va oferir un conte ben tendre on els números eren els protagonistes.

L'endemà al matí, el dia es presentava clar i lluminós, cosa que feia preveure un magnífic dia de primavera. Abans d'esmorzar, davant la cara est de la casa on el sol tocava suaument trencant el fred de la primera hora, l'Enric Brasó va fer una nova dissertació sobre els eclipsis amb una construcció a escala de la Terra i la Lluna que els més matiners vam escoltar-nos amb interès. Després d'esmorzar, vam tenir una

segona reunió per acabar de tancar els punts tractats durant la reunió del dia anterior.

Posteriorment, el grup de treball dedicat a l'estudi i la difusió de la definició històrica del metre —a partir de la mesura del meridià—, constituït per l'Anton Aubanell, en Josep Maria Cors, la Maria García i en Josep Lluís Pol, que el coordina, va exposar la feina duta a terme, així com les seves línies d'acció futures. El projecte més important que tenen és la creació d'una pàgina web ben dissenyada que sigui útil per als diferents grups d'interessos. D'entrada, per als investigadors i erudits, hauria de contenir tota la documentació recollida. També hi hauria d'haver una altra part dedicada a l'educació amb propostes d'activitats per a donar a conèixer als estudiants de totes les edats la història de definició del metre, i finalment una altra de divulgació destinada al públic general.

Seguint amb el programa previst, vam visitar la mina de desguàs de l'Estany, on se'ns va mostrar l'obra d'enginyeria feta al segle XVIII per donar sortida a l'aigua que es quedava estancada formant un estany, fenomen que dona nom al poble. Aquesta obra va afavorir la millora de la salut dels habitants, ja que evitava que es donés el paludisme i altres malalties infeccioses. Consistia en la construcció d'uns canals amb un pendent suau però que permetés l'evacuació de l'aigua. El càlcul dels pendents el feien utilitzant la cana de Vic. Aquesta visita es va allargar més del que s'havia previst i no vam tenir temps de visitar el magnífic claustre de l'església de Santa Maria de l'Estany.

Al final del matí ens vam dirigir cap al cim del Puig Rodó, un dels punts utilitzats per Méchain per fer la triangulació i poder calcular la longitud de l'arc de meridià entre Dunkerque i Barcelona. Des d'aquest cim, Méchain va dur a terme els amidaments dels angles amb els cims del Puigsacalm, el Matagalls, Sant Jeroni de la Murtra (Montserrat) i el Turó d'en Galzeran (en aquella època, Mont-Matas).

Una mica més de quaranta persones, entre elles, l'alcalde de Moià, ens vam trobar al cim. Va ser un dels moments més emotius de la trobada. En els diferents parlaments que s'hi van fer es va posar en relleu l'immens esforç dut a terme per Méchain i Aragó a finals del segle XVIII i començaments del XIX, amb l'objectiu de superar els localismes i establir una unitat de mesura única i global. Es va

retre tot un homenatge a l'expedició per part de totes les associacions col·locant una placa commemorativa a dalt del Puig Rodó.



La història més sorprenent la va explicar en Bernat Ríos, sobre el seu viatge en bicicleta recorrent el meridià verd i visitant els mateixos paratges on els científics havien passat per fer el seu històric càlcul.

## Activitats amb ajut de la Societat

### Barcelona Weekend in Group Theory

Pep Burillo  
Universitat de Catalunya

Els Barcelona Weekend in Group Theory són una sèrie de workshops que organitzem anualment des del grup de recerca en teoria de grups de Barcelona. Des del seu inici, l'any 2006, s'han anat celebrant ininterrompudament cada any fins a la catorzena edició d'enguany, que va ser els dies 15 i 16 de març del 2019. El Weekend és un congrés de format reduït, amb una organització volgudament lleugera i el més simple possible. És obert a tothom, té un programa tancat decidit pels organitzadors i no calen ni inscripció ni pagament per assistir-hi: els participants gestionen i paguen ells mateixos les pròpies despeses, excepte les dels *speakers*, que van a càrrec del grup organitzador. D'altra banda, el programa és concentrat, amb xerrades únicament el divendres a la tarda i el dissabte al matí, amb la qual cosa s'aconsegueix una trobada simple però intensa, productiva i que causa la menor molèstia possible als participants, que poden viatjar a Barcelona un divendres al matí i marxar l'endemà a la tarda si els és necessari (o quedar-se el diumenge a

Per acabar, l'Anton Aubanell va dur a terme una activitat de joc de rol amb els assistents, que van viure l'experiència de ser un dels punts de la triangulació.

L'acte va ser un símil perfecte de la confluència entre totes tres associacions. Així com el meridià travessa les tres comunitats que hi havia representades, el treball per a la millora de l'educació matemàtica a les terres de parla catalana és l'objectiu comú —també únic i també global— que les uneix totes tres, una feina semblant a la que es va dur a terme a través de la històrica triangulació.

Tots aquells a qui els agradi el turisme matemàtic tenen en el cim del Puig Rodó d'un nou destí de fàcil accés per anar amb família o amics. Hi trobaran la placa commemorativa que hi vam deixar, que donarà per a parlar d'un capítol de la història de la ciència tan desconegut com apassionant.

Després del dinar la trobada es va donar per acabada. Es pot dir que va ser tot un èxit.

gaudir de Barcelona, com han fet molts durant aquests anys).

Aquestes catorze edicions del Barcelona Weekend in Group Theory han contribuït molt significativament a la consolidació de Barcelona com un punt important en el mapa internacional de la recerca en teoria de grups, la qual cosa ens ha donat, a la comunitat local, una creixent visibilitat i rellevància dels nostres resultats de recerca. A part de l'evident benefici que aporta al nostre grup de recerca, tot plegat també contribueix amb un granet més de sorra al bon nom i la reputació de què gaudeixen al món la nostra ciutat, Barcelona, i el nostre país, Catalunya

Enguany, al workshop hi van assistir una vintena de persones. Va constar de cinc xerrades, tres el divendres a la tarda a la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC i dues més el dissabte al matí a l'Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Manresa, també de la UPC. Les conferències van ser les següents:





- Brita Nucinkis (Royal Holloway, University of London): «An irrational slope Thompson's group»
- Dionysis Syrigos (Universitat de Southampton): «Min-set of an irreducible automorphism of a free product»
- Federico Berlai (Universitat del País Basc): «A combination theorem for hierarchically hyperbolic groups»
- Natàlia Castellana (Universitat Autònoma de Barcelona): «Stratification of the module category for homotopical groups»

- Ramón Flores (Universitat de Sevilla) «Growth of braid monoids and the partial theta function»

Com a fet especial, en aquesta edició, en acabar les xerrades de dissabte, vam portar tots els assistents a un dinar de caçotada, no en un restaurant normal, sinó en un d'aquests llocs on t'has de coure els caçots i la carn tu mateix. Val a dir que els assistents estrangers van quedar gratament sorpresos de l'experiència i del bon ambient que es va generar (amb trago de vi *obligatori* des d'un porró, objecte desconegut per a alguns d'ells!).

Volem agrair molt especialment el suport econòmic rebut de la Barcelona Graduate School of Mathematics (BGSMath) i de la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM) a través d'un petit ajut del Fons de Promoció d'Activitats. Aquest curs el Weekend no hauria estat possible sense aquests ajuts, a causa de la inusual i excessiva limitació, tant econòmica com burocràtica, del projecte del Ministeri amb què anualment solem sufragar les despeses d'aquest *workshop*.

## 7a Jornada d'Investigadors Predoctorals Interdisciplinària (JIPI)

Elena López Aymerich  
Membre organitzadora JIPI

El dilluns dia 4 de febrer d'aquest any es va celebrar la 7a edició de la Jornada d'Investigadors Predoctorals Interdisciplinària (JIPI). Va tenir lloc a l'escenari privilegiat del paranimf de l'Edifici Històric de la Universitat de Barcelona.

La JIPI és la principal trobada de doctorands i doctorandes provinents de tots els àmbits del coneixement que es fa a Catalunya. Aquesta jornada està íntegrament organitzada per i orientada a investigadors i investigadores predoctorals vinculats i vinculades a universitats, centres d'investigació i societats catalanes. La JIPI pretén ser una plataforma perquè aquest personal investigador pugui compartir i conèixer la recerca que es duu a terme actualment al nostre país. Tanmateix, la JIPI també busca tractar i debatre obertament i des de tots els punts de vista diferents temes d'actualitat que afecten els doctorands i doctorandes com a col·lectiu.

El principal eix conductor de la jornada és, doncs, compartir el coneixement generat pels

mateixos assistents. Ho poden fer mitjançant quatre sessions de breus xerrades (*flash talks*) i dues sessions de pòsters. Aquest cop, a diferència d'edicions anteriors, les sessions de xerrades no es van organitzar per blocs temàtics sinó que es va buscar la diversificació de temàtiques per tal de mostrar l'heterogeneïtat d'àmbits de recerca del personal investigador. És oportú mencionar que la llengua vehicular de la JIPI és l'anglès, donada la diversitat de nacionalitats dels assistents.

Intercalades a les xerrades i les sessions de pòsters, es van proposar altres activitats com ara dos tallers (*workshops*), duts a terme simultàniament en dos debats, i altres activitats que van permetre generar sinergies entre els assistents (la pausa del cafè i un *speed networking*). Les temàtiques seleccionades per als debats d'aquest any van ser diversitat en el doctorat, en què es van posar sobre la taula temes com el gènere, l'orientació sexual i l'origen, i el postdoctorat, en què es van

plantejar preguntes sobre el model actual i sobre les oportunitats que ofereix el fet de tenir un doctorat. Paral·lelament, els tallers es van orientar l'un a la salut mental durant el doctorat i l'altre a proporcionar eines per difondre el coneixement generat en tots els àmbits de la societat.



### La jornada en xifres

Amb un total de 368 inscripcions, enguany la jornada va ser tot un èxit i es va reafirmar com

a cita d'especial interès per als investigadors i investigadores predoctorals del nostre país.

Dels assistents a la jornada, més de 40 van sol·licitar presentar la seva investigació en forma de pòster i 81 en format *flash talk*, fet que va confirmar la proactivitat del col·lectiu per participar en actes com aquest. D'aquest total se'n van haver de seleccionar 44 per a les sessions *flash talk* repartides en quatre sessions, i 40 per als pòsters, repartits en dues franges horàries. Els doctorands i doctorandes també van tenir la clau en el repartiment de premis votant la millor xerrada de cada sessió i el millor pòster de la jornada.

La JIPI d'aquest any també va ser possible gràcies a la col·laboració d'un total de 27 entitats entre universitats, centres d'investigació i societats catalanes que van fer aportacions per a l'organització. Finalment, cal no oblidar la tasca duta a terme pels 12 membres de l'organització, que durant cinc mesos van preparar i fer possible la 7a edició de la JIPI.

## XI Jornada de l'Associació Catalana de GeoGebra; només em crec el que veig?

Pep Bujosa  
Membre organitzador

El dissabte 16 de febrer del 2019 vam celebrar al Campus de la Ciutadella de la Universitat Pompeu Fabra (UPF) la nostra XI Jornada de GeoGebra, amb el suport de la UPF i de la Societat Catalana de Matemàtiques. Un any més, després de l'acceptació que va tenir la mesura l'any passat, hem volgut concentrar totes les activitats en un sol dia, matí i tarda per, d'aquesta manera, afavorir els participants que venen de més lluny. També hem conservat l'estructura dels darrers anys, de tallers paral·lels, que va ser tan ben valorada en les enquestes.



Aquest va ser el programa:

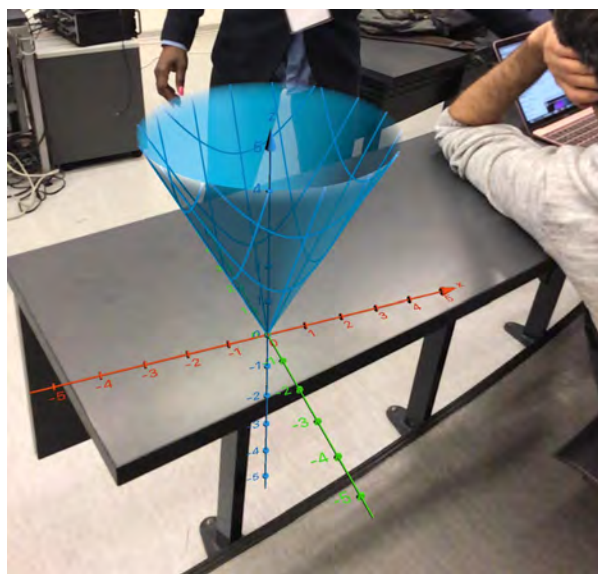
### Dissabte 17, matí

- Conferència: «GeoGebra AR: crear i manipular les matemàtiques amb la realitat augmentada», a càrrec de Mathieu Bloissier.

Des de fa uns mesos, GeoGebra arriba (quasi) al nivell del cinema de ciència-ficció i situa construccions matemàtiques 3D dins de l'entorn mateix de l'usuari. Amb l'ajut d'una tauleta o d'un telèfon mòbil, ara és possible visualitzar, en una sala d'estar o al bell mig d'una classe, els objectes matemàtics més variats com si existissin realment. En aquesta conferència el ponent va mostrar com GeoGebra ens proposa ara una interacció més avançada que permet al professor i a l'alumne manipular directament davant d'ell els sòlids o les superfícies matemàtiques que ha creat, com si fossin a sobre de la seva taula.

- Comunicació: «MoMaTre y GeoGebra», a càrrec de Tomás Recio (Instituto GeoGebra de Cantabria, projecte MoMaTre).

- Comunicació: «Aproximación al área de un segmento parabólico y a las medidas de un círculo», a càrrec de Jaione Abaurrea, Aitzol Lasa i Miguel R Wihelmi (Universitat Pública de Navarra).
- Comunicació: «GeoGebra per a construir», a càrrec de Josep Rey (MMAA).
- Taller: «Iniciació al GeoGebra (I)», a càrrec de Pep Bujosa.
- Taller: «GeoGebra entra en el aula», a càrrec d'Alejandro Gallardo.
- Taller: «Realitat augmentada», a càrrec d'Ivón Cárdenas.
- Taller: «STEAM i GeoGebra», a càrrec de Manel Martínez i Alba Blasco.
- Taller: «Resolució de problemes amb les eines de transformacions geomètriques del pla», a càrrec de Toni Gomà.



### Dissabte 17, tarda

- Conferència: «GeoGebra i Impressió 3D: de l'amor platònic a les primeres carícies», a càrrec de Joan Jareño i Sergi Muria (CESIRE-CREAMAT).

La impressió 3D ens ofereix moltes opcions per generar objectes que ens permetin treballar a l'aula amb materials manipulatius. Des de fa uns mesos GeoGebra ha incorporat la possibilitat de generar directament arxius de les construccions en format STL per poder-les imprimir amb aquesta tecnologia. Els ponents van mostrar diferents objectes i propostes d'activitats per aprofitar aquesta eina.

- Comunicació: «Using GeoGebra augmented reality to build and test 3D mathematical models of real world», a càrrec de Tim Brzezinski (Universitat Central de Connecticut), per videoconferència.
- Presentació de treballs de recerca: «Espirals i hèlixs al nostre voltant», a càrrec de Pau Canaletta (INS Vescomtat de Cabrera). Tutora: Meritxell Gispert.
- Presentació de treballs de recerca: «Disseny i creació d'un mosaic», a càrrec d'Estel Parés (INS Vescomtat de Cabrera). Tutora: Meritxell Gispert.
- Presentació de treballs de recerca: «Matemàtiques i dansa clàssica, una aproximació a la geometria tridimensional de superfícies i corbes mitjançant GeoGebra», a càrrec d'Eulàlia Arrizabalaga (INS Les Corts). Tutora: Anna Fuster.
- Taller: «Iniciació al GeoGebra (II)», a càrrec de Pep Bujosa.
- Taller: «Resolució de problemes amb GeoGebra 3D», a càrrec de Bernat Ancochea.
- Taller: «Gestió d'aula», a càrrec d'Albert Garcia.
- Taller: «Realitat augmentada», a càrrec d'Ivón Cárdenas.

Els comentaris que ens han fet arribar els participants han estat molt positius i ens animen a continuar endavant en la promoció d'aquesta eina fonamental per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.



### III Barcelona Analysis Conference (BAC19)

Carme Cascante

Comitè Organitzador, UB

Des del dia 25 fins al dia 28 de juny del 2019 es va celebrar a la Universitat de Barcelona la tercera edició del congrés Barcelona Analysis Conference (BAC19). Les edicions anteriors d'aquest congrés havien tingut lloc l'any 2006 i l'any 2016. La reunió ha estat organitzada pel Seminari d'Anàlisi de Barcelona, integrat pels diferents grups d'investigació en aquest camp de la Universitat de Barcelona, de la Universitat Autònoma de Barcelona i de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Els objectius principals del BAC19 són potenciar la investigació en anàlisi matemàtica, que a Catalunya té un gran prestigi científic; fomentar l'intercanvi de coneixements i resultats amb els investigadors més importants a escala internacional, i facilitar la divulgació dels últims avenços en el camp de l'anàlisi matemàtica. La reunió va adreçada de manera especial als joves investigadors, la participació dels quals es procura afavorir mitjançant beques d'inscripció i beques d'allotjament.



Els diferents grups d'investigació que componen el Seminari d'Anàlisi de Barcelona

s'engloben en les principals línies d'investigació que hi ha en anàlisi matemàtica i que són les que han tingut una major presència en el BAC19: anàlisi harmònica, anàlisi complexa, anàlisi real i funcional, teoria geomètrica de la mesura, teoria del senyal i EDPs.

El Comitè Científic ha estat presidit per Joaquim Ortega-Cerdà (Universitat de Barcelona) i format per Aline Bonami (Universitat d'Orleans), Juan J. Manfredi (Universitat de Pittsburg), Eero Saksman (Universitat d'Hèlsinki), Tatiana Toro (Universitat de Washington) i Luis Vega (Basque Center for Applied Mathematics). El Comitè ha proposat el llistat de conferenciants principals, format per investigadors de prestigi reconegut que han presentat els seus darrers resultats. S'ha afavorit la presència d'investigadors joves d'alt nivell científic.

Al BAC19 hi han assistit 130 participants d'arreu del món i l'estructura ha estat la següent:

- 15 conferències plenàries a càrrec dels matemàtics proposats pel Comitè Científic,
- 30 conferències curtes seleccionades per un comitè *ad hoc* d'entre un total de 70 sol·licituds,
- 19 pòsters.

Totes les sessions han tingut un grau elevat d'assistència i de participació i han estat valorades com a molt interessants per part del públic present.

El congrés BAC19 ha estat possible gràcies a la col·laboració de les institucions següents:

- Les universitats participants del Seminari d'Anàlisi de Barcelona (UB, UAB, UPC).
- El Centre de Recerca Matemàtica (CRM).
- L'Institut de Matemàtica de la UB (IMUB).
- La Barcelona Graduate School of Mathematics (BGSMath), a través del programa Excelencia María de Maeztu.
- Societat Catalana de Matemàtiques (SCM).



## Premis i convocatòries

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

Des de la *SCM/Notícies* volem felicitar molt cordialment tots els premiats següents:

### IEC i SCM

- El **premi Évariste Galois 2019**, concedit a un treball d'investigació, bibliogràfic o d'assaig sobre matemàtiques, es va atorgar a **Robert Cardona Aguilar** pel treball que porta per títol *Singular symplectic manifolds and integrable systems*. El jurat, format per Amadeu Delshams, Enric Nart i Marta Sanz-Sole, va valorar l'amplitud, qualitat i originalitat dels resultats obtinguts, en una etapa molt inicial de la seva formació com a investigador.



El jurat també va decidir atorgar un accèssit a **Clara Cufí Cabré** pel treball titulat *The parametrization method for invariant curves associated to parabolic points*. En aquest cas, el jurat va destacar la qualitat i aspectes originals en el contingut i la presentació de la memòria,



- El **premi Albert Dou 2018** va ser atorgat a **Jaume Coll Guerrero** (UAB) pel treball que porta per títol *Políedres i papiroflèxia modular*. Aquest premi va ser instituint per la Societat Catalana de Matemàtiques l'any 2010, té periodicitat biennal i s'ofereix a l'autor d'un treball que contribueixi a fer visible la importància de la matemàtica en el nostre món, a transmetre el coneixement matemàtic a un públic més ampli que els mateixos especialistes i a promoure tot el que pugui ajudar a l'extensió del prestigi de la matemàtica a la nostra societat.



- El **premi Emy Noether 2019**, destinat a premiar els millors treballs de fi de grau dels estudiants de matemàtiques de les universitats catalanes, es va concedir *ex aequo* als treballs *Renormalization in complex dynamics*, d'**Abel Hernández Ruiz**, estudiant del Grau en Matemàtiques de la UB, i *Teoria  $K$  per  $C$ -àlgebres: la successió exacta cíclica de sis termes*, d'**Eduard Vilalta Vila**, estudiant del Grau en Matemàtiques de la UAB.



El jurat també va decidir concedir una menció al treball *Càlcul del grup de Selmer en famílies de corbes el·líptiques*, de l'estudiant de la UAB **Sergi Burniol**.



Tots aquests premis van ser lliurats el 30 d'abril passat a la seu de l'IEC en l'acte d'entrega dels Premis Sant Jordi 2019.

### Fundació Ferran Sunyer i Balaguer

- El Patronat de la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer, en la reunió del dia 19 de març del 2019, va acordar concedir les **Borses Ferran Sunyer i Balaguer 2019** a:
- **Iván Bailera Martín** (UAB), per fer una estada d'un mes a la Universitat de Sevilla
- **Julia Calatayud** (UPV), per fer una estada de dos mesos al Laboratoire d'Informatique pour la Mécanique et les Sciences de l'Ingénieur (LIMSI), CNRS, Orsay, París.
- **Claudia Fanelli** (CRM/UPC), per fer una estada d'un mes a la Universitat de Cardiff.
- **Joan Gimeno** (UB), per fer una estada de dos mesos a la Universitat McGill.
- **Pietro Miraglio** (UPC/Universitat de Milà, Unimi), per fer una estada de dos mesos a la Universitat d'Austràlia Occidental.
- **Víctor Manuel Ortiz Sotomayor** (UPV), per fer una estada d'un mes a la Universitat de Florència.
- **Christoph Spiegel** (UPC), per fer una estada d'un mes a la Universitat d'Oxford.

I el **premi Matemàtiques i Societat 2019** a:

- **Albert Alemany Barber**, pel text i l'adaptació de l'obra *El misteri de Fermat*, a l'Almeria Teatre de Barcelona.

### Altres premis, beques i reconeixements

- Dijous 7 de juny el ple de l'Institut d'Estudis Catalans va acordar incorporar **Carme Calderer**, professora de matemàtiques de la Universitat de Minnesota, com a nova membre de la Secció de Ciències i Tecnologia.
- La Federació Espanyola de Societats de Professors de Matemàtiques (FESPM) va atorgar el XI premi Gonzalo Sánchez Vázquez als professors **Carme Burgués** i **Claudi Alsina**. En paraules de la FEEMCAT, que va ser la societat que els va proposar, «aquest premi reconeix i premia la tasca docent i els valors humans, l'entrega desinteressada, l'amor, l'esperit tolerant, la bona disposició, etc., cap als seus alumnes, companys, amics i, en general, cap a l'ensenyament de la matemàtica. És a dir, el magisteri en sentit ampli». El guardó els serà entregat durant les properes Jornades sobre l'Aprenentatge i l'Ensenyament de les Matemàtiques (JAEM), del 3 al 6 de juliol a la Corunya.
- Els professors de la FME-UPC **Eva Miranda** i **Xavier Cabré** han estat escollits, respectivament, conferenciant invitada i conferenciant plenari del 8è European Congress of Mathematics, que tindrà lloc l'any 2020 a Portorož (Eslovènia).
- **Xavier Ros-Oton**, doctor per la Universitat Politècnica de Catalunya, ha guanyat el Premi d'Investigació 2019 que atorga la Fundació Princesa de Girona i que va ser concedit el dimecres 27 de març del 2019. Aquest guardó es concedeix als investigadors joves més brillants de l'Estat. L'entitat va premiar el Xavier pel seu impacte en la teorització de les equacions en derivades parcials.
- **Marcel Guàrdia** (UPC), **Montserrat Guillen** (UB) i **Maria Teresa Martínez-Seara** (UPC) han rebut cadascun una de les 45 distincions ICREA-Acadèmia 2018. Aquestes distincions tenen com a finalitat impulsar i premiar l'excel·lència investigadora així com retenir el talent investigador dins del sistema universitari de Catalunya. Cada guardó està dotat amb 40.000 euros anuals durant el període 2019–2023

- En el marc de la Jornada d'Innovació Docent 2019, el professor **Agustí Raventós**, del Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma, va rebre el reconeixement a l'excel·lència de la seva trajectòria docent per part d'aquesta universitat.
- **Xavier Tolsa**, professor del Departament de Matemàtiques de la UAB, ha estat distingit a l'edició d'enguany dels Premis Rei Jaume I, en la categoria de recerca bàsica. Els guardons, que atorga la Fundació Rei Jaume I, van ser lliurats en una cerimònia institucional a la ciutat de València el 4 de juny. Aquests premis reconeixen la tasca destacada de persones que han desenvolupat la major part de la seva carrera a l'estat espanyol. El premi comporta, a més d'un diploma acreditatiu, la concessió de 100.000 euros destinats a invertir en recerca i innovació.
- **Sebastià Xambó**, professor emèrit de matemàtiques de la UPC, ha rebut la Medalla de la Reial Societat de Matemàtiques d'enguany (RSME 2019), que en destaca la trajectòria científica i acadèmica, el compromís amb la recerca i la divulgació i la projecció de la disciplina.
- **Joaquim Serra**, doctor i màster en Matemàtica Aplicada per la UPC, ha rebut el premi José Luis Rubio de França per la seva tasca com a investigador en àrees com la regularitat per a equacions en derivades parcials no locals, problemes de transició de fase i superfícies minimalis. Actualment és investigador a l'ETHZurich, on ha obtingut el prestigiós Ambizione Fellowship de la Swiss National Foundation i on treballa amb el professor Alessio Figalli, medalla Fields 2018.
- Divendres 10 de maig del 2019 es va resoldre la 16a edició del **premi Poincaré** en l'acte de lliurament de premis, celebrat a la sala d'actes de la Facultat de Matemàtiques de la UPC. Els treballs guanyadors van ser:
  - Primer premi: *La corba gamma*, de **Pau Redon**, Institut d'Allella.
  - Segon premi: *Interaccions gravitacionals. Estudi del PTCRC i perturbacions en els punts de Lagrange*, de **Pau Gil**, Maristes Montserrat de Lleida.
  - Tercer premi: *Las curvas elípticas y la criptografía*, de **Marc Burillo**, Col·legi Montserrat de Barcelona.

## Contribucions

### Sir Michael Atiyah, *in memoriam*

Sebastià Xambó-Descamps  
 Professor emèrit, Departament de Matemàtiques  
 Universitat Politècnica de Catalunya

L'objecte d'aquest escrit és aportar algunes apreciacions sobre la darrera dècada de la vida de Sir Michael F. Atiyah (MA). Les fonts principals són una extensa correspondència mantinguda per correu electrònic, les converses en diverses ocasions en què vam coincidir, els treballs que anava escrivint, particularment els que m'enviava quan encara s'estaven elaborant, i els que he pogut obtenir en els darrers cinc mesos.

No tractaré els esdeveniments de les dècades anteriors, de 1929 a 2008, perquè poc podria

afegir als materials publicats en l'ocasió de la investidura de MA com a doctor *honoris causa* per la UPC: [41] (*Laudatio*), [42] (Exposició de pòsters), i l'article [44] (*Butlletí*).

Tanmateix, és oportú afegir que el magnífic volum [40] aporta moltes precisions sobre un aspecte que en aquells documents només vaig poder esmentar tangencialment: el paper estel·lar de MA en les jornades de treball anuals (*Arbeitstagungen*) que Hirzebruch va organitzar a Bonn a partir de 1957. I a la inversa, «tantes idees noves van omplir l'atmosfera de



l'*Arbeitstagung* que la major part de la meua pròpia obra (i probablement la de moltes altres) va sorgir d'aquell context. Vam aprendre moltes coses noves de camps dispars i la fertilització creuada es va convertir en la norma», [30, pàgina 712].

Tampoc em referiré als obituaris apareguts des del seu traspàs el dia 11 de gener d'enguany, com ara [46] i els indicats en la seva bibliografia (incloent-hi [45]). Una excepció és [37], descobert durant la preparació d'aquest escrit, i del qual citaré unes breus consideracions al final.

### Una ment lluminosa matemàtica

Manllevo aquest títol de [32], que l'autor, Alain Connes, reforça amb «mai amortida». Encara que sigui des de la distància a la qual hom ha de contemplar les galàxies, trobo que és una apreciació justa i que aplaudeixo. Les línies que segueixen es poden llegir també com un ressò d'aquesta percepció.

L'any 2009 va ser molt especial. Del 24 al 27 de març se celebrà el II Congreso de Estudiantes de Física a la Facultat de Física de la Universitat de La Laguna (Tenerife). El promotor principal era Teodoro Roca Cortés, el degà, i la conferència inaugural, «Polyhedra in Geometry, Physics and Chemistry», fou impartida per MA.



Conferència inaugural del II Congreso de Estudiantes de Física (Universitat de La Laguna, 24/03/2009).

La bona fortuna va voler que m'invitessin a impartir la segona conferència, «Computació quàntica: ¿física-matemàtica o matemàtica-física?», derivada del treball de fi de carrera

de Juanjo Rué-Perna (2007) i que vam publicar posteriorment a [39]. Fou una ocasió en què l'Elionor i un servidor vam poder compartir uns dies amb els Atiyah, Michael i Lily, gaudint de l'hospitalitat de la Universitat de La Laguna, de la Facultat de Física, de l'Institut d'Astronomia i Astrofísica de Canàries i de l'Observatori del Teide.

Posteriorment, just un any després del doctorat *honoris causa* per la UPC, es va organitzar una conferència a Edimburg per celebrar el 80è aniversari de MA. Aquesta activitat està documentada a [36]. En particular, s'hi consignen els noms dels conferenciants (Edward Witten, Nigel Hitchin, Frances Kirwan, Mike Hopkins, Graeme Segal, Dusa McDuff, Paul Seidel, Curum Vafa, Simon Donaldson, Robert Dijkgraaf, Friedrich Hirzebruch) i s'hi apleguen enllaços a diversos materials produïts en aquella memorable ocasió. Fou per a mi un gran honor que un dels ingredients d'aquella celebració fos l'exposició dels pòsters [42].



Atiyah80+: Foto de grup (Thomas Koeppel). El personatge retratat en el quadre del fons a l'esquerra és de Peter Higgs. A l'esquerra es pot veure un bocí d'un dels pòsters [42].

Quan a finals de l'any 2009 vaig rebre les transparències de la conferència «Topology and Quantum Physics» que MA havia impartit el 14 de desembre en el centenari de la Universitat de Bristol, l'*alma mater* de Paul Dirac, vaig celebrar que al final invoqués Clifford després d'esmentar Hodge, Newton, Einstein i Weyl, més que res per ressonància amb una ampliació dels meus interessos produïda en la preparació de [43]. És per això que vaig gosar enviar-li aquest material «havent vist el paper de Clifford en les seves transparències». En la resposta em va corregir un parell d'errades



i afegí: «Vaig intentar buscar la tomba de Clifford a Funchal, però sense èxit, ja que em penso que, després de morir-hi, el seu cos fou retornat a Anglaterra, al cementiri de Highgate, on també reposa Karl Marx!». <sup>6</sup>

L'any següent, el 2010, MA fou invitat a impartir un cicle de tres conferències a Portugal (Braga, Coimbra, Porto) amb el suport de la Societat Portuguesa de Matemàtiques. En el cas de Braga, la visita estava programada del 15 al 18 d'abril en el marc de les Pedro Nunes Lectures i la directora del Centro de Matemática da Universidade do Minho, Paula Oliveira Marques, va promoure una exposició dels pòsters [42] que havia descobert a la meua web. Malauradament, la visita de MA es va haver de posposar a causa del caos produït en el transport aeri per l'erupció del volcà Eyjafjallajökull. Amb estoïcisme, en un missatge del 17 d'abril ho va resumir dient que «hom no pot discutir amb els volcans!». Així doncs, no vam poder gaudir de la seva companyia com en el cas de l'any anterior a Tenerife, però a part d'això la visita va resultar molt positiva. El cicle de conferències, ampliat amb Lisboa, es va poder celebrar uns mesos després.

### Volum 7 de l'obra reunida

El 85è aniversari de MA (22 d'abril del 2014) fou celebrat amb una conferència a la Universitat d'Oxford, aprofitant l'avinentsa de la publicació del setè volum dels seus *Collected works* [3]. Seguint la numeració establerta en els sis primers volums, aplega 32 articles, del 174 al 206. Els sis primers articles del volum són en col·laboració amb, respectivament, P. Sutcliffe [29], G. Segal [28], R. Dijkgraaf i N. Hitchin [19], G. Moore [27], N. Manton i B. Schroeders [25], i C. LeBrun [23]. Els resultats dels articles amb Segal i LeBrun són matemàtics, mentre que els focus dels altres quatre estan en diversos aspectes de les interaccions entre la geometria i la física.

El setè article (180) és una incursió, en col·laboració amb S. Zeki, O. Hulme i B. Roulston, i l'única en la seva obra, en l'estudi de determinats patrons de l'activitat del cervell humà presents en la visió.

<sup>6</sup> Segons la Wikipedia, «Clifford and his wife [Lucy Lane] are buried in London's Highgate Cemetery just north of the grave of Karl Marx, and near the graves of George Eliot and Herbert Spencer».

Tots els altres articles només porten la seva firma i responen a inquietuds o compromisos de diverses menes. Destaquen els articles dedicats a valorar l'impacte de diverses figures (Thom, Einstein, Riemann, Bott, Hitchin) i altrament tenen un caràcter d'assaig en què predominen les reflexions sobre filosofia de la recerca, sovint en el marc d'algun context històric concret.

Els articles 183 i 184 tenen una significació particular, ja que són transcripcions de les dues conferències que va impartir el 18 i 19 desembre del 2007 a Barcelona: [4] i [5]. La primera es va reproduir també en un volum sobre el llegat de Riemann editat per Lizhen Ji, Frans Oort i Shing-Tung Yau (*The legacy of Bernhard Riemann after one hundred and fifty years*, Advanced Lectures in Mathematics, volum 35, International Press, 2016).

### Publicacions 2014–2018

Apleguem aquí una breu notícia sobre els treballs publicats per MA després de l'aparició de CW7. El 2014 es van publicar les actes de la conferència celebrada el 2010 a l'Institut Henri Poincaré (París) sobre la resolució de la conjectura de Poincaré, amb la contribució [6]. També va aparèixer una pàgina de reminiscències sobre Solomon Lefschetz [7].

A [6] es prefiguren algunes de les idees que ocuparan l'atenció de MA en els propers anys, com ho indiquen les citacions següents (pàg. 1): «Sabem que la resolució de Perelman de la conjectura de Poincaré, combinada amb el brillant treball previ de William Thurston, forneix una comprensió essencialment completa de les 3-varietats compactes, i queda doncs com una frontissa entre la geometria clàssica de superfícies i l'emergent geometria en dimensió 4, que possiblement ocuparà els matemàtics (i físics) per molts anys de l'avenir». Després d'esmentar la relació de treballs de Donaldson, Jones i Witten amb «noves idees de la física», acaba amb el que qualifica com a «especulacions personals, arriscades però essencials per progressar», sobre les relacions entre la geometria i la física (pàgs. 5 i 6): «Einstein va estendre les tres dimensions de l'espai a un espai-temps de quatre dimensions, on la curvatura propor-

ciona la força gravitacional. Una idea deguda fonamentalment a Hermann Weyl mostra com una cinquena dimensió addicional incorpora el camp electromagnètic de Maxwell. Mentre que l'espai de cinc dimensions té una mètrica indefinida de signatura  $(4, 1)$ , podem ignorar el temps i obtenir una varietat riemanniana de quatre dimensions. Aquí la teoria de Donaldson és natural i em sento atret per la idea que els fenòmens que va descobrir han de tenir un paper clau en la física. Estic explorant el possible paper d'aquest tipus de 4-varietats riemannianes com a models de la matèria nuclear, en els quals la topologia es relacionarà directament amb la física». El retard de quatre anys en l'edició del volum on es troben aquestes reflexions fa que els primers fruits de l'esmentada exploració apareguessin abans: [25] (178 de CW7). En tot cas, veurem que MA va sostenir fins al final una mirada que s'atreveix a arriscar per tal de trobar avingudes per al progrés, «en un procés darwinian en què unes especulacions prosperen i d'altres minven en silenci».

L'article [21] estudia com tractar l'evolució temporal en els models estàtics de la matèria considerats a l'article [25] (178 de CW7), mentre que [9], inclòs en el volum dedicat a la memòria de F. Hirzebruch, exposa el teorema de la signatura de Hirzebruch i l'estén a determinades varietats amb singularitats còniques.

El tema dels models geomètrics de la matèria es torna a considerar a [26], i a [18] es considera amb molt detall el cas de l'heli. En aquests treballs s'afita el nombre d'isòtops que pot tenir un element químic. Per exemple, en el cas de l'hidrogen, el model del qual es deriva del pla projectiu complex, la fita és de nou isòtops, i val a dir que actualment, a més dels familiars deuteri i triti, s'han observat els de pesos atòmics de 4 fins a 7, tot i que tenen una vida mitjana extraordinàriament petita.

L'any 2017 va aparèixer [20], una excel·lent síntesi del propòsit i l'evolució de la teoria de twistors de R. Penrose. En particular, s'exposa una construcció elemental de l'espai de twistors i de quina manera la seva cohomologia serveix per codificar solucions de diverses equacions fonamentals de la física matemàtica. Tot i que només el trobo a l'arXiv, també és oportú esmentar [11]. Vaig rebre la versió que

considerava final el 3 de setembre del 2017, «molt recent», «sembla lleuger, però això és enganyós».

Pel que fa al darrer any de la seva vida, a [24] s'afirma que conté demostracions de les conjectures enunciades el 2002 a l'article [29]. Dissortadament, el MR es limita a consignar un parell de frases de l'*abstract*, incloent-hi que les demostracions són purament geomètriques (geometria relativista) i que es proporciona una interpretació física en termes d'electrons (física relativista). L'article també explica la llarga història dels problemes, formulats primer per l'espai euclidi ordinari, després per l'espai hiperbòlic de dimensió 3, i finalment per l'espai de Minkowski.

Mereix una menció especial l'article [16] en què exposa una «nova» demostració que l'esfera  $S^6$  no admet cap estructura complexa. Per al context, història i significació d'aquest problema (conegut com a *problema de Hopf*), vegeu [1]. El fet de referir-s'hi com una nova demostració prové del fet que la primera que va donar a conèixer, que podeu trobar a [8], no va convèncer «els nombrosos experts d'aquesta àrea», que van interpretar que la mancança principal era que «la condició d'integrabilitat de la suposada estructura complexa no apareixia enlloc». De fet, [16] té dues facetes, una de dirigida principalment als físics (§3) i una altra als matemàtics (§4). Malauradament, la recensió de MathSciNet es limita, tot i que va signada, a reproduir el sumari, que per cert acaba amb el que segurament podria resultar tenir més entitat: «Empro l'exemple de  $S^6$  per veure molts problemes de la física sota una nova llum. Espero que en el futur aquestes idees aportaran una perspectiva diferent, amb beneficis substancials en totes les àrees». El significat d'aquestes afirmacions es concreta en la secció de cloenda (§6). Tanmateix, la suposada nova demostració es redueix a nou línies i és força versemblant que també sigui considerada insuficient. Personalment, trobo atractiu el flux d'idees, però el meu coneixement de les matèries rellevants no arriba a poder veure amb claredat si és suficient. Aquí és obligat citar [34], en què suposadament es demostra, des d'un punt de vista més aviat físic, el contrari: que  $S^6$  admet estructures complexes, per bé que els arguments, segons s'explica a [1], no es consideren gaire convincents.

Tota l'activitat de MA durant el 2018, de la qual encara ens haurem d'ocupar a la propera secció, potser amaga que l'any fou molt difícil des d'un punt de vista personal, com ja ho havien estat els anteriors. El dia 13 de març del 2018, dos mesos i cinc dies després del 90è aniversari, moria la seva esposa, Lily Brown de soltera. La imatge és un detall de la contraportada de l'opuscle [14]: una foto del darrer aniversari de Lily Atiyah acompanyada d'un poema signat per **Michael**. S'havien casat el 1955, just abans de la primera visita de MA a l'IAS, i a [42] podeu trobar diverses imatges d'aquells temps primeverals. També podeu trobar detalls curiosos d'aquella època a la breu semblança [17] de W. L. Edge, un nom més dels que MA va tenir a bé fer-ne un breu retrat.



## Manuscrits amb cua

Del manuscrit [10], amb la promesa d'una breu demostració del teorema de Feit-Thompson (segons el qual tot grup finit d'ordre senar és resoluble), hi ha hagut molts comentaris, sovint simples aquiescències a crítiques que d'altres han emès a les xarxes socials. En aquest cas, però, trobo adient citar el magnífic article de Connes [32], tant pel seu positiu contingut matemàtic com per la sensibilitat de l'autor. Sincerament, em penso que no és inversemblant esperar una reacció d'una categoria similar pel que fa a l'article sobre el problema de Hopf (cf. [31]).

Una altra cosa són els manuscrits [13] i [15] (17 i 5 pàgines, respectivament). En vaig rebre còpies el dissabte 22 de setembre del 2018. Val a dir que en un missatge del 18 de setembre, enviat a una vintena de col·legues, adjuntava l'entrevista [33] (3 de maig de 2018) i comentava que «estableix bé la meua metafísica i pot ajudar als lectors a entendre els meus treballs més tècnics».

En constatar que els raonaments inicials de [15] no tenien el rigor matemàtic que usualment s'exigeix, no se'm va acudir altra cosa que intentar fer els càlculs indicats a la fórmula (8.11) de [13], ja que aquest article era la base de l'altre. Com que no em donaven res que s'assemblés al que s'havia d'esperar (l'invers del valor de la constant fina, és a dir, 137,036), el vaig escriure el diumenge per mirar d'assegurar que els nombres de Bernoulli d'ordre superior coincidien amb la definició usada en els meus càlculs. A més, el feia avinent, via un parell d'il·lustracions, d'algunes de les incoherències que havia apreciat. Em va escriure el mateix dia 23 que contestaria en tornar del Heidelberg Laureate Forum, que començava el dilluns 24. La resposta no va arribar mai, ni em va servir el vídeo de la conferència, repetint així l'episodi esdevingut amb algunes observacions que li havia plantejat un any abans, també en un to més aviat menor i indirecte, sobre els articles relatius a Feit-Thompson. Els dubtes van augmentar quan en calcular la seva fórmula (7.1), cosa fàcil amb els programaris a l'abast, s'obté un valor molt allunyat del que hauria de donar segons la fórmula (1.1).

Com en el cas de  $S^6$ , semblaria que de [10] en va publicar una altra versió, almenys parcial, a [22], que malauradament no he aconseguit trobar enlloc. Però durant la preparació d'aquest escrit he pogut obtenir [12], una mena de testament amb prou indicis per fer-se una idea de la situació, incloent-hi l'estatus dels manuscrits amb cua. El contingut no correspon a la conferència que va impartir el 6 d'agost a l'ICM-2018 de Rio de Janeiro amb el títol «The future of mathematical physics: new ideas in old bottles», dedicada a «resoldre l'enigma de la constant d'estructura fina  $\alpha$ » (*sic*, i és una pena que el vídeo a la web de l'ICM no arriba a deu minuts i que la seva baixa qualitat no permet entendre pràcticament res), sinó a un «intent per delinear un ampli programa que comença amb la constant d'estructura fina i apunta a la construcció d'una teoria de física aritmètica». L'origen d'aquesta decisió l'explica de la manera següent: «Durant l'ICM vaig escoltar moltes conferències brillants i vaig parlar amb moltes persones intel·ligents. Com a resultat, les meves idees van cristal·litzar i, en el llarg vol de tornada des de Rio fins a Frankfurt, van prendre forma final». L'origen

remot d'aquestes idees l'explica de la manera següent: «Un programa amb títol similar va ser presentat per Yuri Manin a Bonn el 1984. De fet, Manin no hi va poder assistir i li vaig presentar la seva conferència. Això em va donar l'oportunitat de suggerir que el programa de Manin era massa modest i que hauria de ser elevat del règim clàssic al règim quàntic amb espais de Hilbert al capdavant» (v. [2]) i [38]. Per resumir la seva concepció post-ICM de la física aritmètica (quàntica) recorre a un eslògan: essencialment és «la geometria algebraica sobre el cos dels quaternions», que reforça amb uns breus comentaris força tècnics per explicar com interpretar-lo.

Caldrà veure si aquesta darrera especulació és el cant metafísic d'un cigne o el portal d'entrada, com sembla que imaginava l'autor, a una nova era d'espendor en les relacions entre matemàtiques i física. El cert és que a l'ICM-2018, ocasió en la qual vam poder compartir moltes estones, aprofitava per aproximar-se a pràcticament tots els conferenciants per conversar-hi, sempre amb el seu estil directe i incisiu, invariablement amable, i també per parlar amb tothom que volgués saludar-lo. A les fotos podem apreciar dos moments de les seves animades converses, a l'esquerra amb un participant i a la dreta amb Ingrid Deaubechies.

«Els programes visionaris prenen dècades per madurar i 34 anys després [de Bonn 1984], en el vol del nou món a l'antic, el programa va revelar la seva veritable essència. El títol de la meva conferència «Abel» va adquirir de sobte un nou significat, amb ampolles substituïdes per continents» [12, pàgina 111].



### Converses sobre Catalunya

Sovint, en les converses o correspondència, va expressar interès per la nostra llengua. Per exemple, quan vaig traduir el seu discurs d'acceptació del doctorat *honoris causa*, em va comentar que «estudiant el text hauria de poder aprendre català». I quan li vaig enviar l'enllaç a un escrit que va sortir al full de

l'FME sobre l'acte d'investidura, va contestar: «El meu català està millorant». Més tard, en enviar-li l'opuscle en paper, ho va agrair i va afegir: «Hauré de posar al dia el meu català». I en acabar l'article [44], per al qual va atendre pacientment totes les preguntes que li vaig anar formulant, va contestar que tractaria de «Millorar el català» en una ocasió i va dir que esperava «Aprendre prou català per desxifrar-lo», en una altra.

El 14 de març del 2016 em va enviar un missatge preguntant-me si em semblaria bé organitzar amb ell un minisimposi sobre geometria i física a la segona reunió conjunta de la SCM i l'EMS (Societat Matemàtica d'Edimburg) prevista per a finals de setembre del 2017 a Edimburg. Naturalment ho vaig considerar un honor i vaig acceptar, i vaig suggerir que en aquesta ocasió fos la part escocesa, per reciprocitat amb la primera reunió conjunta el 2015 a Barcelona, la que tingué més protagonisme. Els dos conferenciants proposats des de la SCM van ser l'Ignasi Mundet, de la UB, i en Roger Casals, de l'MIT, i el títol de les seves conferències va satisfer a tothom: «Finite subgroups and Ham» i «Legendrians, mirror symmetry and topological strings», respectivament. Però al final ni MA ni jo mateix hi vam poder assistir. Ell, perquè a mitjans de juny del 2017 es va adonar que les dates se solapaven amb el seu «viatge anual a Heidelberg», i ho va delegar en José Figueroa-O'Farrill. I a mi tampoc em va ser possible, per diverses complicacions del mes de setembre, i vaig transferir la responsabilitat, amb acord de totes les parts, a l'Ignasi Mundet.

El 20 d'agost del 2017 va enviar un missatge de condolència: «Estic segur que tot Edimburg comparteix el dolor i la pena dels nostres col·legues de Barcelona. Tots hem estat a les Rambles». I afegia: «La concentració en les matemàtiques potser ajudarà a restaurar el senderi; aviat t'enviaré millors notícies», fent referència a dos articles que vaig rebre dues setmanes després ([10] i [11]).

També voldria incidir breument en la preocupació que va expressar per Catalunya, sobretot a partir de l'1-O. Un fil era el de les semblances i diferències entre Catalunya i Escòcia, i també paral·lelismes més llunyans, com l'Índia i Sud-àfrica. Una altra línia era si hi havia la possibilitat de mediacions per evitar la crisi. Va



començar amb una pregunta el dia 7 d'octubre: «Podria una figura prominent d'Escòcia, com ara el primer ministre Gordon Brown, actuar com a mediador?» I el dia 8 afegia: «Eestic preparat per ajudar utilitzant qualsevol influència que tingui a Escòcia», i comentava que es veia neutre políticament quant al doctorat *honoris causa* per la UPC i el nomenament com a soci d'honor de l'RSME. El problema, tal com el veia des d'aquí en aquelles circumstàncies, era com aconseguir un nom que el govern de Madrid pogués acceptar com a mediador. Un optimista com MA ho veia factible, fins i tot tenint-hi ell mateix un paper important. Crec que hi ajudava el crèdit que ell donava als relats dels mitjans de comunicació britànics, i em sabia greu haver d'expressar-li el meu escepticisme derivat de l'observació dels comportaments rígids i agressius de la maquinària de l'Estat, dominada per persones amb pocs escrúpols, i de la majoria de mitjans de comunicació. «Em complauria poder ajudar», repetia, i esmentava altres noms, com ara el del senador nord-americà George Mitchell (un libanès!), pel seu paper a Irlanda; el papa, argentí; Sir John Elliot, hispanista [clarament inclinat a la visió de Madrid, com es desprèn dels seus escrits], entre d'altres. Les converses van reflectir caires nous amb tots els esdeveniments produïts des de l'empresonament dels Jordis (16-O) fins a l'aplicació del 155 (27-O), amb la convocatòria d'eleccions per al 21 de desembre, i totes les conseqüències d'aquestes decisions. El 25 d'octubre vaig esmentar-li que potser Federico Mayor seria un bon suggeriment, ja que just havia parlat de la necessitat de diàleg en una visita a Barcelona. Hi va estar d'acord, i tot seguit li vam enviar un llarg missatge en tres etapes (25, 26 i 28 d'octubre) amb idees sobre possibles maneres de procedir, i una de central: la de garantir observadors internacionals neutrals de les eleccions. Malauradament, la resposta no va arribar fins al 2 de novembre i va ser diplomàticament evasiva. Això, el fet que Ian Murray (membre del Parlament laborista) assegurés que «a totes les votacions hi participen observadors internacionals», juntament amb la visió dels mitjans britànics, va refredar les converses. El 23 de desembre li vaig enviar la traducció a l'anglès del poema que David Jou m'havia enviat i que tan clarament expressava el sentiment de molts catalans sobre com veuen

la forma com es condueix l'estat. Va contestar el 24: «Catalunya ha ocupat molts dels meus pensaments dels darrers dies, i per això em va agradar el poema», però en certa manera va llegir els resultats de les eleccions com si els problemes haguessin entrat en una via de solució, acabant amb aquesta consideració: «Madrid haurà de parlar. Mediadors neutrals, potser de fora de la UE, com ara Sud-amèrica, podrien ser una solució per salvar la cara. Fes-me saber si puc ajudar».

Com he dit abans, l'any 2018 fou molt dur per a MA. En felicitar-lo pel 89è aniversari (22 d'abril), va contestar: «Vaig passar l'aniversari a l'hospital a causa d'una forta caiguda el 21 d'abril. Excepte un dolor agut, que es dissiparà lentament, m'han donat l'alta». En el mateix missatge em comunicava la mort recent de Lily, del seu germà Patrick, i del col·lega i amic Andrew Ranicki.

Vull acabar, com he dit al principi, amb unes citacions de [37]. La primera és la resposta de MA a la felicitació de Nadal de l'autor, Mynhyong Kim, que posa de manifest les aspres circumstàncies en què es trobava: «El teu missatge m'ha dut alegria nadalenca, ja que no m'he trobat bé i només puc treballar espasmòdicament». L'altra és la nota al peu de la primera pàgina, que possiblement expressa el sentir de molts: «Eestic d'acord amb l'escepticisme amb què es reben les seves afirmacions d'haver demostrat conjectures difícils. No obstant això, hi ha molts aspectes interessants en la seva visió unificada de les matemàtiques i la física». Finalment: «És difícil no quedar sorprès per les brillants idees que contenen tots els treballs de l'obra reunida [3], per no recórrer a les repeticions, i pel fet que cada volum conté un nombre substancial d'articles realment innovadors».

## Referències

- [1] I. Agricola, G. Bazzoni, O. Goertsches, P. Konstantis, and S. Rollenske, *On the history of the Hopf problem*, *Differential Geometry Applications* 57 (2018), 1–9, [arXiv:1708.01068](https://arxiv.org/abs/1708.01068).
- [2] M. Atiyah, *Commentary on the article of Manin*, in [35] (F. Hirzebruch, J. Schwermer, and S. Suter, eds.), 1985, «aquest

- comentari, una resposta molt personal a l'article de Manin [38], conté remarques molt generals i especulatives sobre amples àrees de les matemàtiques contemporànies», p. 103–109.
- [3] ———, *Collected Works*, 1988 (vols. 1-5), 2004 (vol. 6), 2014 (vol. 7).
- [4] ———, *Duality in Mathematics and Physics*, 2008, Transcripció de la conferència patrocinada pel CRM, l'IMUB i la FME i impartida a l'IMUB el 19 de desembre de 2007. Vegeu [47, pàgines 55-68].
- [5] ———, *Riemann's Influence in Geometry, Analysis and Number Theory*, 2008, Transcripció de la conferència impartida a l'FME el 18 de desembre de 2007. Vegeu [47, pàgines 69-91].
- [6] ———, *Geometry in 2, 3 and 4 dimensions*, The Poincaré Conjecture (J. Carlson, ed.), Clay Mathematics Proceedings, vol. 19, AMS/Clay Mathematics Institute, 2014, Proceedings of the Clay Research Conference «Resolution of the Poincaré Conjecture», Institut Henri Poincaré, June 8-9, 2010, p. 1–6.
- [7] ———, *Solomon Lefschetz and Mexico*, The Influence of Solomon Lefschetz in Geometry and Topology: 50 Years of Mathematics at CINVESTAV (L. Katzarkov, E. Lupercio, and F. J. Turrubiates, eds.), Contemporary Mathematics, vol. 621, AMS, 2014, p. 1.
- [8] ———, *The non-existent complex 6-sphere*, 2016, [arXiv:1610.09366](https://arxiv.org/abs/1610.09366). Segons [12], enviat al Journal of Geometry and Physics.
- [9] ———, *The Hirzebruch signature theorem for conical metrics*, Arbeitstagung Bonn 2013. In Memory of Friedrich Hirzebruch (W. Ballmann, C. Blohmann, G. Faltings, P. Teichner, and D. Zagier, eds.), Progress in Mathematics, núm. 319, Birkhäuser, 2016, p. 1–15.
- [10] ———, *Groups of odd order*, 2017, According to [12], submitted to Journal of Geometry and Physics.
- [11] ———, *Scalar curvature, flat Borromean rings, and the 3-body problem*, 2017, [arXiv:1709.01539](https://arxiv.org/abs/1709.01539).
- [12] ———, *Arithmetic Physics – Abel lecture*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians – Rio de Janeiro 2018, Vol. I (B. Syrakov, P. N. de Souza, and M. Viana, eds.), World Scientific, 2018, p. 111–119.
- [13] ———, *The fine structure constant*, 2018, Segons [12], pàg. 112, enviat als Proceedings A of the Royal Society. També anota que es va enviar a l'arXiv el 15 d'agost de 2018, però actualment no apareix en demanar la llista dels seus articles.
- [14] ———, *Lily Atiyah (Jan 8th 1928 – Mar 13th 2018)*, 2018, A celebration of Lily's life and work, Playfair Library, Edinburgh, July 20, 2018.
- [15] ———, *The Riemann hypothesis*, 2018, <http://vixra.org/pdf/1809.0481v1.pdf>. Cf. [https://en.wikipedia.org/wiki/Michael\\_Atiyah](https://en.wikipedia.org/wiki/Michael_Atiyah).
- [16] ———, *Understanding the 6-Dimensional Sphere*, Foundations of Mathematics and Physics One Century After Hilbert (J. Kouneiher, ed.), Springer, 2018, MR3822550, by S. Goethe. The Preface of the book is signed by M. Atiyah and J. Kouneiher, p. 129–134.
- [17] ———, *William Leonard Edge*, European Journal of Mathematics **4** (2018), núm. 1, 437–438, <https://link.springer.com/article/10.1007/s40879-018-0214-4>.
- [18] ———, *Geometric Models of Helium*, Modern Physics Letters A **32** (2917), núm. 14, 1750079, [arXiv:1703.02532](https://arxiv.org/abs/1703.02532). MR3645760.
- [19] M. Atiyah, R. Dijkgraaf, and N. Hitchin, *Geometry and Physics*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Ser. A **368** (2010), núm. 1914, 913–926.
- [20] M. Atiyah, M. Dunajski, and L. J. Mason, *Twistor theory at fifty: from contour integrals to twistor strings*, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical,

- Physical and Engineering Sciences **473** (2017), núm. 20170530, 30 p, [arXiv:1704.07464v2](#). MR3724608, by P. R. Law.
- [21] M. Atiyah, G. Franchetti, and B. J. Schroers, *Time evolution in a geometric model of a particle*, Journal of High Energy Physics **2015** (2015), núm. 2 (article 62), 16 pages, 16 p, [arXiv:1412.5915](#). MR3321401, by R. Arianrhod.
- [22] M. Atiyah and J. Kouneiher, *Todd function as weak analytic function*, 2018, <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219887819500919>.
- [23] M. Atiyah and C. Lebrun, *Curvature, cones and characteristic numbers*, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society **155** (2013), núm. 1, 13–37, MR3065256, by D. G. Harland.
- [24] M. Atiyah and J. Malkoun, *The relativistic geometry and dynamics of electrons*, Foundations of Physics **48** (2018), núm. 2, 199–208.
- [25] M. Atiyah, N. S. Manton, and B. J. Schroers, *Geometric models of matter*, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **468** (2012), núm. 2141, 1252–1279, MR2910348, by D. G. Harland. [arXiv:1108.5151](#).
- [26] M. Atiyah and M. Marcolli, *Anyons in geometric models of matter*, Journal of High Energy Physics **2017(7)** (2017), núm. Article 76, 26 p, [arXiv:1611.04047](#). MR3686722, from abstract.
- [27] M. Atiyah and G. W. Moore, *A shifted view of fundamental physics*, 2010, [arXiv:1009.3176](#).
- [28] M. Atiyah and G. Segal, *Twisted K-theory and Cohomology*, Inspired by S. S. Chern: A Memorial Volume in Honor of a Great Mathematician (P. A. Griffiths, ed.), Nakai Tracts in Mathematics, vol. 11, World Scientific Publishing, 2007, MR2307274, p. 5–43.
- [29] M. Atiyah and P. Sutcliffe, *Skyrmions, Instantons, Mass and Curvature*, Physics Letters B **605** (2005), 106–114.
- [30] M. Atiyah and D. Zagier (Coordinating Editors), *Friedrich Hirzebruch (1927-2012)*, Notices **61** (2014), núm. 7, 706–727.
- [31] R. L. Bryant, *S.-S. Chern’s study of almost-complex structures on the six-sphere*, 2014, [arXiv:1405.3405](#).
- [32] A. Connes, *On an idea of Michael Atiyah*, 2019, [arXiv:1901.10761](#).
- [33] J. A. de Azcárraga, *Sobre Matemáticas y Física: Una conversación con Sir Michael Atiyah*, Revista Española de Física **32** (2018), 32–38, <http://www.revistadefisica.es/index.php/ref/article/view/2457/1948>.
- [34] G. Etesi, *Complex structure on the six dimensional sphere from a spontaneous symmetry breaking*, Journal of Mathematical Physics **56** (2015), núm. 4, 043508, [arXiv:1509.02300v3](#) (2017).
- [35] F. Hirzebruch, J. Schwermer, and S. Suter (eds.), *Arbeitstagung Bonn 1984*, Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1985, Proceedings of the meeting held by the Max-Planck-Institut für Mathematik, Bonn, June 15-22, 1984.
- [36] ICMS, *Atiyah80: Geometry and Physics*, 2009, Conferència organitzada per l’*International Center for Mathematical Sciences* de la Universitat i la Real Societat d’Edimburg (20-22 abril, 2009): <https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/atiyah80.htm>.
- [37] M. Kim, *Michael Atiyah and the Mediterranean*, 2019, <http://people.maths.ox.ac.uk/kimm/papers/obituary.pdf>.
- [38] Yu. Manin, *New dimensions in geometry*, in [35] (F. Hirzebruch, J. Schwermer, and S. Suter, eds.), 1985, p. 59–101.
- [39] J. Rué and S. Xambó-Descamps, *Introducció matemàtica a la computació quàntica*, Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques **28** (2013), núm. 2, 183–231, <https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/Papers/QuantumComputing.html>.

- [40] W. Scharlau, *Das Glück, Mathematiker zu sein. Friedrich Hirzebruch un seine Zeit*, Springer, 2017.
- [41] S. Xambó-Descamps, *Laudatio de Sir Michael Atiyah*, 2008, vegeu l'opuscle publicat per la UPC en commemoració de l'acte d'investidura d'Atiyah com DHC. Conté, en annex, el text inclòs a la invitació a l'acte d'investidura, i la podeu trobar a <http://www-ma2.upc.edu/sxd/Atiyah/Laudatio-Atiyah.pdf>. Aquest material, junt amb el discurs de recepció d'Atiyah (també inclòs a l'opuscle esmentat), fou publicat en el número 25 de *SCM-Notícies*, 7–14, amb el títol «Sir Michael Atiyah, doctor *honoris causa*».
- [42] ———, *Sir Michael Atiyah. His Life and Work*, 2008, <https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/Atiyah/MFA-Vi0.html>.
- [43] S. Xambó-Descamps, *A Clifford perspective on Klein's geometry*. Conferència al simposi «Didactics of Mathematics as a Mathematical Discipline», Universitat de Madeira, Funchal, Portugal (1-4 Octubre, 2009), <https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/K2/K2-Xambo.pdf>.
- [44] S. Xambó-Descamps, *Sir Michael Atiyah. Vida i obra*, Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques 24 (2009), núm. 2, 137–208.
- [45] ———, *El somni de les matemàtiques*, 2019, La Vanguardia, 22 de gener de 2019: Sir Michael Francis Atiyah (1929–2019), matemàtic polifacètic i humanista.
- [46] ———, *Sir Michael F. Atiyah (1929–2019)*. Boletín electrónico de la SeMA, núm. 22, abril 2019, 66–75.
- [47] S. Xambó-Descamps (ed.), *Conferències FME 2007–2008. Volum Riemann*, 2008, [https://fme.upc.edu/ca/arxius/butlleti-digital/riemann/0708\\_volum\\_riemann.pdf](https://fme.upc.edu/ca/arxius/butlleti-digital/riemann/0708_volum_riemann.pdf).

## Fent camí cap al C<sup>2</sup>EM 2020

Cecilia Calvo i Antoni Vila

Coordinadors del Comitè Científic del C<sup>2</sup>EM 2020

El 13 de juliol del 2016, al paranimf de la Universitat de Barcelona es va cloure el segon Congrés Català d'Educació Matemàtica (C<sup>2</sup>EM 2016). Un dels moments rellevants d'aquesta cloenda va ser la lectura de les catorze conclusions, producte d'un procés participatiu de debat al voltant dels nuclis temàtics del congrés.

A partir d'allí, un grup de docents, organitzat en forma de comissió, va assumir l'encàrrec de registrar, difondre i impulsar actuacions i contextos que afavorissin l'evolució de l'educació matemàtica, entesa en un sentit ampli, en les direccions que assenyalaven aquestes conclusions (<http://c2em.feemcat.org/conclusions-c2em>).

La primera fase, encaminada cap a la identificació de mancances en relació amb les línies marcades per les conclusions i de demandes per part del col·lectiu docent, va portar a una

segona fase d'establiment i difusió d'unes línies d'impuls.



### Com cal abordar aquesta tasca d'impuls?

Assumint que aquestes línies d'impuls havien de ser rellevants, però a la vegada modestes i



viables, el seu establiment s'havia de produir a partir d'un treball intens però també reflexionat, col·laboratiu i, posteriorment, consensuat.

Amb aquesta finalitat, els dies 11 i 12 de juliol del 2018 es van dur a terme a Sant Jaume dels Domenys unes jornades que van convocar una trentena de docents, entre integrants de la Comissió i representants de les associacions de la Feemcat. A partir d'un treball previ individual, en aquella trobada es van combinar

sessions de petits grups (per buscar el detall i l'aprofundiment) amb sessions plenàries (per aconseguir el consens necessari en el redactat final), que van acabar amb l'elaboració d'un llistat de catorze línies d'impuls des de cinc perspectives: la selecció i gestió de pràctiques educatives, la millora de la imatge social de les matemàtiques, l'enriquiment professional, les xarxes com a eina d'intercanvi i l'actitud de canvi per a la millora (<http://c2em.feemcat.org/2258-2>).

#### LÍNIA D'IMPULS 1

Contribuir a la millora de la formació inicial del professorat i a estendre una cultura d'actualització científica i didàctica en educació matemàtica.

#### LÍNIA D'IMPULS 2

Incorporar noves modalitats de formació contínua en educació matemàtica.

#### LÍNIA D'IMPULS 3

Posar en valor el paper de les matemàtiques dins dels projectes, de les activitats STEAM i d'altres propostes de treball globalitzat.

#### LÍNIA D'IMPULS 4

Aplicar a l'aula resultats de recerca i innovació en educació matemàtica i potenciar la realització de noves investigacions properes a la realitat de les nostres aules.

#### LÍNIA D'IMPULS 5

Millorar la imatge social de les matemàtiques des de l'escola i des de les famílies.

#### LÍNIA D'IMPULS 6

Millorar la imatge de les matemàtiques des de tots els àmbits i per al conjunt de la societat.

#### LÍNIA D'IMPULS 7

Millorar la imatge social del professorat que ensenya matemàtiques.

#### LÍNIA D'IMPULS 8

Promoure els laboratoris de matemàtiques.

#### LÍNIA D'IMPULS 9

Impulsar estratègies per connectar ensenyants.

#### LÍNIA D'IMPULS 10

Acostar al professorat els materials que hi ha a la xarxa i fer-ne difusió.

#### LÍNIA D'IMPULS 11

Crear i mantenir xarxes de referents i formadors.

#### LÍNIA D'IMPULS 12

Eixamplar la base de les diferents xarxes dedicades a l'educació i la divulgació de les matemàtiques.

#### LÍNIA D'IMPULS 13

Aconseguir que cada vegada més professorat assumeixi la necessitat de millora i expandeixi la seva zona de confort.

#### LÍNIA D'IMPULS 14

Promoure l'entusiasme per les matemàtiques com un element definitori del docent i com a motor de l'aprenentatge de l'alumne.

Hi havia un acord total a admetre que disposar d'aquestes línies d'impuls, necessàriament genèriques, seria poc més que una declaració d'intencions si no anava acompanyat de concrecions. Per tant, el segon propòsit d'aquest equip va ser el d'exemplificar-les, associar unes primeres accions a cada línia i, en la mesura del que fos possible, assignar uns responsables del seu seguiment. Aquesta tasca

es va reprendre en una sessió de treball a finals de setembre del 2018.

Un altre acord era que la utilitat i l'eficàcia d'un document tancat, per molta exemplificació que inclogués i per molta difusió que se'n fes, serien escasses. Des d'aquesta premissa, es va assumir que calia endegar un treball en xarxa amb el propòsit de buscar tantes complicitats com fos possible, tant d'entitats i

organismes com de grups de treball i docents concrets. El treball en xarxa ja havia començat en la gènesi del procés, però la xarxa encara era molt petita.

Un primer front d'actuació eren els canals de difusió. Aquestes mateixes pàgines i els diferents articles publicats en revistes del nostre àmbit ja en són una mostra; però també podem parlar del lloc web del C<sup>2</sup>EM, del quadríptic que s'ha editat o de les presentacions en diferents trobades de professorat, amb especial esment a les Jornades Conjunes, una de les quals, a la seu de la SCM el setembre del 2017, i també la que està prevista per al setembre vinent, novament a la seu de la SCM, centrada en la línia d'impuls 3.

Entre altres línies d'actuació podem destacar l'estreta coordinació establerta amb quatre comissions de treball recentment creades en el si de la Feemcat (Formació, Coordinació d'Espais Web, Comunicació i Divulgació Matemàtica) per tal que els seus esforços convergeixin amb la tasca d'impuls. També mereixen un esment especial els tallers que s'estan duent a terme anualment des del curs 2016/17 en totes les jornades de les associacions de professorat de la Feemcat (APMCM, Ademgi, APaMMs, ABEAM i Lleimat), per donar a conèixer les línies d'impuls i les accions ja posades en marxa, i al mateix temps, donar espais perquè els assistents participin en l'impuls, i afavorir així una complicitat que porti a una implicació posterior, tant en l'àmbit personal com en el de

centre, en el de grups de treball o en el de zones geogràfiques.



### Fent camí cap al C<sup>2</sup>EM 2020

Les línies d'impuls, així com tot el treball previ i tot el treball en xarxa que comportarà la seva difusió, també tenen com a important finalitat preparar el camí per a la futura organització del proper Congrés Català d'Educació Matemàtica (C<sup>2</sup>EM 2020), que se celebrarà entre Reus i Tarragona els dies 7, 8 i 9 de juliol del 2020, d'una banda implicant i dinamitzant el professorat i, de l'altra, preparant el terreny per tal que el Comitè Científic pugui definir, amb tot l'encert possible, les línies de treball del Congrés.

Haurà estat un repte important, la valoració del qual es farà durant el Congrés, on ja ens citem tots plegats!

### Premi Évariste Galois 2019

Robert Cardona  
Universitat Politècnica de Catalunya

Aquest treball estudia i relaciona principalment dos camps: la geometria singular simplèctica i els sistemes integrables. Aquest darrer implica de manera molt directa diferents camps de les matemàtiques com ara els sistemes dinàmics, la física matemàtica i la geometria diferencial. Des de punt de vista de la física matemàtica els sistemes integrables són sistemes hamiltonians que es poden integrar usant quadratures. La geometria simplèctica és l'entorn geomètric on es formula la mecànica hamiltoniana, donada en forma

normal a  $\mathbb{R}^{2n}$  amb coordenades  $(q, p)$  per les equacions:

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} \end{cases},$$

on  $q$  son les posicions,  $p$  els moments i  $H$  el hamiltonià que governa el moviment. L'estructura simplèctica canònica associada a les equacions és la següent:

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^n dq_i \wedge dp_i.$$

En una varietat simplèctica qualsevol  $(M, \omega)$  tot entorn té la forma  $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$ . Un sistema integrable és un sistema hamiltonià que admet  $n-1$  integrals primeres addicionals. Un teorema clàssic i important en sistemes integrables és el teorema d'Arnold Liouville. Entre altres coses, implica que el conjunt de nivell de tot valor regular compacte del sistema  $F = (f_1 = H, \dots, f_n)$  és un tor de dimensió  $n$ . La demostració clàssica utilitza que el conjunt admet una acció de  $\mathbb{R}^n$  que quocienta per un grup discret d'isotropia. El primer resultat que presentem és una generalització d'un teorema de topologia diferencial: el teorema de Tischler. L'utilitzem per redemostrar que aquests conjunts regulars són tors d'una manera diferent i en certa manera dual: utilitzem l'existència d'unes certes formes diferencials en lloc d'usar l'acció de  $\mathbb{R}^n$ .

Ens interessem aleshores amb una generalització d'estructures simplèctiques suposant que admeten una singularitat transversa. És a dir, que la seva forma normal ara és:

$$\omega_f = q_1 dq_1 \wedge dp_1 + \sum_{i=2}^n dq_i \wedge dp_i.$$

Anomenem aquestes formes *estructures simplèctiques plegades*. En el context de la geometria simplèctica usual, un mètode molt utilitzat és el conegut *mètode del camí de Moser*, que té diverses implicacions i s'aplica en general a formes de volum. Així doncs, demostrem una generalització d'aquest mètode per a formes de volum amb singularitats transverses, en particular amb aplicació a estructures simplèctiques plegades en dimensió 2. Utilitzant un mètode de desingularització, relacionem les formes de volum amb singularitats transverses i les estructures de  $b$ -Nambu, que són formes de volum amb singularitat amb forma normal:

$$\Theta_N = \frac{1}{x_1} dx_1 \wedge dx_2 \cdots \wedge dx_n,$$

en una varietat de dimensió  $n$ . En particular, que dues estructures de  $b$ -Nambu equivalents es desingularitzen en dues formes de volum amb singularitats transverses equivalent, donant un teorema de compatibilitat.

Tornant a l'àmbit dels sistemes integrables, donem una definició particular de sistema

integrable en varietats simplèctiques plegades i demostrem un teorema de Liouville-Arnold complet per a aquests sistemes. També donem exemples i mètodes per generar exemples d'aquests sistemes integrables: en particular, a través de desingularització de sistemes  $b$ -integrables, i també generalitzant un aixecament al fibrat cotangent.

A l'última part del treball busquem relacions amb la física en dos àmbits: la mecànica celeste i la hidrodinàmica. Estudiem un exemple de col·lisió en el problema restringit dels tres cossos. Aquests problemes sempre s'estudien fent canvis adequats a les equacions deixant de banda l'estructura geomètrica. Presentem una anàlisi geomètrica d'aquesta estructura sota els canvis de coordenades usats per estudiar la col·lisió. Obtenim estructures amb singularitats, més generals que les presentades al primer capítol. Això indica la importància d'estudiar aquestes estructures.

En l'aplicació a la hidrodinàmica, la clau és la formulació geomètrica de les equacions d'Euler estacionàries en una varietat Riemaniàna  $(M, g)$  de qualsevol dimensió. Si denotem  $u$  el camp de velocitats d'un fluid ideal incompressible, i usant la forma dual a la mètrica  $\alpha = \iota_u g$ , les equacions s'escriuen:

$$\begin{cases} \iota_u d\alpha = -dB \\ d\iota_u \mu = 0 \end{cases},$$

on  $\mu$  és una forma de volum a  $M$ . La funció  $B$  s'anomena *funció de Bernoulli* i està relacionada amb la pressió del fluid  $P$  per la fórmula  $B = P + g(u, u)$ . Això permet estudiar aquests fluids en un context de geometria diferencial. Centrant-nos en el cas de dimensió 3, quan la funció de Bernoulli és no constant el camp  $u$  té una estructura molt semblant a la d'un sistema integrable en una varietat simplèctica. De fet, els conjunts on el fluid és regular estan fibrats per tors o cilindres de dimensió 2 de la següent manera. Existeix un conjunt de codimensió positiva  $C$  tal que cada component connex  $U_i$  de  $M \setminus C$  és de la forma  $U_i \cong T^2 \times I$  o bé  $U_i \cong I \times (I \times S^1)$  on  $I = [0, 1]$ . Aquest és el teorema estructural d'Arnold, i usant un teorema de Tischler refinat també en presentem una demostració alternativa. Finalment, i per relacionar-ho amb les estructures

amb singularitats del tipus pol (anomenades  $b$ -simplictiques), analitzem els conjunts singulars del fluid dins el conjunt  $C$ . Hi trobem de manera natural estructures  $b$ -simplictiques quan assumim que  $B$  és Morse-Bott. Aquestes són formes simplictiques que van a l'infinit

en una direcció quan s'acosten a una hipersuperfície i que desingularitzen en formes plegades. Així doncs, el treball fa aportacions a tots els àmbits esmentats al principi: sistemes dinàmics, geometria diferencial i física matemàtica.

## Conversa a dues bandes

### Joaquim i Maria Bruna

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

Des que vaig iniciar aquesta secció ja fa més de tres anys, sempre havia pensat que una bona conversa podria ser entre un pare/mare matemàtic i un fill o filla també matemàtic. Fa un parell o tres de mesos, la Maria Agualeles, companya de departament a la UdG, em va suggerir que ho proposés al Joaquim Bruna, catedràtic d'Anàlisi de la UAB, i a la seva filla Maria, graduada per la UPC, doctora en Matemàtica Aplicada per la Universitat d'Oxford i actualment *lecturer* al Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics (DAMTP) i *fellow* de Churchill College a la Universitat de Cambridge. Gràcies a les gestions de la Maria Agualeles, tots dos van acceptar la proposta ràpidament i vam decidir dur-la a terme durant l'estada que la Maria Bruna va fer aquest hivern al CRM.

**Joaquim:** Potser podem començar parlant de l'època en què anàveu a l'escola. Tu creus que la meva feina com a matemàtic es projectava en el dia a dia de casa?

**Maria:** El primer record de petita que em ve al cap de la teva feina és que passaves llargs períodes fora de casa. No entenia gaire bé el que hi feies, a banda de comprar-nos regals molt xulos que ningú a l'escola havia vist mai (sobretot els dels Estats Units).

**J:** Sí. Jo en aquella època passava una mitjana de tres mesos a l'any fora de casa... I, sense poder-nos comunicar via Skype com ara, es feia difícil.

**M:** D'altra banda, recordo que quan tu eres a casa, segurament hi eres present molt més que

altres pares. Per exemple, jo jugava a hoquei i recordo que podies venir a molts entrenaments i partits...

**J:** I tant! No em vaig perdre ni un partit!

**M:** A més, jo i el meu germà vam fer la primària a l'Escoleta, l'escola de la UAB i, per tant, no era estrany entre els companys de classe que el teu pare fos professor d'universitat...

**J:** El que crec que no feia era emportar-me la feina a casa i tancar-me al meu despatx...

**M:** És cert. En aquest sentit, recordo més la mare, que era (ara ja està jubilada) professora de matemàtiques de secundària, passar-se la tarda del diumenge corregint exàmens... Ara potser la feina del professor universitari ha canviat una mica; hi ha més administració, més burocràcia, i també més mitjans tecnològics que permeten treballar des de casa.

**J:** Dona... Què vol dir fer feina? Els matemàtics, de feina, en fem sempre. La recerca només es pot fer obsessivament. Quan tenim un problema, hi pensem tot el dia, encara que estiguem fent una altra cosa...

**M:** Però és cert que la teva recerca no la portaves a l'àmbit familiar. Jo no recordo mai parlar de matemàtiques a taula, a l'hora de sopar.

**J:** No. En aquells anys va ser més rellevant per a vosaltres la professió de la mare que la meva. Jo crec que només vaig anar una única vegada a les reunions de pares de l'escola... Però és que, sortosament, tu i els teus germans sempre heu estat bons estudiants, i autònoms!



Malgrat això, crec que m'he preocupat dels vostres estudis per sobre de la mitjana dels pares, però aquest fet és degut a ser ensenyant més que a ser matemàtic. A més, tots tres teníeu una activitat esportiva que crec que va ser un complement excepcional als estudis. Recordo més fer de xòfer els caps de setmana intensos d'hoquei que no pas ajudar-vos a fer els deures... D'això se n'encarregava més la mare. I el que sí que recordo és que l'any que vas fer la selectivitat et vaig acompanyar a veure el coordinador de Biotecnologia, ja que no tenies gens clar què volies estudiar.

**M:** És cert. Al batxillerat vaig fer repetidament aquells típics tests que et permeten saber quines són les teves inquietuds i les teves habilitats, i cada cop em sortia una cosa diferent! A mi m'agradava la medicina i també la tecnologia i, com que aquell any començaven els estudis de Biotecnologia a la UAB, era una de les opcions que em plantejava. També tenia al cap fer un *gap year* (això no us va fer cap gràcia!).

**J:** Aleshores, com que no tenies les coses gaire clares, jo et vaig aconsellar que fessis un grau generalista, com Enginyeria Industrial.

**M:** I aquesta vegada et vaig fer cas! Vaig començar industrials i el primer curs va ser tot un xoc. L'assignatura de matemàtiques era com tres cursos de matemàtiques condensats en un, i jo em vaig espantar una mica. A més, en aquella època jugava a hoquei a la lliga estatal amb companyes que eren semiprofessionals de l'esport. Això volia dir viatges cada quinze dies i jo carregada amb els llibres i els apunts... Però el canvi va ser a segon, quan ja estava més còmoda; vaig adonar-me que el que m'atreia més de totes les assignatures era la part de modelització que, a la majoria d'assignatures, es feia molt de pressa per poder arribar a completar el programa. Això va coincidir amb el fet que aquell curs el CFIS (que jo ja coneixia perquè el meu germà estava fent la doble titulació de Telecomunicacions i Matemàtiques) va oferir per primer cop el doble grau d'Enginyeria Industrial i Matemàtiques, i jo em vaig enganxar ràpidament a fer el segon curs d'aquesta nova titulació.

**J:** I en aquesta decisió jo sí que no hi vaig tenir cap paper!

**M:** Tens tota la raó. En aquest cas va ser més decisiu parlar amb el Josep Grané, el Pere

Pascual i la Marta València, que eren els professors que portaven el CFIS. Però ara, parlem de tu. Com vas decidir fer Matemàtiques, Ciències Exactes en aquell temps?

**J:** En aquella època era més senzill que ara. Essencialment només havies d'escollir si fer el selectiu de lletres, el de ciències o anar a l'escola d'enginyeria. El selectiu de ciències, per exemple, era un primer curs comú que feien tots els alumnes, tant si després estudiaves Matemàtiques, Químiques o Físiques. I abans del selectiu, cursaves el PREU, el curs de preparació, i feies una selectivitat, que tenia fama de molt dura, ja que la feien els catedràtics més antics de la universitat, que t'entrevistaven personalment. Recordo que el goig per les matemàtiques me'l va fer venir un professor justament del PREU i que després, quan em vaig examinar de selectivitat, a la prova de matemàtiques vaig treure un deu, tot i no haver anat a cap acadèmia com altres companys. Però, tot i això, a l'inici del selectiu, no tenia clar si em dedicaria a aquesta disciplina; crec que en aquella època pensava que faria Químiques. Vaig fer les assignatures de matemàtiques amb els doctors Vaqué i Teixidor. Em van anar molt bé i, segurament, això va fer que triés fer Matemàtiques, però no n'estava del tot convençut.



**M:** I creus que aquell sistema era millor o més flexible que el d'ara? Avui en dia, abans d'entrar a la universitat ja has de triar el grau, i després no és pas fàcil fer canvis, tal com passa als Estats Units.

**J:** A mi el que no m'agrada és aquesta inflació de graus que tenim ara; us fan triar prematurament. Però tornant al meu cas, he de dir que quan vaig triar fer Matemàtiques no sabia

ben bé el que eren i encara menys sabia que existia recerca en matemàtiques ni tenia cap referent matemàtic. Ara els joves trien amb més coneixement, molt més.

**M:** Malgrat que no en parlàvem gaire, a casa, sí que coneixia com era la teva feina. Però també crec que aquest fet no va tenir gens d'importància quan vaig decidir fer la doble titulació. A diferència d'altres companys que des de molt joves ja saben a què es volen dedicar de grans, jo ho he anat decidint any a any; durant molt de temps, de fet, vaig pensar que em dedicaria de manera professional a l'enginyeria.

**J:** Quan jo estudiava a la universitat (i crec que també tots els meus companys) ho feia perquè m'agradava, sense pensar gaire en les possibles sortides professionals. Ara, en canvi, hi penses constantment. Aleshores anaves passant cursos, tothom feia el CAP, que era el que et permetia després presentar-te a oposicions d'institut, els nois ens trobàvem amb l'entrebanc de la mili i, sense gairebé adonar-te'n, et presentaves al final de cinquè. En aquells anys, la carrera durava cinc anys i no quatre. Un cop vaig acabar la carrera, vaig tenir l'oportunitat de ser professor ajudant a la UB i també a la UAB amb el professor Cerdà; vaig escollir aquesta darrera opció per diferents motius: jo tenia ganes de canviar, la UAB era una universitat més jove, tot estava gairebé per fer i també era més catalanista.

**M:** Vas ser professor ajudant mentre estudiaves per a la tesi?

**J:** Sí. I una gran diferència respecte a avui en dia és que en aquell temps els ajudants que fèiem la tesi teníem vuit o nou hores de classe de problemes de tres o quatre assignatures diferents.

**M:** Llavors volia dir que tenies una millor base de diferents temes.

**J:** Sí, potser sí. El que sí que recordo és que quan feia la tesi a la UAB hi havia molt bon ambient, tot creixia, tot estava per fer... Estem parlant del 1976, 1977. Per exemple, tots els membres del departament anàvem a dinar junts i ens jugàvem el cafè al pòquer. La veritat que el període de la tesi va ser dur perquè tenia moltes classes, però m'ho vaig passar molt bé.

**M:** I no vas pensar mai a anar a fer el doctorat als Estats Units?

**J:** No, no era possible. Vaja, no m'ho vaig plantejar mai. El que sí que va ser bastant general a la meva generació va ser fer la formació postdoctoral a l'estranger. Això va ser possible gràcies al fet que els nostres mentors ja tenien relacions a l'estranger. Per exemple, jo vaig acabar fent la tesi en anàlisi clàssica amb el professor Cerdà i ell em va posar en contacte amb el professor Malliavin, amb qui vaig fer el primer postdoc. Després en vaig fer un altre als Estats Units.

**M:** I recordes si aquest tema el vas tractar amb els teus pares?

**J:** Esclar que no! El meu pare era pèrit elèctric, li agradava que jo fos científic. I més encara que hagués estudiat Exactes, que, en aquella època, et donava una certa aurèola especial, d'haver fet una cosa difícilíssima. Pel que fa a temàtica, es pot dir que la meva tesi era una mica en la línia del Ferran Sunyer i Balaguer. Ara bé, ràpidament em vaig adonar que el que havia fet estava bé però ja no era un tema d'actualitat. I com que sempre he estat bastant tastaolletes, vaig fer coses de teoria de funcions, anàlisi harmònica, de diverses variables complexes, d'anàlisi global en varietats...

**M:** I acabada la tesi ja vas tenir clar que et dedicaries a ser matemàtic professional a la universitat?

**J:** Sí. En aquella època no era com ara, era més fàcil. Un cop acabada la tesi, gairebé de manera natural et presentaves a algun concurs per obtenir una plaça fixa. De fet, acabada la tesi, vaig estar un parell d'anys com a adjunt interí i, llavors, vaig guanyar una plaça d'agregat a Sevilla. Però no m'hi vaig incorporar, ja que a la persona a la qual jo vaig guanyar la plaça la van contractar a la UAB; ell va continuar fent classes a Sevilla i cobrant d'aquí i jo fent classes aquí i cobrant d'allà. Això va durar només un curs, ja que llavors vaig guanyar una plaça de trasllat i ja em vaig quedar a l'Autònoma. Jo devia tenir 27 anys, era de la generació posterior a la de l'Agustí Raventós i del Jaume Llibre, Pere Menal, etc.; tots vam fer un itinerari semblant. Un cop vaig ser agregat, vaig continuar fent petites estades a França i als Estats Units. Com ja t'he dit abans, a la nostra generació fèiem moltes estades fora; també, segurament, vam ser la primera que va començar a publicar

de manera regular en revistes estrangeres. Jo recordo amb molta simpatia una festa que vam fer aquí a l'Autònoma perquè al Pere Menal, en pau descansi, o a l'Agustí Reventós, ara no ho recordo exactament, li van publicar un article en una revista de prestigi. Ara això semblaria ridícul, tot ha canviat a millor.

**M:** Tornant a les teves estades a l'estranger, era fàcil el canvi de viure aquí a anar-se'n, per exemple, a París?

**J:** No, era duríssim. Primer aquell Talgo depriment tota la nit i, després, aquella sensació d'estar radicalment sol a París. Jo vaig anar a França perquè en Malliavin em va enviar una carta en què em convidava a anar-hi, cosa que em va permetre rebre un ajut del consolat francès. Però quan vaig arribar allà vaig estar deu dies picant toc, toc a la seva porta fins que a l'onzè el vaig trobar. I, llavors, em va dir quatre coses i apa, *à la prochaîne!*

**M:** I després va venir l'estada americana d'un curs, que ja hi vam anar tota la família.

**J:** Sí, la mare va demanar un permís i vam poder marxar tots. D'aquell període recordo que em vaig adonar que tenia molta més cultura matemàtica que la majoria dels altres postdocs. Suposo que això era degut al fet que aquí es continuava fent una matemàtica més tancada en si mateixa, més enciclopèdica. En contrapartida, jo no vaig veure cap aplicació de les matemàtiques mentre estudiava la carrera. Ara tot això ha canviat; hi ha molta més interdisciplinarietat i s'estudien més aplicacions, però també hi ha continguts que nosaltres estudiàvem en els primers cursos i ara no es veuen ni en els cursos de doctorat. Va en els dos sentits: jo no vaig fer cap simulació per ordinador, és més, no coneixia ni el concepte de simulació. I això és un punt feble de la meva formació.

**M:** I creus que el fet que el meu germà i jo hàgim fet dobles graus o la nostra recerca posterior ha modificat una mica la teva visió de fer matemàtiques?

**J:** Sí. La veritat és que jo vaig seguir poc els vostres estudis, però sí, afortunadament els plans d'estudi han anat a millor. Hi ha temes com les equacions diferencials que són immutables, però amb d'altres que cursàveu i que per a mi eren nous, com la matemàtica

discreta, sí que reconec que em causava un sentiment de voler-ne saber més. El que sí que he seguit més són els vostres treballs de recerca posteriors; intento entendre'ls, però hi veig un plantejament diferent. Per exemple, el teu objectiu no és demostrar teoremes sinó posar l'èmfasi en la modelització de quelcom, i si s'han de fer matemàtiques per desenvolupar el model, es fan. És una matemàtica més propera als models. Jo, en els meus inicis, vaig fer una recerca dura completament allunyada de les aplicacions.

**M:** Però això en un cert moment va canviar, oi?

**J:** Sí, cap a l'any 1998 va haver-hi un punt d'inflexió important en la meua carrera, en dos aspectes. En un primer, vaig tenir la impressió que m'estava repetint. Si volia, podia fer un article nou per al mes següent, però m'avorria. Un dia em vaig despertar preguntant-me quin sentit tenia, tot això, i, aleshores, va ser el moment que vaig començar a preocupar-me per altres temes. Jo vaig treballar uns anys en anàlisi harmònica i, principalment, en diverses variables complexes, amb prou èxit, però cap al 98 tenia el sentiment que aquest era un camp esgotat. Bé, no esgotat però els problemes que quedaven per provar eren duríssims i jo no en sabia prou. Aleshores vaig fer un canvi radical i em vaig posar en contacte amb la gent de l'Yves Meyer que feien onetes; certament, és anàlisi harmònica, sí, però amb una finalitat més aplicada. Més recentment, també he fet coses de matemàtica industrial i, de fet, tinc una patent en explotació.

**M:** I el segon aspecte d'aquest canvi quin va ser?

**J:** Vaig començar a fer gestió, vaig ser director del departament i vaig repetir. Crec que vaig ser el primer director que va repetir mandat! I un dels objectius que ens vam plantejar amb altra gent va ser obrir el departament a fer coses de tipus més aplicat. Vam fer un canvi de pla d'estudis, vam introduir les mencions, vam obrir un servei de consultoria per empreses, vam entrar a l'European Consortium for Mathematics and Industry, vam començar a pensar la doble titulació Física-Matemàtiques, etc. En resum, vam entrar en contacte amb tot aquest món un xic més aplicat. Després vaig fer gestió a l'AQU, al ministeri, en el projecte Consolider,

a l'ICM 2006 i més recentment vuit anys al CRM.

**M:** No sé si tot això va influir amb l'orientació professional o els camins que hem pres després el meu germà Joan i jo?

**J:** En el cas del teu germà segurament sí, ja que jo li vaig recomanar que anés a fer el màster a l'ENS de Cachan, a França, a treballar amb tota la colla del Meyer, Mallat, Morel, etc. I va fer-me cas! Però crec que no vaig influir gens en la teva tria.

**M:** És cert. Jo volia anar a l'estranger a fer el projecte final de carrera i la Marta València, des del CFIS, em va posar en contacte amb la Maria Agualeles, que estava fent la tesi a Oxford. Em va agradar i m'hi vaig quedar.

**J:** Sí. A mi em va agradar molt que anessis a l'Oxford Centre for Industrial and Applied Mathematics (OCIAM), on hi havia la Hillary Ockendon, a qui jo ja coneixia d'abans. Que tu i el teu germà seguíssiu aquesta línia més aplicada m'ha semblat sempre molt bé. Ara, també he de dir que quan llegeixo un dels teus articles, profundament, profundament, no l'entenc. I si ho faig amb un del teu germà ja ni en parlem!

**M:** És clar que la forma, l'estil i els objectius dels meus articles estan molt allunyats dels articles que tu publicaves en el teu període post-doctoral. Però potser encara veig diferències més marcades en el context investigador actual comparat amb el de la teva època que explicaves abans, d'una evolució natural, lineal, si vols dir-ne així. Ara el que faràs de manera immediata, on aniràs, continuaràs en aquesta professió o canviaràs, t'ho plantejges contínuament. A més, quan ets mare tot es complica més. Jo, per exemple, ara he estat uns mesos de baixa per maternitat, però no he deixat del tot la recerca, ja que tens la sensació que si perds el ritme del teu grup de recerca, després ja no el podràs recuperar. No sé, jo crec que ara la gestió del temps i la presa de decisions en el nostre àmbit professional són molt més complexes que abans...

**J:** I tant! Ara tot és més competitiu. Però hi ha una altra diferència i és aquesta idea de pertànyer a un grup de recerca. Jo he estat un individualista total. Esclar que he tingut els amics i els companys, però aquesta idea de

planificar la recerca de manera global, com a grup, jo no l'he tinguda ni l'he impulsada mai.

**M:** Esclar, això fa, tal com explicaves abans, que fos més fàcil canviar radicalment de tema de recerca d'un dia per l'altre. Ara tindries dos o tres predocs i dos o tres postdocs que ho fariem més complicat, ja que no els podries deixar.

**J:** No sé què dir-te. Jo he tingut dotze alumnes de doctorat i no he tingut la sensació que això no em permetés fer recerca en diversos temes. El que sí que és veritat és que tenir una plaça de funcionari et dona una llibertat que vosaltres ara no teniu. I també crec que els matemàtics, en general, aquesta llibertat és un bé que valorem moltíssim quan fem recerca.

**M:** Jo veig que, per exemple, a Oxford es funciona d'una altra manera. Hi ha uns interessos estratègics clars pel que fa a la recerca i tot el grup va en la mateixa direcció. És cert que perds part de la teva llibertat, però també et sents més acollit pel grup.

**J:** I una altra diferència és el binomi recerca-ensenyament o, més ben dit, el trinomi recerca-docència-gestió. Per exemple, crec que tu no has impartit mai classes reglades o no has estat mai responsable d'una assignatura. Ara es pot fer recerca full-time, i això era impensable, abans...

**M:** Però no tinc clar que això sigui un avantatge. El fet de no fer classe de matemàtiques de manera regular et fa perdre base matemàtica.

**J:** Jo també opino que per fer recerca és millor fer docència al mateix temps...

**M:** A més, ara amb tot aquest auge de la matemàtica aplicada, que està molt bé, esclar, t'adones que, en certa manera, també es perd una mica l'essència de la matemàtica.

**J:** Sí, potser es perd una essència i se'n descobreix una altra. Però compte, que aquí el terme matemàtica aplicada s'utilitza de manera diferent que a altres llocs del món. De la matemàtica aplicada en el món anglosaxó en diuen matemàtica industrial. Hi ha un problema concret d'interès industrial, es fa un model matemàtic, amb matemàtica nova o vella, es desenvolupa i se n'extreuen conseqüències. I s'ha de reconèixer que d'aquesta manera de fer no n'ensenyem gaire. D'altra banda, crec que els matemàtics tendim a pensar que de



matemàtiques només en fem nosaltres, que en tenim l'exclusiva, i això és un gran error: els enginyers i altres titulats també en fan. També s'ha de dir que no hi ha els mateixos estàndards de qualitat en disciplines on es treballa des de fa segles que en d'altres de creació més recent. Per exemple, la biologia matemàtica ha aparegut perquè a la biologia tot s'ha quantificat, i està molt bé, però segurament en aquest camp no es té tan clar què és un bon paper, com per exemple, en teoria de nombres. És a dir, els camps nous s'han d'estandarditzar i, mentrestant, hi ha el perill o la possibilitat de vendre fum. En definitiva, que això de l'essència de les matemàtiques no té una definició universalment acceptada.

**M:** I, aleshores, què proposes que s'ha de fer?

**J:** Interpreto que m'ho preguntes des del punt de vista de la docència. Jo crec que s'ha de tendir a un equilibri. Per exemple, aquí al departament hem fet un pla d'estudis esglaonat, on primer s'han de fer unes assignatures bàsiques i obligatòries, que ensenyen a raonar matemàticament, per poder aprendre després altres continguts. Però no a tot arreu es fa així: hi ha llocs al món on primer es fa el model i, després, ja s'estudien les matemàtiques necessàries per analitzar-lo.

**M:** Hi estic d'acord, però si anem a un nivell més educatiu, més primari, ara a moltes escoles de Catalunya ja es treballa per projectes que és, en certa manera, aquesta altra manera de fer. Tu presentes un problema i després estudies totes les matemàtiques al voltant d'aquest problema. I potser aviat aquesta manera de presentar les matèries es traslladi a la universitat.

**J:** Jo crec que, com totes les coses, la solució sempre és a mig camí. S'han de fer bé unes assignatures bàsiques d'àlgebra i de càlcul, però explicant bé per què s'explica allò i no una altra cosa. I sí, per fer això, segurament la millor manera és prendre un model i desenvolupar-lo, però sense perdre el rigor matemàtic. I és veritat que fer un curs així costa més que repetir el curs estàndard que has fet el curs anterior. Innovar per fer un ensenyament més interdisciplinari requereix un esforç considerable. Jo crec que aquest esforç, amb més o menys intensitat, s'ha fet en els tres graus de Matemàtiques que s'ofereixen a Catalunya, que són molt millors que el que jo vaig estudiar.

I ara estem, de fet, en un moment envejable per a altres professions.

**M:** I tant! Però, tot i això, jo crec que als matemàtics encara ens costa molt, moltíssim vendre'ns, comunicar-nos amb els mitjans de comunicació.

**J:** Tens tota la raó. Però hi ha pocs col·lectius que s'esforcin tant com nosaltres per aconseguir-ho; ara que, potser, no ho fem de la manera més eficaç. El Cangur, els Dissabtes de les Matemàtiques, el Matefest, etc.: fem moltes coses per mostrar que les matemàtiques són útils a la societat, però el rendiment potser no és proporcional als esforços que hi posem.

I quines diferències hi veus, entre els graus de Matemàtiques d'aquí i els del Regne Unit? S'ensenya d'una altra manera?

**M:** Personalment jo només puc parlar d'Oxford, on l'ensenyament és molt diferent del de Catalunya però no és representatiu del Regne Unit. A Oxford i a Cambridge un estudiant de Matemàtiques fa molt poques hores de classe magistral al departament (16 hores per cada matèria trimestral, i només hi ha dos trimestres de classes!), però això ho complementen amb moltes hores de treball individual i tutories setmanals al College amb un professor per cada dos estudiants, on repassen els nous conceptes i discuteixen problemes bàsics o més avançats segons el nivell de la parella d'estudiants. El tercer trimestre (sense gairebé cap classe) està també reservat a l'estudi individual i la preparació dels exàmens. Aquest ensenyament personalitzat (que es poden permetre perquè tenen menys de deu estudiants per cada membre de professorat) i el temps que tenen per assimilar els continguts fa que surtin molt ben preparats per aplicar els conceptes fora del context tradicional. D'altra banda, les poques hores de classe impliquen que fan moltes menys matèries obligatòries que aquí: ja a segon, la majoria de matèries són opcionals (per exemple, topologia o geometria són opcionals tant com ho són mecànica de fluids o teoria quàntica). I això crea opinions molt fortes entre el professorat, a favor i en contra, com a tot arreu, m'imagino! Però des del punt de vista d'estudiant de màster, a mi em va encantar tenir tanta tria de matèries, des de modelització matemàtica passant per biologia matemàtica fins a anàlisi complexa aplicada. Tant que, tot

i haver anat a Oxford per fer un màster d'un any, només, m'hi vaig quedar a fer el doctorat.

Arribats a aquest punt, l'alarma del telèfon va sonar i van donar per acabada la conversa. Feia més d'una hora i mitja que parlàvem i la Maria encara havia de fer moltes coses abans de tornar cap a Oxford l'endemà.

Mentre jo els demanava que es posessin a prop de la pissarra del despatx per poder fer la fotografia que apareix en aquesta entrevista, tots dos reconeixien que segurament mai havien estat tant de temps parlant junts en aquell lloc!

Maria i Joaquim, moltes, moltes gràcies!!!

## La pregunta de la *SCM/Notícies*

### Quins avantatges i quins inconvenients has trobat en la teva tasca docent com a professor de matemàtiques pel fet de no ser llicenciat o graduat en Matemàtiques?

Iolanda Guevara i Albert Avinyó

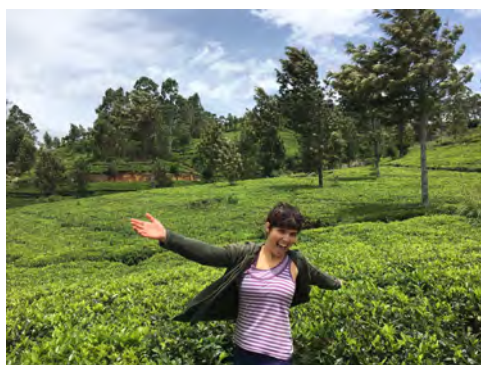
Quan es parla de l'ensenyament de les matemàtiques en l'àmbit de secundària gairebé sempre surten dos temes. El primer, i al qual vam dedicar aquesta mateixa secció de la *SCM/Notícies* 43, és el poc interès dels graduats recents en Matemàtiques per seguir la via professional de la docència als instituts. El segon tema, en part conseqüència del primer, és la gran quantitat de professors de matemàtiques de secundària que no són llicenciats

o graduats en aquesta disciplina. També val a dir que, tot sovint, aquesta segona qüestió dona lloc a comentaris generalistes potser no del tot encertats. Per demostrar aquesta darrera opinió, en aquesta secció volem mostrar el cas de cinc professors de secundària, cap d'ells llicenciat o graduat en Matemàtiques, però, tal com es dedueix dels seus escrits, tots ells professors de matemàtiques que estimen, i molt, la seva feina.

#### Aina Bosch Collell

#### Enginyera Industrial. Institut Jaume Vicens Vives, Girona

Em dic Aina i tinc 27 anys. Aquest que estem a punt d'acabar és el meu segon curs com a professora de matemàtiques a l'institut públic Jaume Vicens Vives, de Girona.



No puc dir que des que tinc ús de raó he tingut clar que volia ser professora. Tot i que sempre he estat en contacte amb infants

i adolescents —gràcies a l'escoltisme— i que tant el meu pare com la meva mare es dediquen a la docència, jo ho veia com una possibilitat més. Una possibilitat ínfima, de fet. Suposo que per allò tan típic —a certa edat— d'intentar diferenciar-nos dels adults que viuen sota el mateix sostre que nosaltres.

Quan vaig acabar el batxillerat se'm va fer una muntanya: «I ara què estudio?». Tenia la sensació que m'agradava tot. Perquè us en feu una idea, us diré que a la llista de possibilitats hi coincidien Biotecnologia, Dret, INEFC, Odontologia i Enginyeria Industrial. Em vaig acabar decantant per Enginyeria Industrial, per «tancar poques portes», deia. Podríem dir que només vaig ajornar els dilemes, perquè un cop acabada la carrera van tornar els dubtes: «Quina branca m'ha agradat més?».

Per continuar obrint portes, em vaig matricular al màster de Formació de Professorat (l'enyorat CAP) alhora que treballava al departament de Logística de la Nestlé, com a planificadora de fàbrica. M'encantava la feina i hi vaig aprendre moltíssim.

Sense saber-ho, m'havia quedat l'espina de ser professora i vaig decidir deixar la feina i tirar-me de cap a la piscina. I així és com una enginyera industrial ha acabat essent professora de matemàtiques.

Si a l'institut comentes que ets enginyera industrial, sols trobar tres reaccions. En primer lloc, els companys de departament que han estudiat Matemàtiques pures arrufen el nas: «Au, un altre que no és matemàtic!». En segon lloc, els que també imparteixen matemàtiques i tenen altres estudis —físics o enginyers— somriuen alleugerits: «És dels nostres!». Finalment, alguns professors d'altres departaments et pregunten si essent enginyera no pots trobar alguna feina millor (?), més ben pagada i més relacionada amb el que has estudiat. No ho sé, si soc aquí és perquè m'ho passo bé fent aquesta feina. Perquè he trobat la manera d'ajuntar dues passions: les matemàtiques i les personetes que estan començant el llarg camí cap a l'edat adulta.

Centrem-nos en el que ens ocupa: avantatges i inconvenients de no haver estudiat Matemàtiques i ser professora d'aquesta assignatura. Penso que un enginyer industrial està totalment preparat per exercir de professor de matemàtiques a secundària i batxillerat —vam fer moltes mates durant els cinc anys de carrera! Evidentment, només parlo dels coneixements matemàtics; la part pedagògica no l'aprens a cap carrera científicotècnica.

Les matemàtiques són un llenguatge, i els matemàtics estan més habituats que els enginyers a expressar-s'hi. Aquest podia ser un primer inconvenient. Paraules com *teorema*, *demostració*, *axioma*, *corol·lari*... als enginyers no ens venen de nou, però no les usem amb la mateixa desimboltura. Són molts els teoremes que a la carrera ens han explicat sense demostració prèvia, i m'imagino que a Matemàtiques es demostrava absolutament tot. I ara he dit una paraula clau: *m'imagino*. Perquè desconec si anava així.

Això em porta al segon desavantatge: considero que els matemàtics tenen els fonaments

més clars, però un cop més, m'ho imagino. En posaré un parell d'exemples. Fa pocs dies, en una classe de matemàtiques de primer d'ESO un alumne va preguntar per què s'usava el símbol per a l'arrel quadrada. Ho desconec. Com que soc conscient que no he estudiat Matemàtiques, el primer que penso és que un matemàtic ho sabia segur. Dic als alumnes que ho buscaré i ho pregunto a companys matemàtics. Ningú ho sap. Uns dies més tard, en una classe de segon d'ESO pregunten per quin motiu només hi ha cinc sòlids platònics. Intueixo que l'explicació rau en els angles, però ho desconec. Ho pregunto a companys matemàtics i un em diu que no ho sap; l'altre, que tenia relació amb els angles però que s'ho hauria de mirar, i el tercer em diu que hauria d'estudiar Matemàtiques no pas per ser millor professora sinó per deixar de preguntar-li què estudien a la carrera. Amb això vull dir que a vegades els que no som matemàtics ens pensem que els matemàtics saben la resposta i no sempre és així. Tinguis els estudis que tinguis i imparteixis el que imparteixis, crec que està bé que els alumnes vegin que quan no saps una cosa ho reconeixes i et compromets a buscar-la per poder-los-hi explicar el dia següent. O bé ho podeu buscar plegats (pràcticament a totes les aules hi ha projector i connexió a internet).

Passant ara a comentar alguns avantatges, penso que és molt interessant que en un mateix departament hi coincideixin professors amb diferents trajectòries. Les diferents visions es complementen. Els enginyers solem ser més pràctics, volem tocar les matemàtiques.

Els enginyers industrials també podem impartir tecnologia, física i química, la qual cosa ens permet buscar connexions entre matèries. Cada vegada més es busca que l'ensenyament no sigui compartimentat (ara mates, ara tecno, ara física...) sinó que es treballi per projectes. A l'ordre del dia també hi ha l'STEAM (*science, technology, engineering, art and mathematics*), que implica una visió més global de les assignatures. Finalment, no cal dir que avui en dia les noves tecnologies són, o haurien de ser, molt presents a les aules i al currículum, i aquí també poden ser interessants els coneixements d'un enginyer.

Per acabar, només em queda engrescar tots aquells matemàtics, físics i enginyers amb

ganes de treballar perquè les noves generacions estimin les matemàtiques a donar una oportunitat a la docència. Les aules necessiten professors amb ganes i empena. Especialment de matemàtiques, que solen ser una assignatura amb un fotimer d'estereotips que cal

vèncer: «Les mates són difícils»; «Les mates són avorrides, per a què em serviran les mates si vull fer el batxillerat humanístic?»; «Jo això no ho entendré mai perquè el meu pare ja no ho entenia, a casa som de lletres...», etc.

## Nieves García Calomarde

### Biòloga. Institut Torrent de les Bruixes, Santa Coloma de Gramanet

Tot i que vaig estudiar la llicenciatura de Biologia i vaig treballar durant dos anys en control microbiològic de fàrmacs en la indústria només sortir de la facultat, considero que la meva professió és la docència: fa 28 anys que treballo com a professora de matemàtiques, sis dels quals compartits amb la funció de directora, en un institut públic.



Respondre a la pregunta que ens proposa la SCM té el seu grau de dificultat, perquè implica donar una visió molt personal d'un itinerari professional, una descripció subjectiva i intransferible.

Quines dificultats he trobat per impartir la matèria de matemàtiques en la franja d'edat 12-18, no essent llicenciada en Matemàtiques? Sincerament, les dificultats que he anat trobant tenen més a veure amb les que podria trobar-se qualsevol docent (gestió d'aula, gestió de grups d'alumnes resilents pel que fa a l'educació, atenció a la diversitat, etc.) que no pas amb el meu coneixement matemàtic.

Quan vaig arribar a la docència, a la motxilla portava uns estudis universitaris de ciències, però també un bagatge important com a professora particular de matemàtiques. Sempre m'havien anat bé, les matemàtiques, a l'escola; m'agradaven. I quan feia 3r de

BUP vaig començar a ajudar companys de 1r i 2n amb classes particulars, perquè aprofitessin l'assignatura. Des de llavors i fins que vaig acabar els estudis universitaris les classes particulars de mates van ser la meua font d'ingressos, i aquest bagatge va fer que tingués molt treballat tot el contingut de matemàtiques que llavors s'impartia a BUP i COU. Explicar matemàtiques en una aula era el pas natural en el moment que vaig decidir dedicar-me a la docència.

Quan vaig arribar als instituts també em vaig trobar que per fer classe l'alumnat havia de fer servir un llibre de text o uns dossiers preestablerts pel Departament de Matemàtiques; això marcava clarament quins continguts s'havien d'impartir, i tenia a l'abast moltes activitats i exercicis per treballar-los. Amb l'arribada d'internet tot això es va multiplicar exponencialment.

Tot plegat m'ha permès assolir amb naturalitat la docència de les matemàtiques i estimar-me la matèria, fins al punt que no m'imagino com a professora de cap altra disciplina.

Tenir una formació científica també té avantatges. Establir activitats o petites investigacions on hi hagi una comunió entre el món viu i les matemàtiques permet a l'alumnat aproparse a la matèria d'una manera menys abstracta de manera que respongui a aquesta pregunta que tan sovint fan: això per a què serveix?

Amb relació a la tutorització de treballs de recerca de 2n de batxillerat, n'he dirigit sobre recerques científiques o socials amb molt de contingut estadístic i la veritat és que m'ha anat molt bé haver estudiat la matèria de genètica de poblacions a la universitat perquè el bloc d'estadística en aquesta assignatura és molt potent.

Arribats a aquest punt, he de reconèixer certa enveja quan veig alguns projectes de



secundària pensats per treballar competències matemàtiques, o els enunciats del Cangur i els plantejaments del Fem Matemàtiques. Tenen un enfocament matemàtic creatiu. M'hauria agradat tenir de company algun d'aquests matemàtics; segur que n'hauria après molt.

Pel que fa a la integració en el si dels departaments de Matemàtiques, cal dir que no he tingut mai dificultats pel fet de tenir una formació no matemàtica. Als equips on m'he integrat sempre s'ha fet una distribució

equitativa dels grups i he exercit la direcció del departament sense cap obstacle, quan ha arribat el meu torn.

No obstant això, la cultura del nostre país molt sovint ens fa jutjar les persones més per la seva procedència, posició social o títol universitari i per això alguna vegada han estat professors llicenciats en matemàtiques els que m'han manifestat certs prejudicis respecte a la meva titulació i la docència de les matemàtiques.

## Ester Martín Pol

### Enginyera Industrial. Institut Ramon Coll i Rodés, Lloret de Mar

Després és *vox populi* la crítica de molts graduats o llicenciats en Matemàtiques cap als docents de matemàtiques que no som matemàtics. M'agradaria referenciar una experiència viscuda. El dissabte 6 d'abril vaig assistir al Fem Matemàtiques, a Santa Coloma de Farners, i, malauradament, vaig sentir com dues professores criticaven els enginyers que ens fem professors de matemàtiques; afirmaven que només hauríem d'impartir l'assignatura de tecnologia. Aquest debat és molt important i fa anys que persisteix; ja fa temps que vaig trobar un article publicat en un mitjà de premsa escrita que ja afirmava que el que denominava com a «docents reconvertis» eren un problema. Pel fet de no haver estudiat la llicenciatura de Matemàtiques vol dir que no ens apassionen les matemàtiques? No les podem ensenyar igual o millor que un llicenciat en Matemàtiques? Es pot generalitzar tot l'alumnat d'enginyeries? Les inquietuds i la trajectòria personal són importants?

Em dic Ester Martín Pol, vaig estudiar Enginyeria Industrial a la Universitat de Girona i aquest és el meu segon curs com a professora de matemàtiques a l'Institut Ramon Coll i Rodés. Com a experiència en la docència, abans de ser docent, m'agradaria destacar que vaig estar dos mesos col·laborant en un projecte d'enginyeria a la Universitat de San Juan del Río, en la qual vaig fer una conferència sobre la importància de tenir estudis, a part d'assistir a algunes classes com a oient. A més, em vaig estar un mes a Dapaong, on ensenyàvem el més elemental d'informàtica (mecanografia,

Word, Power Point...) a l'alumnat d'entre 14 i 16 anys. Crec que és molt important i necessari veure i aprendre com s'ensenyava o com es pot ensenyar en altres països. En definitiva, veure i viure diferents metodologies de diferents docents.



Considero rellevant destacar el principal motiu pel qual vaig escollir ser docent de matemàtiques, no de tecnologia, i és que m'encanten les matemàtiques. De fet, haig de confessar que les matemàtiques m'han agradat al llarg de tota la vida d'estudiant: eren la meva assignatura preferida, sense anar gaire lluny. Tot i estudiar una enginyeria, vaig decidir fer el projecte de final de carrera sobre optimització de rutes gràcies a la teoria de grafs.

Respondre a la pregunta de quins avantatges i inconvenients has trobat en la teva tasca docent com a professora de matemàtiques pel fet de no ser llicenciada o graduada en

Matemàtiques haig de reconèixer que no va ser fàcil, ja que crec, tal com he exposat anteriorment, que hi intervenen factors personals, professionals, socials, culturals, etc., que poden interferir en l'opinió d'un altre docent en la mateixa situació i influenciar-la.

En concret, considero que, amb independència de la carrera que s'hagi estudiat, en el món de la docència el més rellevant és la vocació i l'experiència personal. Tenir molt bon coneixement matemàtic i no saber-lo transmetre és com que un ocell no tingui ales.

Un dels principals inconvenients de la docència, independentment de la llicenciatura que hagi estudiat, és la posada en escena davant un grup classe. Resumint: la inexperiència de portar a terme una classe però centrant-nos en l'objecte d'aquest article, un dels hàndicaps que m'he trobat és la base matemàtica; és obvi que el pla d'estudis de la llicenciatura d'Enginyeria no és el mateix que el de Matemàtiques, de manera que, en alguns casos (demostracions, corol·laris, axiomes...), hi ha certs aspectes que em manquen. És per això que trobo imprescindible formar-se de manera permanent per reciclar i perfeccionar els coneixements, tant pel que fa a la matèria en si com a la manera d'impartir l'assignatura. Aquest any, per exemple, he estat fent un curs d'actualització de continguts curriculars de matemàtiques i m'ha agradat molt aprendre certs temes de matemàtiques que desconeixia,

com les congruències, una eina matemàtica potent i molt útil.

No obstant això, hi ha molts més avantatges en la docència; per exemple, en el meu cas, el fet de tenir una visió molt més pràctica de les matemàtiques, és a dir, en l'aplicació o fins i tot en la intervenció de les matemàtiques en la vida quotidiana, i el més important, fer-ho veure a tot l'alumnat.

Un altre aspecte avantatjós que és molt important de tenir en compte, i encara més últimament amb la transversalitat, és la capacitat i la visió de poder interconnectar diferents coses implicant sempre les matemàtiques.

Tal com ja he mencionat, tot i que considero que és imprescindible tenir prou coneixement de la matèria a impartir, és igualment important com ho expliques i ho transmetes al teu alumnat, i aconseguir submergir els alumnes en aquest magnífic món que són les matemàtiques.

Treballar com a enginyera m'ha ajudat a millorar el treball en equip i, per a mi, és imprescindible un bon ambient de treball que espero aportar al departament al qual pertanyo actualment. I aprofitant l'avinentsa, vull agrair als meus companys la gran acollida i tota l'ajuda que he rebut en aquests dos anys.

Totes les feines tenen avantatges i inconvenients, però el que en definitiva és primordial i essencial és que t'agradi i t'apassioni la teva feina, i que en gaudeixis. I, en el nostre cas, que siguis capaç de transmetre-ho a l'alumnat.

## **Luis Mora Cañellas**

### **Químic. Cooordinador de la revista Noubiaix**

Creo que la millor manera de respondre a la demanda que se'm fa és explicar-vos tres moments de la meua vida professional.

En finalitzar els meus estudis en Ciències Químiques, especialitat Fonamental, vaig iniciar la meua carrera docent en una escola concertada de Mataró en la qual era força habitual que el professorat de l'àmbit científic impartís docència de totes les assignatures científiques. Això vol dir que vaig començar la meua carrera fent classe de matemàtiques, física, química i biologia; val a dir que se'm va escapar la geologia. Inicialment em va sobtar

la proposta, però venint de Química no se'm va fer estrany fer-ho atès que tot eren assignatures que formaven part de la llicenciatura i, per tant, semblava que el bagatge de coneixements que tenia era suficient. Puc avançar que aquesta formació polivalent ha estat un dels avantatges que he tingut en la meua carrera docent, cosa que he confirmat quan s'ha començat a parlar, en els darrers anys, dels àmbits STEM. Aquesta formació em permetia poder establir ponts de contacte en l'ensenyament d'aquestes assignatures; connectar-les, com diríem en llenguatge competencial. Em va ajudar molt el

fet que l'escola fos un centre experimentador de la LOGSE i, per tant, el currículum que impartia era molt obert i més flexible que el que impartien la resta de centres on els continguts dels àmbits científics estaven molt més definits i tancats. Un fet molt important, i que segurament va marcar la meua manera de treballar, és que no disposàvem de llibres de text, per tant, calia preparar el material amb què treballaríem a l'aula a partir dels recursos disponibles. Així vaig poder entrar en contacte amb els materials dissenyats pel grup Zero i amb la col·lecció «Matemáticas, Cultura y Aprendizaje», de l'editorial Síntesis, gràcies als quals vaig poder actualitzar coneixements matemàtics, sobretot pel que fa als aspectes didàctics, i conèixer el pensament de persones com Claudi Alsina, Carme Burgués o Josep M. Fortuny, entre d'altres. Aquestes lectures em van permetre donar significat als meus coneixements matemàtics i connectar-los amb l'ús de materials a l'aula (tangrams, jocs d'estratègia, geoplans... ). Aquests recursos cobrien dues de les meves mancances primordials com a professor de matemàtiques: la didàctica i la connexió de la matemàtica amb el món real.



Cinc anys després, vaig aprovar oposicions i vaig entrar en un institut públic. Aquí va començar la segona fase de la meua història. D'ençà d'aquell moment, la meua dedicació va ser exclusiva a les matemàtiques de BUP i COU i vaig observar, a partir dels llibres de text del moment, que els continguts no havien canviat gaire des que jo els havia cursat; penseu que soc de la segona promoció de BUP. Els coneixements, pel que fa a aquest nivell educatiu, ja els tens, però has d'aprofundir-hi per tal de buscar una comprensió més clara, atès que els has de transmetre als estudiants. En aquesta

fase vaig haver de tornar a estudiar, sobretot per fer classe a COU. El pes de la selectivitat sempre ha estat important! En aquest sentit, cal destacar la col·laboració i el contacte amb altres docents de l'àrea que em van permetre superar aquestes dificultats. D'altra banda, en aquell moment se'm va fer evident la necessitat de poder ampliar els meus coneixements en camps de recerca matemàtica més avançats (fractals, llenguatges de programació...) per poder-los portar a l'aula. Això va requerir un esforç afegit important, cosa que segurament no hauria passat si hagués cursat la llicenciatura de Matemàtiques.

I la tercera etapa d'aquesta història s'inicia després d'un temps dedicat a la gestió d'un centre de secundària. En acabar l'etapa directiva, primer vaig entrar en contacte amb persones que formaven part d'APaMMs, Carme Aymerich i Xavier Vilella entre d'altres, i després del CREAMAT, dirigit per Anton Aubanell.

Amb els primers, vaig connectar les maneres de fer de primària i de secundària, diferents d'entrada però amb molts punts de contacte, més dels que em pensava fins a aquell moment. A banda, activitats com Fem Matemàtiques o les Jornades d'Educació Matemàtica, organitzades per les associacions que formen FEEMCAT, es van obrir davant meu des d'una perspectiva diferent: la de poder participar en l'organització tot treballant conjuntament amb docents de tots els nivells educatius, des de primària fins a la universitat.

L'intercanvi i la discussió d'idees i la presa de decisions entre persones de formació i llocs de treball diversos formen un dels bagatges més importants de la meua carrera docent.

Aquesta interacció i el treball amb el CREAMAT em van ajudar a aprofundir en la tasca sobre didàctica de les matemàtiques i em van conduir a una tesi doctoral sobre l'aprenentatge d'aquesta ciència amb mitjans digitals.

I per acabar, considero que, independentment del moment professional en què em trobés, l'avantatge més important i enriquidor de tota la meua carrera ha estat viure i formar part de l'extraordinari dinamisme i creativitat que tenen totes les persones que formen part del món educatiu matemàtic.

## Maravillas Olivares Lavado Arquitecta. Institut Olorda, Sant Feliu de Llobregat

Ara fa quasi quatre anys que vaig donar un gir important a la meua vida professional i vaig decidir continuar pel camí de la docència. Soc arquitecta de formació, i, fins a aquell moment, també de professió.



Tot i que la meua experiència com a docent encara no és gaire dilatada, considero que el meu bagatge personal influeix en la meua manera d'ensenyar i d'apropar-me als alumnes.

Moltes vegades els meus alumnes em pregunten per la meua formació, i se sorprenden que sigui la «profe de mates» sense ser matemàtica de formació, però a la vegada els genera curiositat saber quina ha estat la meua relació amb les matemàtiques i per què m'agraden tant per arribar al punt de voler ensenyar-les.

Ara considero que aquesta curiositat que es desperta en alguns alumnes s'ha convertit en un dels avantatges que trobo pel fet de no ser matemàtica. Això em fa connectar amb la idea que les matemàtiques formen part de la nostra vida, i que podem trobar-les en tot el que fem, veiem i experimentem. I, evidentment, en els edificis i espais, en la forma dels objectes i inclús en l'art.

En aquest sentit, em resulta fàcil trobar-hi connexions amb altres matèries i transmetre que les matemàtiques també formen part d'altres coneixements que ens ajuden a entendre el món i a nosaltres mateixos.

Un altre avantatge que em proporciona la meua formació és la voluntat estètica i la creativitat. A les meves classes intento que els materials que preparo siguin atractius, a les fitxes de treball, les presentacions o els materials manipulatius (tinc certa facilitat per crear i construir maquetes i eines amb diferents materials). En la societat en què vivim, i encara

més en el món dels nostres adolescents, tot el que entra bé pels ulls desperta interès inicial, i això cal aprofitar-ho. Quan els alumnes em diuen «Profe, això està *currat*», vol dir que la seva curiositat s'ha activat, que ho valoren, i llavors sé que es genera una oportunitat d'aprenentatge i que cal continuar treballant.



I a partir d'aquí és on trobo la dificultat més gran. Es tracta d'un neguit personal més que professional, i es deu al fet de no tenir estudis matemàtics tan avançats, a excepció, es clar, dels que vaig treballar a la carrera.

Hi ha molts coneixements matemàtics que no he adquirit ni treballat mai (com per exemple, el coneixement de la història apassionant de les matemàtiques) i, tot i que no he trobat cap dificultat als cursos d'ESO, m'agradaria poder extreure més suc d'algunes activitats (inclús fora del currículum oficial). Per aquest motiu, necessito més formació i més dedicació per crear seqüències d'aprenentatge millors i continuar desenvolupant aquesta nova etapa professional.

Vull afegir que les dificultats més grans que trobo en el dia a dia com a docent no estan relacionades amb la matèria de matemàtiques, ja que es tracta d'una professió preciosa, però complicada i plena de matisos, tot un repte.

Per acabar, la clau de l'èxit seria, des del meu punt de vista, poder treballar la matèria amb equips multidisciplinaris, amb persones amb diferent formació i diferent aproximació al món de les matemàtiques, cadascú amb la seva experiència i la seva mirada, i conjuntament crear materials i activitats per ajudar els alumnes i a nosaltres mateixos a ampliar la visió de les matemàtiques i poder gaudir-les plegats. Això seria EMOCIONANT!



## Optimització en l'empresa

Aleix Ruiz de Villa  
*Data scientist*

Hi ha branques de les matemàtiques que han estat tradicionalment molt properes a les aplicacions en les empreses. L'optimització n'és, per naturalesa, una. Malgrat que actualment no té la popularitat social que té el *data science* o la que van tenir les matemàtiques financeres fa uns anys, l'optimització està i estarà present a les empreses per un llarg temps.

Per aquest motiu, hem preguntat a tres persones del món acadèmic quina és la seva experiència amb l'optimització i l'empresa, i què opinen del seu estat actual:

**Aureli Alabert [AA]** és professor titular de l'àrea d'Estadística i Investigació Operativa del Departament de Matemàtiques de la UAB i, actualment, és investigador del Grup de Recerca en Aplicacions i Models Matemàtics. Dirigeix, des del 2003, el Servei de Consultoria Matemàtica, un dels Laboratoris de Prestació de Serveis de la UAB. Va ser fundador, i vice-president del 2011 al 2013, de la Red Española Matemática-Industria. També ha estat coordinador local a la UAB del màster internacional Mathematical Modelling in Engineering (2008–2019).

**Jordi Castro [JC]** és catedràtic d'universitat del Departament d'Estadística i Investigació Operativa de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). El seu camp de recerca és l'optimització matemàtica. Va obtenir una llicenciatura en Informàtica per la UPC el 1991 (millor nota de la promoció). El 1995 va obtenir un doctorat a la mateixa UPC. Ha estat, entre d'altres, investigador principal de dos projectes europeus (programes marc V i VII de la UE) i de set projectes del pla estatal d'R+D (cinc de matemàtiques, un de TIC i un de tecnologies avançades de la producció). També ha estat investigador principal de nou contractes amb diverses empreses i entitats. És membre de la BGSMath i autor de més de 60 articles científics, publicats en revistes d'optimització i investigació operativa, com per

exemple *Mathematical Programming*, *SIAM Journal on Optimization*, *Operations Research*, *Management Science*, *INFORMS Journal on Computing* o *European Journal of Operations Research*.

**Victor Martínez de Albéniz [VMA]** és catedràtic a l'IESE's Department of Production, Technology and Operations Management, i també és director de la Divisió de Recerca de l'IESE. Es va incorporar a aquest centre després d'obtenir el doctorat a l'Operations Research Center de l'Institut de Tecnologia de Massachusetts (MIT) i el grau a l'École Polytechnique de França. La seva recerca es focalitza en el *supply chain management*, localització de les compres, producció i distribució perquè les companyies puguin competir amb més èxit de manera global. Ha publicat en revistes com *Management Science*, *Operations Research*, *Manufacturing and Services Operations Management* o *Production and Operations Management*. Ha rebut el suport de l'European Research Council (ERC), el Ministeri d'Economia i Competitivitat i la Fundació La Caixa. El 2015 va obtenir el premi Sabadell Herrero per recerca en economia, i el 2018, l'MSOM Young Scholar Prize.

### En quins camps es fan servir les tècniques d'optimització/investigació operativa? I en quins camps tenen potencial, però actualment encara no tenen gaire adopció?

[AA] L'optimització és, segons la meua percepció, el camp de la matemàtica amb aplicacions en àmbits més diversos, seguit, segurament, de les equacions diferencials. La transversalitat és gairebé absoluta a tots els sectors industrials i administracions. Sempre que hi ha alternatives diferents per prendre una decisió, i un criteri que fa unes decisions millors que altres (encara que estigui formulat vagament), tenim entre mans un problema d'optimització.

Això no vol dir que sapiguem resoldre'l de manera eficient. De fet, des del punt de vista aplicat, el que interessa no és trobar la millor opció absoluta, sinó trobar la millor solució possible en un temps limitat donat. Qualsevol millora de l'*statu quo* pot ser important per als interessats.

A l'enquesta Transmath, que vam fer fa deu anys a Espanya dins el projecte Consolider i-MATH, vam preguntar a 6.700 empreses d'un univers de 195.000, entre altres coses, les necessitats de tècniques de l'àrea d'Estadística i la Investigació Operativa que creien necessitar. Les sis primeres en quantitat de cites van ser:

- Estudis de mercat
- Estratègia, decisió, logística i planificació
- Control de qualitat
- Control i optimització de processos de producció
- Control i optimització d'estocs
- Anàlisi de riscos.

Només el sector de la construcció donava per sota d'un 40% d'empreses que citaven alguna d'aquestes tècniques.

[JC] Les tècniques d'optimització o investigació operativa tenen aplicació i es fan servir en molts camps de la ciència i l'enginyeria. Sense ser exhaustiva, i amb un cert biaix personal, la llista podria incloure:

Entre els usos més tradicionals, trobem les aplicacions en logística i planificació de la producció, com ara problemes de rutes òptimes i localització de plantes. Com a casos concrets, podem esmentar el Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation (CSIRO), que va desenvolupar un sistema per a la gestió dels recursos hidràulics d'Austràlia que utilitzava un paquet d'optimització de fluxos en xarxes desenvolupat a la UPC, o la companyia Google, que utilitza el paquet d'optimització Ceres (<http://ceres-solver.org>) per fusionar amb Google Maps les dades obtingudes dels seus sensors (<https://www.youtube.com/watch?v=z000Ru4bU-A>).

En enginyeria elèctrica es fa servir per optimitzar la generació d'electricitat (per exemple,

en problemes d'assignació d'unitats) i optimitzar ofertes en les subhastes del mercat elèctric liberalitzat.

L'optimització també es fa servir en el disseny d'estructures en camps com l'enginyeria civil, mecànica i òptica. Per exemple, G. Casanellas i J. Castro a *Using interior point solvers for optimizing progressive lens models with spherical coordinates* (una publicació derivada del doctorat industrial de la primera autora) dissenyen lents progressives òptimes utilitzant tècniques d'optimització.

En economia i finances l'optimització s'ha usat en problemes clàssics com el de la cartera de valors òptima (*portfolio problem*), presentat per H. J. Markowitz i pel qual va rebre el Premi Nobel d'Economia el 1990.

L'optimització també s'ha usat recentment en camps tan específics com la confidencialitat de dades, en particular en el control de la revelació estadística. Aquest problema apareix, per exemple, quan un institut nacional d'estadística publica taules de dades agregades a partir d'un cens, i d'aquestes dades es pot derivar informació confidencial dels individus del cens. Instituts d'estadística de tot Europa, entre els quals l'Eurostat (agència estadística de la Comissió Europea), eviten la revelació d'informació solucionant un (difícil i de gran dimensió) problema d'optimització (combinatòria, en aquest cas).

En els darrers anys, el gran camp d'aplicació de l'optimització ha estat en ciència de dades i aprenentatge automàtic (*machine learning*). Molts problemes d'aquest camp es formulen i requereixen la solució d'un model d'optimització. Entre els problemes concrets de ciència de dades que es formulen com a problemes d'optimització trobem, per exemple, la regressió LASSO, la *ridge regression*, els mètodes de vectors de suport (*support vector machines*, SVM) i les xarxes neuronals.

És difícil dir què ens oferirà el futur. De la mateixa manera que fa uns anys no es podia preveure que algunes de les aplicacions en ciència de dades esmentades abans se solucionarien per tècniques d'optimització. Els avenços recents en optimització han permès desenvolupar tècniques per resoldre nous problemes, com ara l'optimització cònica, quan les restriccions defineixen cons convexos; l'optimització semidefinida, quan les variables a optimitzar són matrius semidefinides, i l'optimització de

dimensió molt gran, per la qual s'han pogut solucionar eficientment problemes de milers de milions de variables. És d'esperar que aquests avenços teòrics i algorísmics siguin usats en noves aplicacions.

[VMA] La investigació operativa (IO) té una llarga història, des dels seus inicis a la Segona Guerra Mundial. Els sectors industrials van ser tradicionalment els primers usuaris d'aquestes tècniques, amb l'optimització de recursos i processos, sobretot al sector de l'automòbil però ràpidament a la resta de les empreses industrials: *scheduling* a metal·lúrgia, programació matemàtica a empreses de producció (alimentació, incloent-hi agricultura), assignació de màquines a feines a tallers (mobles, moda), gestió d'estocs i ruteig a logística, etc.

El camp de les finances també va adoptar tècniques d'IO per optimitzar estratègies d'inversió, potser amb un toc més estadístic.

El sector que ha adoptat menys la IO ha estat el dels serveis. Les empreses de serveis són normalment menys centralitzades (per exemple, banca o *retail*), i això ha fet més difícil utilitzar tècniques d'optimització, ja que la decisió després es trasllada a una gran quantitat d'agents amb la discreció de variar la decisió suggerida. Però amb l'emergència del *big data analytics*, aquestes empreses estan invertint en tecnologia per millorar l'eficiència dels seus processos, i això molts cops passa per prescriure decisions als seus agents repartits pel territori.

**Per què la investigació operativa, tot i ser transversal i aplicada per naturalesa, no ha tingut la popularitat del *machine learning* / *data science*? Què caldria fer perquè se'n fés més ús?**

[AA] En efecte, malgrat que les empreses mencionen molt els problemes d'investigació operativa entre llurs necessitats, no sembla que tinguin la mateixa popularitat que la *data science*. No sé què cal fer. He explicat diverses vegades les coses que poden fer les matemàtiques per la indústria en trobades empresarials, amb especial èmfasi en l'optimització del procés productiu. Sempre m'han escoltat atentament, però quan es tracta de millorar processos interns, hi ha una certa resistència a invertir-hi els recursos necessaris; el màrqueting sempre té prioritat.

En principi, l'anàlisi d'una situació real que es vol millorar hauria de passar, seguint una cadena lògica, per tres etapes: una de descriptiva (què està passant), una de predictiva (què passarà a partir d'ara) i una de prescriptiva (què volem que passi a partir d'ara i com fem que passi). *Grosso modo*, la *data science* treballa la primera etapa; el *machine learning* pertany sobretot a la segona, i de vegades també a la tercera, i l'optimització és clarament part de la tercera. Des d'aquest punt de vista, molt simplificat, l'optimització l'aplicaran indústries que han arribat a una certa maduresa en l'estudi del seu propi funcionament.

A més, l'etapa prescriptiva pot implicar una recollida de dades addicional que no estava prevista en les etapes descriptiva o predictiva. Per exemple, no és el mateix fer una predicció de la demanda que optimitzar el moment del proveïment tenint en compte la capacitat d'inventari, els costos de transport, els financers, els d'oportunitat, etc. I el funcionament òptim de la cadena de valor involucra sempre diversos actors de la cadena; no és cosa d'una sola empresa.

[JC] Opino que l'optimització i el *machine learning* no són directament comparables: l'optimització / investigació operativa és una eina (matemàtica) transversal per a la solució de problemes de diferents camps; *machine learning* / *data science* és un dels camps particulars (actualment el més important) que generen problemes solucionables per optimització. De fet, com indica Yann LeCun (*silver professor* del Courant Institute of Mathematical Sciences de la Universitat de Nova York i vicepresident i cap d'Intel·ligència Artificial de Facebook) *machine learning* = *function optimization*.

[VMA] Igual que amb la *data science*, l'IO necessita gent formada que també sigui bona comunicadora, per convèncer la direcció del seu valor. Per a mi, el gran problema és que hi ha una desconexió entre les habilitats tècniques (requereixen un doctorat en IO i ser capaç de seguir l'estat de la qüestió, anar a conferències, etc.) i les habilitats de gestió (definir i executar projectes, traduir l'IO en valor creat per l'empresa, gestionar la política de les organitzacions, etc.). Poca gent és capaç de reunir totes dues vessants; possiblement, consultors i tècnics que han llançat alguna *start-up*.

Per fer-ne més ús, caldria conscienciar els professionals de l'IO que la millora de decisions ha d'encaixar en una estratègia d'empresa.

### Com ha anat en augment, la mida dels problemes, i com ha motivat nous reptes computacionals, això?

[AA] La possibilitat actual de recopilar moltes dades fàcilment, de manera extremament automatitzada, ofereix oportunitats que abans no existien. Però també requereix més capacitats de magatzematge i de càlcul. El repte computacional no és només la millora del hardware, que com sabem té límits físics, sinó també sobretot la millora dels algorismes.

Com deia abans, no es tracta de trobar les solucions perfectes, sinó de millorar el que s'està fent. Els mètodes heurístics poden proporcionar solucions ràpides, barates i acceptables, encara que estiguin lluny de l'optimalitat. La situació ideal, pel meu gust, és quan pots implementar un algorisme sense fi que vagi trobant solucions cada cop millors, fins que un temps límit o una intervenció humana el faci aturar.

[JC] Si anem 30 anys enrere, problemes d'optimització (lineals) de milers de variables podien considerar-se «de gran dimensió». Això ha canviat radicalment des dels anys noranta, canvi motivat per una combinació de factors, com ara:

- Ordinadors cada cop més potents.
- Nous algorismes (com, per exemple, els mètodes de punt interior per a problemes lineals, quadràtics i no lineals convexos, i variants accelerades del mètode del gradient).
- La necessitat de solucionar problemes cada cop de més dimensió, entre els quals, els dels camps de ciència de dades i *machine learning*.

Tal com s'indica en un article aparegut en un volum especial per celebrar el 50è aniversari

de la revista *Operations Research*, des dels anys noranta fins al 2002, la velocitat dels ordinadors es va multiplicar per mil, i tres ordres de magnitud va ser també l'augment de velocitat en algorismes d'optimització. En total, això suposa un augment de velocitat d'un milió de vegades. Així, un problema que l'any 1990 requeria un any de càlcul el 2002 es podia solucionar en 30 segons.

En l'actualitat, problemes del camp del *machine learning* (com màquines de vector de suport i xarxes neuronals) de milions de dades se solucionen eficientment en pocs minuts usant algorismes d'optimització especialitzats per a aquest tipus de problemes. En camps com l'optimització de fluxos en xarxes, s'han pogut solucionar recentment problemes en grafs dirigits bipartits de fins a mil milions d'arcs en una hora de càlcul.

[VMA] No crec que la mida hagi augmentat; el problema és que, com que tenim ordinadors més potents, ara ens «atrevim» a modelitzar les situacions amb més detall. Per exemple, als problemes de ruteig ara s'hi pot incloure tot el detall de la xarxa sobre la qual ens movem, mentre que en el passat es consideraven xarxes simplificades. No em queda clar que afegir més detall al model ens doni millors resultats. Més aviat de vegades anem massa al detall, i es té la il·lusió que realment podem decidir les accions amb tot el detall que volem. Per exemple, un ruteig òptim no et diu que has d'anar de *A* a *B*, sinó que et dirà quin carrer has d'agafar i en quin moment s'ha de girar. La realitat és que el transportista anirà de *A* a *B*, però agafarà la ruta que li agradi més. Una empresa del sector em va explicar que els transportistes (motoristes, en el seu cas) anaven més ràpid que el que suggeria l'optimització, perquè agafaven rutes en principi no factibles (carrers de vianants, direccions prohibides...).



## Càlculs amb el mòbil

Martí Prats Soler  
UAB

Des de jocs de matemàgia fins a comprovacions rutinàries, la calculadora és una eina imprescindible per al nostre col·lectiu. L'aparició de les calculadores gràfiques comercials a finals dels 80 i el seu desenvolupament durant els 90 van portar a un intens debat sobre quin ús en podien fer els nostres alumnes. De fet, en un cert punt hom podia emmagatzemar llargs textos a la calculadora i a tombant de segle algunes calculadores ja podien enviar informació per infrarojos, de manera que el seu ús en un examen donava als alumnes que la feien servir avantatges poc legítims respecte a la resta.

Amb l'omnipresència dels cel·lulars a dia d'avui el debat sobre l'ús de calculadores i mòbils segueix sent molt vigent. Aquests darrers es comuniquen entre ells amb molta facilitat i és impensable que es puguin usar en un examen. O no. Però també brinden noves oportunitats pedagògiques, així com eines útils tant per a la nostra tasca docent com per a la investigació i la resolució dels problemes del dia a dia. A més representen una democratització de l'accés a les calculadores gràfiques, abans només a l'abast d'uns privilegiats.

Farem, doncs, un passeig per les calculadores més interessants disponibles per a Android. Segur que en aquesta col·lecció de calculadores falta alguna opció interessant; no dubtis a fer-nos arribar les teves suggerències a [mprats@mat.uab.cat](mailto:mprats@mat.uab.cat). Vull agrair especialment la col·laboració d'en Raül Fernández, de l'Institut Vidreres, per les seves aportacions.

### Calculadores realistes

Hi ha un fotimer de calculadores bàsiques i científiques disponibles per a telèfon mòbil. Als més nostàlgics els pot interessar la Free Engineering fx calculator 991 es plus & 92<sup>7</sup>, una aplicació amb un nom horrorós però que

resulta ser un excel·lent emulador de calculadores Casio, amb un nivell de publicitat assumible (que es pot eliminar pagant el preu preceptiu). Inclou una llista de fórmules i valors de constants físiques per als desmemoriats.

Els amants de les calculadores HP poden trobar en Droid48 un emulador de la calculadora Hp48gx. Per altra banda, Go48g emula una versió anterior, però la mateixa casa ofereix versions de pagament de les calculadores següents de les sèries 48 i 49. Tots aquests models són programables i, per tant, ofereixen aplicacions didàctiques interessants.

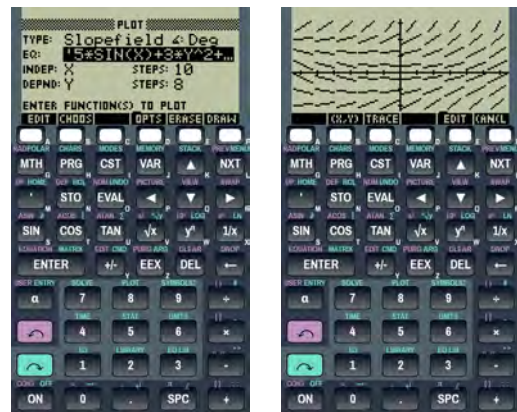


Figura 1: Camp de vectors de l'equació  $y' = 5 \sin(x) + 3y^2 + x$  amb Droid48.

### Calculadores amb càmera

Una de les eines que suscita més resistències entre docent i progenitors compromesos és el Photomath<sup>8</sup>. Aquest programa serveix per reconèixer una operació o una equació fent una fotografia d'un text imprès o escrit a mà i extreure'n una llista de passos per obtenir el resultat o la solució buscada. També dibuixa gràfiques si s'adiu al problema plantejat. El Socratic<sup>9</sup> funciona de manera similar però requereix connexió a internet. La capacitat de reconeixement de text escrit del Socratic és notable.

<sup>7</sup><https://play.google.com/store/apps/details?id=com.nstudio.calc.casio.modern>

<sup>8</sup><https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath>

<sup>9</sup><https://play.google.com/store/apps/details?id=org.socratic.android>

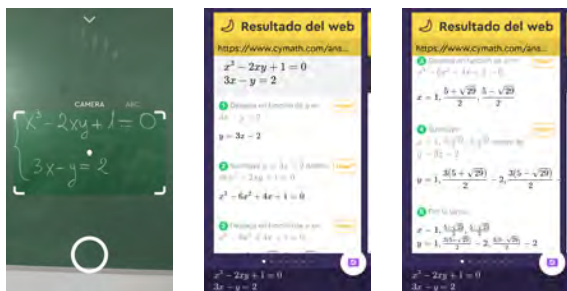


Figura 2: Socratic resolent un sistema d'equacions de tercer grau senzill.

Cal tenir en compte que aquestes aplicacions es poden fer servir per resoldre els deures sense esforç i sense aprenentatge. Però si convencem els alumnes que s'ha de fer servir sempre després de resoldre els exercicis a mà i no abans, els brinda l'oportunitat de comprovar els seus resultats i de veure maneres alternatives de resoldre els exercicis plantejats; així, es converteix en una eina molt útil per a l'aprenentatge autònom. Els passos de resolució que ens ofereix a vegades són molt interessants.

### Calculadores gràfiques

Probablement tots els lectors de la revista coneixen el GeoGebra. Aquest programa també existeix per a mòbil, on es troba desplegat en una sèrie d'apps interrelacionades. Trobareu per exemple les Gràficadores 2D i 3D, la calculadora, etcètera. Des del menú lateral es pot saltar d'una aplicació a l'altra.

Una alternativa interessant és Desmos<sup>10</sup>, que és bastant més àgil en la versió mòbil. Ofereix respostes a mesura que s'hi escriu i es poden afegir paràmetres que es converteixen en punts lliscants molt manejables.

Mathlab també ofereix un parell de calculadores gràfiques per a mòbil. La versió gratuïta ja és molt potent per fer càlculs algebraics i visualització de gràfiques. Crida especialment

l'atenció la generació automàtica de taules de valors, que pot ajudar a fer gràfiques precises a la llibreta. La versió de pagament presenta algunes millores, com el mode sense connexió a internet, sense publicitat i amb gràfiques 3D.

### Oracles del segle XXI

Wolfram Alpha és l'oracle del segle XXI. Ho sap tot. Està pensat per formular preguntes en un llenguatge planer i intuïtiu i l'aplicació dona una sèrie de respostes que s'adiuen més o menys al que s'ha preguntat, des d'equacions diferencials fins a conversions de monedes. Per exemple, si s'escriu  $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots$  aleshores detecta que es tracta de la sèrie harmònica. Retorna el nom, el terme general, una gràfica amb les sumes parcials i resultats de convergència. Si introduïm  $y'' - 3y' + 3xy = 0$ , ens diu que és una equació de Sturm-Liouville equivalent a  $\frac{d}{dx}(e^{-3x}y'(x)) + 3e^{-3x}xy(x) = 0$ , classifica l'EDO, ens dona la solució general, dibuixa unes quantes solucions de l'equació i fins i tot ens retorna un lagrangiana. L'aplicació mòbil costa poc més de tres euros; la versió web és gratuïta.

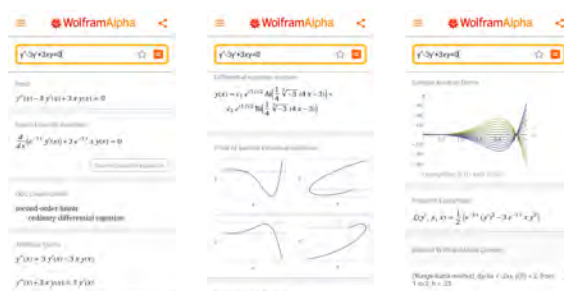


Figura 3: Solució d'una EDO mitjançant Wolfram Alpha.

Una alternativa gratuïta i menys potent és el Symbolab<sup>11</sup>, que també inclou el reconeixement d'imatges a través de la càmera del dispositiu.

<sup>10</sup><https://play.google.com/store/apps/details?id=com.desmos.calculator>

<sup>11</sup>[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.devssense.symbolab&hl=es\\_419](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.devssense.symbolab&hl=es_419)

## El món on viuen les matemàtiques

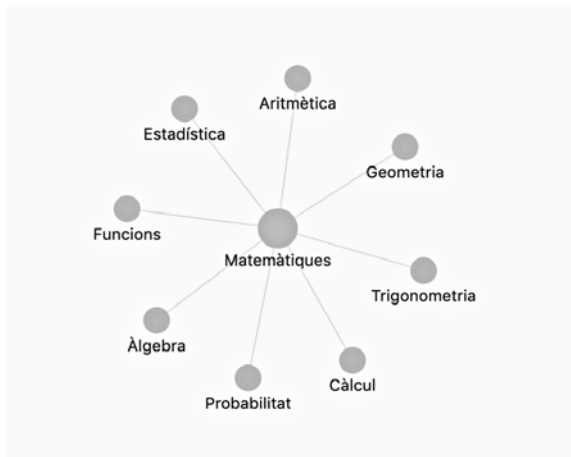
Bernat Ancochea Millet

President de l'Associació Catalana de GeoGebra

En aquesta secció volem presentar-vos totes les novetats que es produeixen a l'entorn del programa GeoGebra, així com aplicacions per donar-vos idees per utilitzar-les a l'aula o tutorials com a suport per a l'ús del programa.

### Cerca de materials

Si entreu a la web del GeoGebra, ara teniu la possibilitat de cercar-hi materials d'una manera molt més àgil, perquè els autors que penen els treballs han d'indicar-ne el tema (a partir d'una llista predeterminada), el tipus d'activitat (joc, pràctica, lliçó, col·lecció, tutorial...) i el nivell. A més, el format amb el qual es presenten els temes és molt clar: està dividit en branques a partir d'un tronc comú. Us convidem a provar-ho. Hi trobareu més d'un milió d'activitats, simulacions, exercicis, lliçons i jocs per a matemàtiques i ciència d'ús lliure!



Un cop entreu al full de treball, si cliqueu als tres punts que hi ha a l'extrem superior dret us sortirà un menú amb l'apartat «Detalls». Clicant-hi a sobre trobareu les instruccions per descarregar-vos l'arxiu o el llibre *GeoGebra* sencer (en format comprimit), segons el cas.

Els arxius es poden editar i modificar, però caldrà que tingueu en compte els termes de llicència d'ús no comercial de GeoGebra.

També podeu obrir materials públics de GeoGebra en qualsevol de les aplicacions del

programa per a tauletes i telèfons mòbils. En aquest enllaç (en anglès) hi trobareu com fer-ho: [https://youtu.be/tu5uz\\_dPtT0](https://youtu.be/tu5uz_dPtT0).

### Desar aplicacions a la web de GeoGebra

Si creeu una aplicació amb el programa, heu de saber que la manera de desar-la ha canviat bastant, darrerament. Aquest és el procediment a seguir des de la vostra pàgina personal (si hi esteu registrats):

- Cliqueu a «Nou full de treball».
- Empleneu tots els camps i inseriu tots els elements (incloent-hi la o les aplicacions que hi vulgueu posar).
- Deixeu l'enllaç com a compartit o com a privat (si només el voleu per al vostre ús personal).
- Un cop desat el full de treball, torneu a la vostra pàgina i cliqueu sobre els tres punts que surten a la fitxa del full de treball. Veureu que hi ha l'opció de publicar el recurs.
- Heu d'emplenar els camps que surten a la finestra emergent i fer clic a desar.

**Afegiu detalls**

Descripció  
Arcs a sobre de funcions de dues variables

Temes  
Escullí el tema

Categories  
Escollíu categories

Idioma  
Catalan / Català

CANCEL·LA PUBLICA

També podeu clicar directament a «Publica un recurs», però el procés serà molt semblant.

Recordeu que també podeu crear llibres amb capítols i que teniu la possibilitat d'afegir-hi aplicacions d'altres autors.

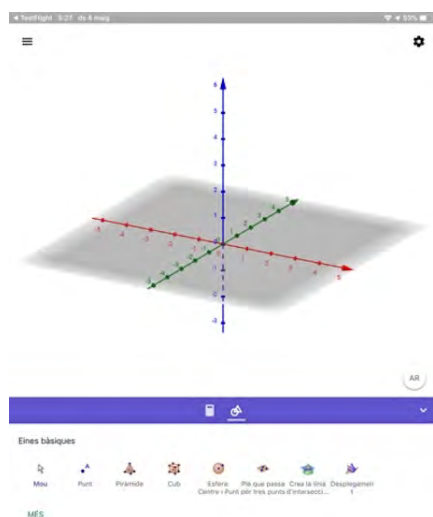
## Traducció de GeoGebra

Una de les tasques de l'Associació consisteix a traduir els textos de tot l'entorn de GeoGebra, incloent-hi els comandaments. Fora bo que poguéssim comptar amb ajuda perquè cada vegada s'acumula més feina! En qualsevol cas, si hi detecteu algun error ens ho podeu comunicar al nostre correu: [contacte@acgeogebra.cat](mailto:contacte@acgeogebra.cat).

Com ja hem esmentat, hi ha una bona col·lecció de tutorials a la web de GeoGebra. Alguns estan pendents de traduir al català, concretament, els de l'empresa Kikora: <https://www.geogebra.org/m/FsPvwrJK>.

## Realitat augmentada

La realitat augmentada és un valor afegit al GeoGebra, que alguns autors estan fent servir com a eina didàctica. Ara ja disposem d'aquesta utilitat del GeoGebra dins de les aplicacions GeoGebra 3D de tauletes i telèfons mòbils. Hi ha un botó (AR) per passar de l'entorn 3D al de la realitat augmentada:



De nou, Tim Brzezinski és un dels autors que més feina ha desenvolupat en aquest camp. Us recomanem veure el seu llibre GeoGebra amb els seus treballs per a iOS,

<https://ggbm.at/rmfptnzu>, i per a Android, <https://ggbm.at/qbxbcmqw>. A més, en aquest enllaç, <https://www.geogebra.org/m/p2bnpakc>, trobareu una explicació sobre com fer servir la realitat augmentada treballant amb l'aplicació GeoGebra 3D.

Tingueu en compte, a part, que una tauleta es pot connectar a una pissarra digital per mostrar-hi el que es veu a la pantalla.

## Superfícies de revolució

Per a construir superfícies, GeoGebra incorpora dos comandaments que ens poden ser molt útils:

- Superfície(<funció>,<angle>) per a construir la superfície generada en girar la funció un determinat angle (que pot ser un punt lliscant) al voltant de l'eix d'ordenades.
- Superfície(<Corba>,<Angle>,<Eix>) per a construir la superfície generada en girar una corba un determinat angle al voltant d'un eix definit per una recta **qualsevol**.

En l'enllaç següent hi veureu els treballs que ha fet l'alumnat de 4t d'E-SO de cultura clàssica de l'Institut Premià de Mar (Barcelona): <https://padlet.com/capellamar/kp8z91w5ir76>. L'alumnat fa servir un comandament molt útil per dibuixar corbes a partir de punts: Spline(<Llista de punts>).

En aquest enllaç hi trobareu un breu manual per a construir superfícies: <https://ggbm.at/rcm6ywf>.

## Descobrim comandaments!

Molts de nosaltres desconeixem que la llista de comandaments de GeoGebra és llarguíssima i, de tant en tant, fora bo que féssim un recorregut per aquest enllaç (en anglès): <https://wiki.geogebra.org/en/Category:Commands>.

La llista no està traduïda del tot al català i per això ens cal incorporar traductors de la web de GeoGebra cap a la nostra llengua. Animeu-vos-hi!



### Art i aleatorietat

Lali Barrière

Universitat Politècnica de Catalunya

Abans del segle XX, alguns artistes havien utilitzat l'atzar, o hi havien fet referència, en alguna de les seves obres. Es tracta, però, d'exemples aïllats, com els *Musikalische Würfelspiel*, un joc que permetia compondre minuets i poloneses a partir de fragments prèviament compostos, seleccionats amb tirades de daus. Són coneguts els de Johann Philipp Kirnberger, del 1757, i el de de Joseph Haydn, del 1790. Un altre exemple curiós es troba als *Viatges de Gulliver*, de Johnatan Swift. A la tercera part de la narració, Gulliver visita l'Acadèmia de Lagados, i allà coneix un savi que amb els seus 40 ajudants es dedica a escriure l'obra que contindrà tot el coneixement humà, per un procés de generar permutacions aleatòries de totes les paraules existents i seleccionar-ne les seqüències que formin oracions. Sembla una referència al teorema dels micos infinits, que Émil Borel va proposar el 1913, però el llibre de Johnatan Swift és del 1726.

Tot i aquests (i altres) exemples, és a començaments del segle XX, quan els artistes es comencen realment a interessar per l'atzar i la indeterminació. En la cerca de la renovació del llenguatge artístic, els artistes abraçen l'abstracció i incorporen l'aleatorietat en les seves formes d'expressió, com a conseqüència tant dels avenços culturals i científics que van acabar portant a la cultura digital actual com de la nova comprensió del món que les dues guerres mundials van implicar: es qüestiona la idea d'un món ordenat, regit per regles; es deixa de buscar la predictibilitat; s'accepta la indeterminació.

Inicialment, l'ús de i l'interès per l'atzar forma part de l'experimentació que es dona en tots els moviments avanguardistes. A partir de mitjans del segle XX, l'atzar i la indeterminació formen part del llenguatge artístic, amb aplicacions i concepcions molt diverses, entre les quals cal destacar alguns artistes conceptuals i l'art generatiu amb ordinador que comença a finals dels anys seixanta. La característica principal

de l'actualitat artística és la gran diversitat en les maneres d'entendre com l'aleatorietat, l'atzar, pot intervenir en una obra. Així, trobem processos creatius que involucren la impredictibilitat del resultat final fent intervenir fenòmens de la natura, la interacció amb l'entorn o amb les persones o l'accidentalitat del gest. D'altres utilitzen l'aleatorietat «matemàtica», l'atzar pur com tirades de daus o de cartes o la generació de nombres (pseudo)aleatoris i l'ús de mètodes probabilístics, sobretot en l'art generatiu computacional. Finalment, val la pena mencionar una tendència crítica amb l'ús que es fa de la tecnologia i amb les concepcions estètiques de l'art establert, que es basa a fer èmfasi en els errors dels aparells digitals, a provocar-ne el mal funcionament, l'anomenat *glitch*, en el gust per l'accidentalitat i el soroll. Sobre *glitch-art* i altres moviments relacionats, que no presentem aquí, el llibre [14], junt amb els altres treballs de Menkman, i el llibre de Kelly [8] en són els referents més importants.

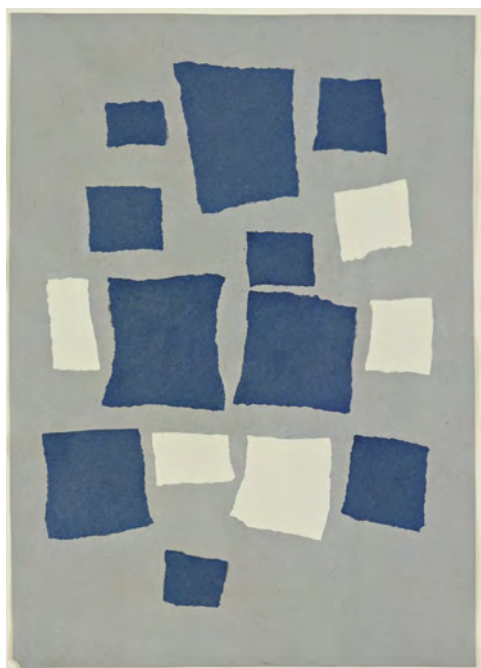
Cal notar que en aquest treball no intentem definir què és l'aleatorietat, més enllà del que intuïtivament podem entendre. Distingim, això sí, entre indeterminisme, és a dir, esdeveniments, processos o accions, de resultat no predictable, o formes que, bé que deterministes, poden no semblar-ho a l'ull humà; i aleatorietat «calculada», entenent com a tal la generació de nombres aleatoris (o pseudoaleatoris) i l'ús de mètodes probabilístics.

### Indeterminació

La indeterminació entra en l'art per mitjà dels dadaïstes a principis del segle XX. El dadaïisme va ser un moviment que trencava amb la tradició, condemnava els enfrontaments bèl·lics i les normes socials que eren considerades hipòcrites i reivindicava la irracionalitat, l'absurd, la confusió i l'automatisme. Els elements principal de l'art dels dadaïstes eren l'ús de materials i objectes que fins llavors no havien

fet part dels materials artístics, com en els *ready-made* de Marcel Duchamp, i les tècniques del collage i el cadàver exquisit. Són artistes destacats d'aquest moviment Tristan Tzara, Marcel Duchamp, Jean Arp i Francis Picabia, que va viure a Barcelona i va fundar la revista dadaïsta *391*.

Les activitats d'aquest col·lectiu artístic giraven a l'entorn de reunions que van donar lloc a la publicació de diversos manifestos a partir del 1916. El *Manifest dadaïsta* més conegut va ser escrit el 1918 per Tristan Tzara [21]. Com a peces interessants podem destacar el poema de Tristan Tzara on explica com es construeix un poema, retallant paraules d'un diari, seleccionant-les a l'atzar, i enganxant-les en un ordre també a l'atzar, i el collage de Jean Arp *Untitled (Collage with squares arranged according to the laws of chance)*, (1916–17). Tot i el títol de l'obra, observem que actualment els quadrats no semblen tan desordenats.



Jean Arp. *Untitled (Collage with squares arranged according to the laws of chance)*, 1916–1917.

A partir de mitjan segle XX els processos de creació que comporten d'alguna manera aleatorietat o indeterminació són molt variats. Deixant de banda els artistes digitals, que tractarem més endavant, podem citar alguns exemples rellevants i significatius pel que fa a la mencionada varietat.

En el lloc de l'artista aleatori per excel·lència trobem el compositor John Ca-

ge. Aquest músic, que fou deixeble d'Arnold Schoenberg, va ser un gran revolucionari del llenguatge musical, en dos aspectes. En primer lloc, l'ampliació del «catàleg» de sons considerats musicals amb qualsevol so (o soroll). La gravació i reproducció d'àudio i la ràdio s'havien inventat a finals del segle XIX. Els magnetòfons de cinta i les ràdios de transistor, a partir dels anys cinquanta, permetien als artistes utilitzar aquestes tecnologies en les seves obres, i Cage va ser un dels primers a aprofitar-ne tot el potencial. L'ús d'aquestes tecnologies i de tècniques per a la modificació dels instruments tradicionals fan que els sons que trobem a les obres de Cage siguin, si no aleatoris, inesperats i sorprenents.

L'altre aspecte interessant del treball de Cage és la metodologia de composició. Podem dir que va ser un investigador de l'aleatorietat, va utilitzar la indeterminació de l'entorn, per exemple en la seva famosa peça *4'33"* (1952), una obra per a piano en la qual durant 4 minuts i 33 segons el pianista resta en silenci. El que se sent, doncs, són els sorolls ambientals, que seran diferents a cada interpretació de la peça. No cal dir que aquesta peça és també una reflexió sobre el silenci, un dels temes que més va interessar John Cage. En altres obres, la indeterminació ve donada pel gest dels intèrprets en llegir la partitura. Per exemple, a *Cartridge music*, obra que vam interpretar el 2012 al Centre d'Arts Santa Mònica [4] amb motiu del centenari del naixement de Cage, la partitura és un conjunt de fulls transparents amb dibuixos i símbols que se superposen. Els intèrprets tiren els fulls de manera desordenada els uns sobre els altres i la configuració que la superposició de les diferents capes produeix és el que dona les indicacions temporals de l'execució. A més, els materials sonors a utilitzar, que són sempre objectes amplificats per un cartutx de tocadiscos, els tria l'intèrpret durant la interpretació. (Les partitures obertes, que deixen llibertat a l'intèrpret en algun aspecte, són habituals en la música actual.)

Cage se serveix de l'atzar en tota la seva producció artística, i de maneres molt diferents. A més de la indeterminació de l'entorn, la indeterminació del gest, i la subjectivitat de l'intèrpret, que ja hem vist en les dues obres comentades, també fa servir la impredecibilitat de la ràdio, en peces com *Imaginary landscape*

*no. 4 for 12 radios* (1951), i l'aleatorietat generada mitjançant tirades de l'*I Ching*, el conegut oracle xinès basat en 8 trigrames i 64 hexagrames binaris, per exemple en la peça per a piano *Music of changes* (1951).

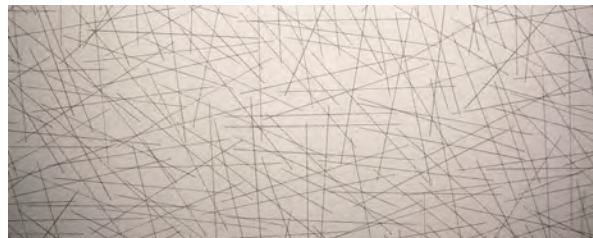
L'obra de Cage, sempre guiada per l'atzar com una eina que li permet deixar de banda l'ego i la voluntat, va ser abundant i variada, revolucionària en els seus plantejaments i que fa un ús original i valent de la tecnologia de l'època. Per a més informació sobre Cage vegeu per exemple [1].

Un altre exemple d'indeterminació generada pel gest és la pintura de Jackson Pollock, un procés que involucra l'aleatorietat d'una manera molt diferent. De fet, tal com ell va dir, la seva tècnica de goteig, encara que no totalment determinista, és controlada i gens accidental [19]. Malgrat la pura abstracció que les caracteritza, i el fet que puguin semblar molt similars entre elles, les seves obres tenen una gran força expressiva que no es veu reflectida en les reproduccions.



Jackson Pollock pintant.

Pel que fa a la indeterminació provocada per la manca de regles, podem citar els treballs del col·lectiu *Fluxus*, a partir del 1962 i fins als setanta, del qual formaven part Joseph Beuys, Yoko Ono, Nam June Paik i Wolf Vostell, entre d'altres. Malgrat que les obres d'aquest col·lectiu abastaven una gran diversitat de disciplines, són coneguts per les seves accions performatives i expositives, on buscaven la participació del públic. Per a ells no calia ser artista per ser artista, qualsevol podia ser-ho, qualsevol podia participar en la creació, en una crítica clara del funcionament de l'art com a mercat. Els seus plantejaments qüestionen la idea d'autor, el paper de l'espectador i, fins i tot, el concepte d'obra d'art.



Fragment de *Wall drawing #86*. *Ten thousand lines about 10 inches (25 cm) long, covering the wall evenly* (1971), de Sol LeWitt.

Alguns artistes conceptuals també utilitzen l'atzar, d'una manera o d'una altra. Per exemple, Sol LeWitt escriu «Lines not short, not straight, crossing and touching, drawn at random, using four colors, uniformly disposed with maximum density, covering the entire surface of the wall», com a conjunt d'instruccions per al seu *Wall drawing #69* (1971). En aquestes obres l'artista dona una llista d'instruccions i rarament s'involucra en el procés de realització.

Quant a la indeterminació que proporciona la interacció amb l'entorn i la natura, val la pena citar tres artistes que aprofiten els llamps, els camps electromagnètics i la força del vent, respectivament, per crear.

L'obra *Campo de relámpagos* (1977), de Walter De Maria, és una obra emblemàtica de l'anomenat *land-art*. Es tracta d'una instal·lació al desert de Nou Mèxic consistent en 400 pals metàl·lics de 5 metres d'alçària que atreuen els llamps en cas de tempesta elèctrica.



*Campo de relámpagos* (1977), de Walter De Maria.

Christina Kubisch [11] treballa amb els camps electromagnètics de l'entorn, particularment de les ciutats, sonoritzant-los, en la seva sèrie d'obres *Electrical walks* (des del 2003). L'obra és fruit de la recerca que l'artista



porta a terme des dels anys setanta, i es tracta d'una passejada en l'espai públic, en què porta auriculars dissenyats per captar els camps electromagnètics de l'aire i de sota terra. La ubiqüitat d'aquestes ones al voltant nostre es correspon amb l'enorme presència de dispositius que les generen. Els sons són més «musicals» del que es podria esperar.

Tim Knowles construeix dispositius senzills, i no tan senzills, que aprofiten les diverses forces que ens envolten per generar obres gràfiques de gran bellesa. Per exemple, en la sèrie *Tree drawings*, lliga llapis o pinzells a les fulles d'un arbre i hi situa una làmina al davant, de manera que amb el moviment provocat pel vent, es crea un dibuix. Una altra sèrie, *Vehicle motion drawings*, és el resultat de circular amb un cotxe equipat en el portaequipatge amb un corró de paper i un dispositiu que permet escriure-hi, similar als sismògrafs, que crea un dibuix a partir dels moviments del cotxe. La seva pàgina web [9] és un catàleg dels seus projectes, molt diversos, tots ells plens d'accidentalitat, amb aquesta idea de deixar que sigui una força externa la que generi l'obra.



*Dragon spruce* (2012), de Tim Knowles.

## Aleatorietat «calculada»

Els anys seixanta van veure l'aparició d'una nova forma de fer art, l'art digital, art computacional o art amb ordinador. Els primers artistes que van utilitzar l'ordinador per crear eren matemàtics, enginyers, arquitectes, que van saber veure l'immens potencial creatiu que tenien a l'abast.

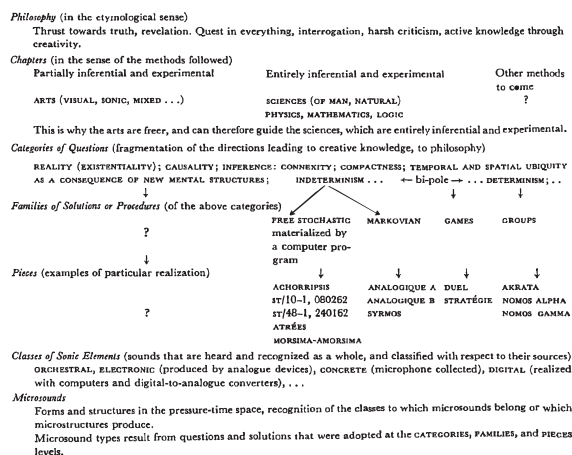
En les primeres obres el procés és concebut totalment per l'artista i portat a terme mitjançant l'ordinador, que esdevé purament una eina de càlcul. Tot i això, ja hi ha alguns

artistes que treballen amb l'ordinador com a suport i que experimenten amb processos que són difícils de controlar sense un ordinador, com per exemple, el treball amb geometries de dimensió 3 o més gran, o visualitzacions d'estructures algebraiques.

Algunes de les primeres obres són pures construccions de sistemes generadors d'estructura a partir de la combinatòria i l'atzar, una forma artística que evolucionarà en l'anomenat *art generatiu*. Així, i malgrat que l'atzar i la indeterminació ja formaven part del llenguatge artístic, és en l'art digital que l'aleatorietat esdevé essencial, tant conceptualment com tècnicament.

Max Bense, un filòsof que va influenciar la primera generació d'artistes digitals, relacionava el procés creatiu amb decisions intuïtives impredecibles, i proposava una «estètica generativa», que era, de fet, la combinació de regles o estructures matemàtiques, sobretot combinatòries, amb l'ús de probabilitats [3]. Frieder Nake, un pioner de l'art digital molt reconegut, va escriure el 2010 el que ell va anomenar un «late manifesto on computer art» [15]. Entre un seguit de paràgrafs molt interessants, el número 26 està dedicat a l'aleatorietat com un aspecte fonamental de l'art digital. Els articles [5, 10] estudien i proposen diferents significats de l'atzar, en relació amb conceptes com la probabilitat, les combinacions, el caos, el desordre, el control i també la capacitat de l'aleatorietat de generar estructura. L'art digital incorpora aquests conceptes a través d'un conjunt de tècniques i mètodes matemàtics.

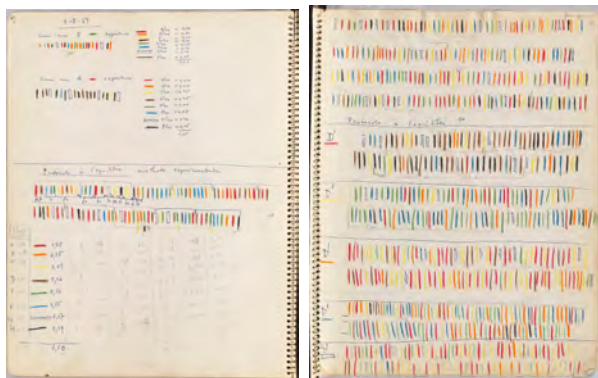
TABLE (MOZAIC) OF COHERENCES



Classificació de les obres de Xenakis segons les tècniques utilitzades, del mateix compositor [22].



L'artista més rellevant pel que fa a l'ús de l'aleatorietat i les tècniques probabilístiques és, sens dubte, el compositor Iannis Xenakis, el creador de la *música estocàstica*. Xenakis era arquitecte i enginyer de formació, i va viure els horrors de la Segona Guerra Mundial al seu país natal, Grècia, d'on va poder fugir el 1947. Va treballar a l'estudi de Le Corbusier, a París, i va començar a formar-se com a compositor amb Olivier Messiaen. En les seves composicions, molt estructurades, utilitzava sempre les matemàtiques, incloent-hi l'àlgebra i la combinatòria, però sobretot, les tècniques probabilístiques, i va ser un pioner en l'ús de l'ordinador per a la composició musical. Com tots els pioners, Xenakis va haver de barallar-se amb la tecnologia, que encara no ofería les eines que ell necessitava. El 1962 va fundar el Centre d'Études de Mathématique et Automatique Musicales, on va crear el seu propi sistema, l'UPIC, per poder reproduir directament la notació gràfica.



Dues pàgines d'anotacions de Iannis Xenakis, del 1959.

El seu tractat teòric més important, *Formalized music: thought and Mathematics in composition* [22], presenta un recull de conceptes i mètodes matemàtics acompanyats de la seva aplicació en les obres que va compondre al llarg d'uns 40 anys. De fet, la intenció del llibre és anar més enllà, ja que proposa que la música hauria de ser formalitzada mitjançant les matemàtiques, i presenta el seu treball com un primer pas d'aquesta formalització, que hauria de ser continuada per altres compositors.

Xenakis va ser molt crític tant amb l'indeterminisme de John Cage, per ser massa informal, com amb la música serial, perquè, malgrat ser pensada de manera estructurada, aquesta estructura no podia ser percebuda ni entesa per l'oient.

Ja des de les seves primeres peces, com *Metàstasi* (1953-54), una obra per a orquestra de 61 músics, el seu mètode compositiu es mostra revolucionari. Els paràmetres de la composició (densitats, textures, esdeveniments sonors, etc.) estaven determinats per processos formals basats en lleis estadístiques i probabilístiques. *Herma* (1961), per a piano sol, és una obra que combina la indeterminació dels processos estocàstics, des d'un punt de vista local, amb l'ús d'operacions de la teoria de conjunts, des d'un punt de vista estructural global.

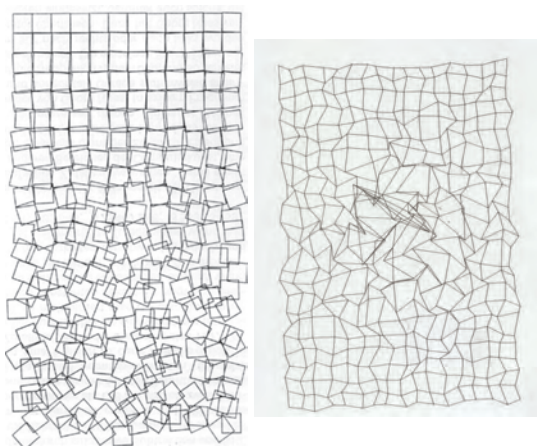
Les tècniques que va utilitzar en les seves obres són molt variades: distribucions de punts al pla, a *Diamorphoses* (1957); la distribució de Poisson, a *Achorripsis* (1956); la gaussiana, a *ST/4* (1962); la teoria cinètica dels gasos de Maxwell-Boltzmann, a *Phithoprakta* (1956); les cadenes de Markov a *Analogique A*, *Analogique B* i *Syrmos*; la teoria de grups, a *Nomos Alpha* (1966) i afegint-hi probabilitats, a *Nomos gamma* (1966). En paraules del mateix Xenakis, moltes de les seves peces són «una forma de composició que no és l'objecte en si, sinó una idea en si, això és, el començament d'una família de composicions».

A més de les tècniques compositives, és interessant la seva concepció del material sonor. Tot i que moltes de les obres que va compondre eren obres per a instruments tradicionals, la influència dels treballs seminals de Dennis Gabor sobre la teoria de Fourier el va portar a entendre el so com «una integració de grans, de partícules sòniques elementals, de *quanta* sonors», i a la definició de la *síntesi granular* que actualment ha esdevingut una tècnica estàndard.

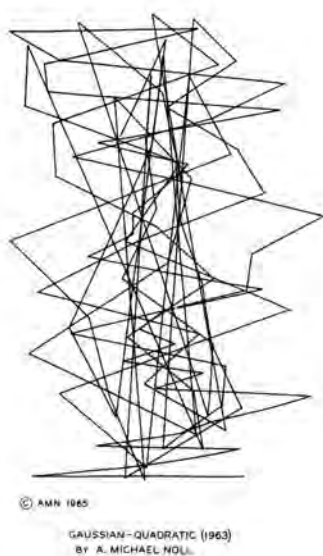
Pel que fa a l'art visual, als anys seixanta els matemàtics, físics i enginyers que treballaven o tenien accés als laboratoris de càlcul d'empreses i universitats de tot el món van començar a utilitzar l'ordinador per dibuixar. De fet, alguns d'ells havien escrit el software per a les màquines de dibuixar. La primera exposició de gràfics fets amb ordinador va tenir lloc a Stuttgart el 1965 i presentava dibuixos de Georg Nees, A. Michael Noll i Frieder Nake [16]. Entre el 1968 i el 1970 es van fer exposicions de *computer art* a Brno, Zagreb, Londres, Munich, Ohio, Buenos Aires, Nova York i Nova Delhi.

Es pot dir que l'ús de l'aleatorietat en aquesta primera generació d'artistes digitals era generalitzat, encara que alguns artistes hi estaven més interessats, i fins i tot en feien el tema de les seves obres. En aquest sentit, potser els més representatius són Georg Nees, A. Michael Noll, Frieder Nake i Hiroshi Kawano.

Georg Nees era un enginyer mecànic i informàtic que treballava a l'empresa Siemens. Després de l'exposició del 1965 que presentava treballs seus, va estudiar Filosofia a Stuttgart i va escriure la primera tesi sobre art digital, titulada *Generative computer graphics*, sota la direcció de Max Bense, el 1969. Les seves primeres obres són estudis de deformacions aleatòries de la malla, seguint alguna mena de regla.

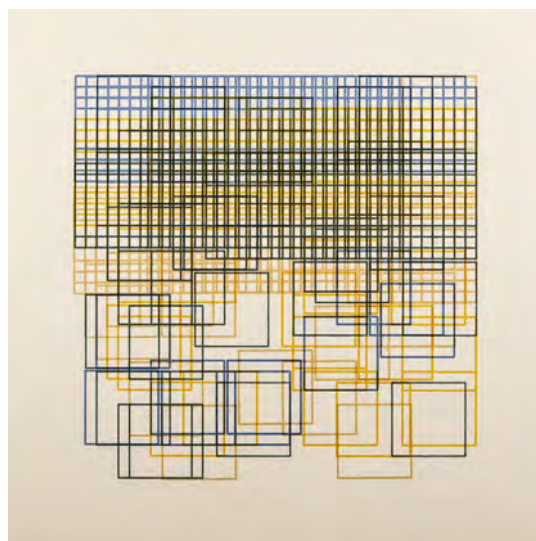
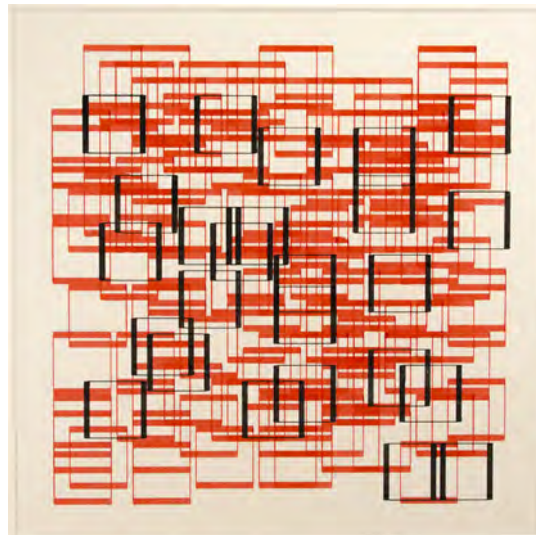


Dues obres de Georg Nees, del 1965.



*Gaussian Quadratic* (1963), de A. Michael Noll.

L'obra d'A. Michael Noll *Gaussian quadratic* (1963) presenta una seqüència de punts en el pla, la coordenada horitzontal dels quals es calcula seguint una distribució gaussiana, mentre que la vertical es calcula mitjançant un increment quadràtic de la distància i fent mòdul la mida del quadre.



Dues versions de la peça *Walk through raster* (1965), de Frieder Nake.

Frieder Nake, matemàtic de formació, va començar a dibuixar amb l'ordinador després de programar la màquina de dibuixar del laboratori de la universitat a Stuttgart. Ha escrit diversos textos teòrics sobre l'art digital i actualment és encara professor a la Universitat de Bremen, a Alemanya. En les seves primeres obres treballa amb processos estocàstics, generant, com ell diu, «classes d'obres», més que obres individuals. Per exemple, en la peça *Walk through raster* (1965), l'algoritme es defineix a

partir d'una col·lecció de símbols que ocupen les caselles d'una malla. Per a cada símbol es defineix una probabilitat, condicionada per la posició en la malla, de ser triat com a símbol següent. L'algoritme visita, pas a pas, totes les caselles de la malla, i aplica aquestes probabilitats per calcular quin símbol haurà de ser dibuixat.

Hiroshi Kawano treballava amb cadenes de Màrkov. Els artistes no sempre disposaven de màquines de dibuixar, o les màquines de què disposaven eren molt primitives. Així, un aspecte curiós de l'obra de Kawano és que utilitzava l'ordinador per fer els càlculs, per prendre les decisions sobre la composició i generar el disseny, però pintava els quadres a mà, sovint utilitzant *gouache*.

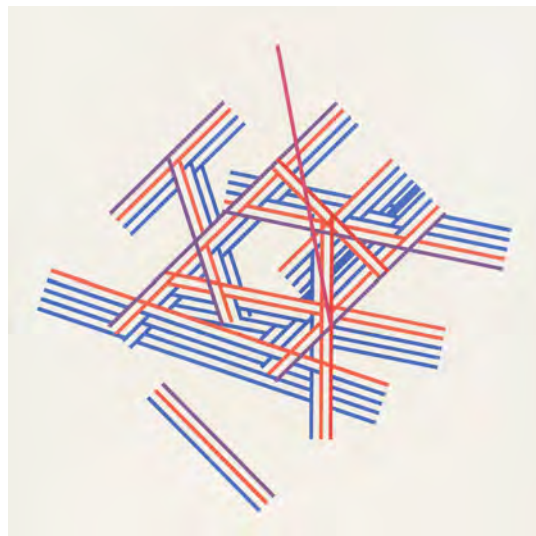


*Design 3-1. Data 4, 5, 6, 6, 6* (1964), de Hiroshi Kawano.

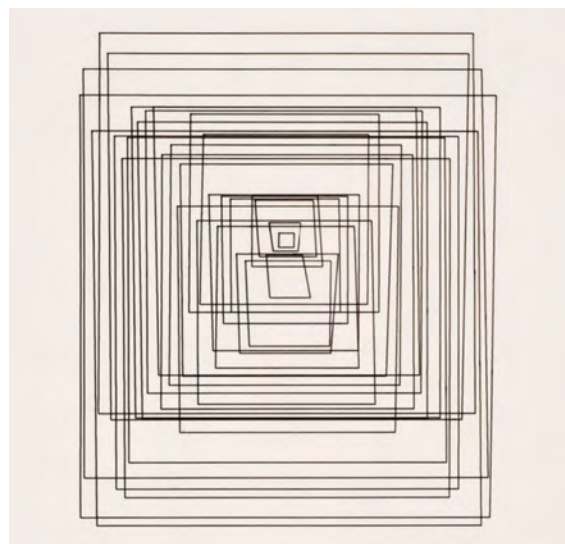
A la mateixa època, alguns pintors interessats per la relació entre ordre i desordre utilitzen l'aleatorietat, sense servir-se d'un ordinador per generar-la. És el cas, per exemple, de Kenneth Martin, que, en referència a la seva obra *Chance and order*, diu [13]: «The points of intersection on a grid of squares are numbered and the numbers are written on small cards and picked at random... A line is made between each successive pair of numbers as they are picked out».

Una artista que també s'ha interessat per la tensió entre ordre i desordre i per les seves possibilitats expressives ha estat l'hongaresa Vera Molnar, de qui ja vam parlar a l'article [2]. De fet, ha estat una constant en la seva obra,

que inclou un ampli ventall de tècniques i suports. A partir del 1968 va començar a treballar amb ordinador, i és coneguda com una de les pioneres de l'art digital.



*Chance and Order 1* (1971), de Kenneth Martin.



*Trapèzes inscrits*, (1974), de Vera Molnar.

Un tema recurrent en la seva obra és la descomposició de la malla, que pren la forma d'una composició «desordenada» en les seves obres analògiques i que fa utilitzant nombres de càlcul probabilístic quan es tracta d'obres computacionals. Una manera de treballar amb l'atzar conceptualment diferent de com hi treballaven Nees, Nake, Noll i Kawano.

Encara que, com hem comentat, en l'art generatiu primerenc era una pràctica habitual combinar una estructura o unes regles de construcció amb algun tipus d'aleatorietat, hi havia artistes que feien de l'aleatorietat i les tècniques



probabilístiques la seva eina. D'altres, però, se'n qüestionaven l'ús. D'aquests darrers, el més representatiu va ser Vladímir Bonačić [6], un artista iugoslau, enginyer electrònic de formació, cap del Laboratori de Cibernetica de l'Institut Nacional de Recerca Ruđer Bošković de Croàcia des del 1964 i, uns anys més tard, conseller de la Unesco sobre art i ciència.



A *Random 63* (1969), Vladímir Bonačić qüestiona la possibilitat de generar aleatorietat.

En l'art digital actual és generalment acceptat l'ús de l'aleatorietat, que ha passat a ser, com hem comentat més amunt, una eina de ple dret dels artistes. Val a dir, però, que els artistes no han deixat de reflexionar sobre aquest tema, a la vegada que han anat ampliant el seu catàleg de conceptes, mètodes i tècniques amb els algorismes evolutius, la complexitat, el caos, la vida artificial, i, darrerament, l'aprenentatge automàtic, entre d'altres.

Artistes actuals que val la pena mencionar, per la seva implicació en la reflexió sobre el mitjà digital, i perquè s'han manifestat respecte a l'ús de l'aleatorietat en l'art d'una manera o d'una altra, són Golan Levin [12], Casey Reas [18] i Anders Hoff, conegut com a *Inconvergent* [7].

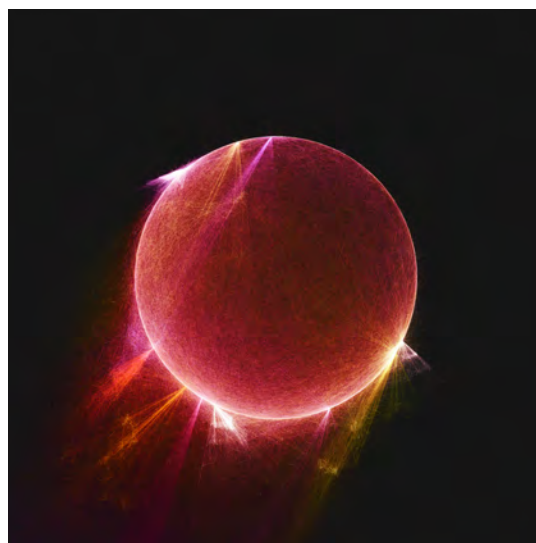
Golan Levin és un artista-enginyer, director de l'STUDIO for Creative Inquiry, de la Universitat Carnegie Mellon, que s'ha especialitzat en art interactiu. És interessant la seva posició molt crítica sobre l'ús indiscriminat de l'aleatorietat en l'art digital: «I'm not sure why today's digital artists are so drawn to aleatoric uses of randomness. Probably there are a lot of different reasons; I certainly find a use for it from time to time. But I'm a little skeptical of artists who endorse an uncritical attitude towards its results.» (Vegeu [23].)

L'obra de Casey Reas [18], un dels creadors del llenguatge de programació per a artistes Processing [17], segueix la línia de l'art generatiu més pur, amb un gran coneixement del mitjà digital visual, i una llarga trajectòria. La sèrie *Process* (2004-2018) i el projecte *{Software} Structures* [20] (2004) són projectes emblemàtics de l'art algorítmic actual.



*Process 18 (Software 3)* (2008), de Casey Reas.

Anders Hoff (o *Inconvergent*) [7] és un artista de la generació més jove, matemàtic especialitzat en càlcul numèric i programació, que aplica els seus coneixements a la realització de gràfics generatius amb una gran dosi de reflexió sobre el com i el perquè.



*Sense títol* (2017), d'Inconvergent.

### L'efecte de l'ús de l'aleatorietat en les pràctiques artístiques

L'ús de l'aleatorietat en una obra d'art està relacionat amb la serialitat i la repetició. Un procés generatiu, en el qual l'obra d'art és generada per un algorisme, dona lloc, amb les enormes possibilitats de la combinatòria, a una



classe d'obres més que a una obra individual. La necessitat de triar entre tots els resultats possibles involucra l'aleatorietat de moltes i variades maneres.

A més, els processos de resultat indeterminat aplicats a la creació representen un canvi en els processos de producció, de totalment planificats a més accidentals. L'aleatorietat permet als artistes delegar algunes de les seves decisions intuïtives o subjectives, en un procés sobre el qual no tenen control total. El grau d'accidentalitat és decisió de l'artista.

D'altra banda, la introducció d'elements externs que prenen decisions en lloc de l'artista, i l'aparició de formes de producció en col·laboració, com el *cadàver exquisit* dels dadaïstes, qüestionen la mateixa idea d'autor.

Atzar, impredecibilitat, variació, repetició, caos, soroll i tensió entre ordre i desordre són conceptes relacionats amb l'aleatorietat. Al llarg dels darrers cent anys, el llenguatge de l'art ha anat incorporant aquests conceptes.

## Conclusió

Aquest article és un resum de les diferents maneres que els artistes tenen d'utilitzar l'aleatorietat. Com a tal és, evidentment, incomplet. L'aleatorietat i, sobretot, la indeterminació es va fer cada vegada més present en l'art al llarg del segle XX i el seu ús formal està molt relacionat amb l'ús d'ordinadors i els mitjans electrònics. Molts artistes i obres han quedat fora d'aquest treball, per manca d'espai. Així, s'ha fet una tria que intenta ser representativa encara que no pugui ser exhaustiva.

Igualment, han quedat fora del panorama mostrat les obres que tracten o treballen amb conceptes relacionats amb l'aleatorietat i l'atzar, com són la complexitat, l'emergència, el caos, els fractals, la simulació.

També, pel que fa a la indeterminació, temes tan interessants com la improvisació, les partitures obertes, que deleguen part de les decisions en l'interpret, les obres interactives, que fan que el resultat sigui impredecible.

I en tots els temes que s'han tractat, la gran quantitat d'exemples que podríem haver mostrat, incloent-hi obres textuals, poesia electrònica... amb una mica més de temps i d'espai.

## Referències

- [1] L. Barber. *John Cage*. Círculo de Bellas, Madrid, 1985.
- [2] L. Barrière. «La combinatòria en l'art del segle XX». *SCM Notícies*, 44, Intitut d'Estudis Catalans, 2018.
- [3] M. Bense. «The Projects of Generative Aesthetics.» In *Cybernetics, Art and Ideas*, Jasia Reichard, ed., 1971.
- [4] Centre d'Arts Santa Mònica. *Cartridge Music*, 19 d'octubre de 2012. [https://www.youtube.com/watch?v=bC\\_4bzEfgwk](https://www.youtube.com/watch?v=bC_4bzEfgwk).
- [5] M.-P. Corcuff. «Chance and Generativity.» In *Proceedings of the 11th Generative Art Conference*, p. 189–199, 2008.
- [6] D. Fritz. «The Computer-generated Artworks of Vladimir Bonačić.» In *Cat 2010: Ideas Before Their Time: Connecting the Past and Present in Computer Art*, 2010, p. 32–47.
- [7] Inconvergent. Pàgina web. <http://inconvergent.net>.
- [8] C. Kelly. *Cracked Media*. Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- [9] Tim Knowles. Pàgina web. <http://www.timknowles.co.uk>.
- [10] M. Kostner, F. Schubert, and C.-B. Schönlieb. «Chaos, Noise, Randomness and Coincidence as Constitutional for Generative Art.» In *Bridges Conference Proceedings*, Pecs, Hungary, Jul. 24–28, 2010, p. 467–470.
- [11] Christina Kubisch. Pàgina web. <http://www.christinakubisch.de>.
- [12] Golan Levin. Pàgina web. <http://www.flong.com>.
- [13] K. Martin. *Chance and Order, The Sixth William Townsend Lecture 1979*. Wadlington Galleries, 1979.
- [14] R. Menkman. *Glitch Studies Manifesto*. Institute of Network Cultures, Amsterdam, 2012.

- [15] F. Nake. «Paragraphs on Computer Art, Past and Present.» In *Cat 2010: Ideas Before Their Time: Connecting the Past and Present in Computer Art*, 2010, p. 55–63.
- [16] F. Nake. «The Disappearing Masterpiece. Digital Image & Algorithmic Revolution.» In *Proceedings of the Fourth Conference on Computation, Communication, Aesthetics & X*, 2016, p. 12–27.
- [17] Processing. Pàgina web. <http://www.processing.org>.
- [18] Casey Reas. Pàgina web. <http://reas.com>.
- [19] M. Rohn. *Visual Dynamics in Jackson Pollock's Abstractions*. UMI Research Press, 1987.
- [20] {Software} Structures. Pàgina web del projecte. <https://artport.whitney.org/commissions/softwarestructures/>
- [21] T. Tzara. «Manifeste Dada 1918.» *Dada* 3, 1918.
- [22] I. Xenakis. *Formalized Music: Thought and Mathematics in Composition*. Pendragon Press, 1990.
- [23] C. Zanni. «Entrevue avec Golan Levin.» *CIAC Magazine. Magazine Électronique du Centre d'Art Contemporaine de Montréal*, 2004.

## Juan Mayorga. *El chico de la última fila*

Pep Bujosa

Associació Catalana de GeoGebra

De totes les obres de teatre que vaig veure la temporada passada, n'hi va haver una que, des del principi, vaig pensar que seria molt adequada per comentar-la en aquesta secció. Estic parlant de *El chico de la última fila*, de Juan Mayorga, que es va representar a la Sala Beckett, amb molt d'èxit, del 23 de gener al 3 de març del 2019 i que ha voltat per diferents municipis de Catalunya, com Manresa, Salt, Argentona, Vilanova i la Geltrú, Vilafranca del Penedès, Olot, Terrassa, Reus, Castellar del Vallès, Granollers, Viladecans i Sabadell fins al mes d'abril d'enguany.

Juan Mayorga, a més de ser un dels autors més representats, traduïts i premiats del panorama teatral espanyol actual, és filòsof i matemàtic. El meu interès inicial es va confirmar quan, assistint a una representació, vaig poder apreciar una sèrie de continguts matemàtics molt ben situats en el text, i també la relació entre professor i alumnes que exposava, i que, com a professor d'institut que he estat, em va fer reflexionar.

### *El chico de la última fila*

La versió que vaig veure a la Beckett estava dirigida per Andrés Lima (molt vinculat a la companyia Animalario de Madrid) i inter-

pretada per David Bagés, Guillem Barbosa, Arnau Comas, Míriam Iscla, Sergi López i Anna Ycobalzeta.

Un professor de literatura d'un institut es desespera corregint les redaccions dels seus alumnes, fins que arriba a la d'en Claudio, aquell noi silenciós que sempre seu a l'última fila. L'impuls i l'afilada capacitat d'observació que transmet el text li despertaran contradiccions, somnis i velles frustracions. Des d'aquest moment, entre l'alumne prodigi i el seu professor sorgirà un vincle tan intens com perillós. Una estranya relació que acabarà en una espiral perversa.



En paraules de Juan Mayorga: «*El chico de la última fila* es una obra sobre maestros y

discípulos, sobre padres e hijos, sobre personas que ya han visto demasiado y personas que están aprendiendo a mirar. Una obra sobre el placer de asomarse a las vidas ajenas y sobre los riesgos de confundir vida y literatura. Una obra sobre los que eligen la **última fila: aquella desde la que se ven todas las demás**».

En Claudio, l'alumne que seu a l'última fila, s'introdueix a la casa del company de classe Rafa, amb l'excusa d'ajudar-lo amb les matemàtiques, a canvi que ell l'ajudi amb la filosofia. Fixeu-vos com en l'argument surten les dues especialitats de Juan Mayorga. En realitat, el vertader objectiu d'en Claudio és observar aquella família per descriure-la en els relats que presentarà al seu professor de literatura.

Durant tot el text, com us he dit abans, apareixen diferents *moments matemàtics* que encaixen perfectament en la intrigant trama. Us en cito alguns trossos:

*Se sienta a la mesa de Rafa, ante los ejercicios de Matemáticas.*

RAFA: *Pero ¿por qué tengo que cambiarle el signo?*

CLAUDIO: *Porque lo has pasado al otro lado del igual.*

RAFA: *¿Y antes?*

CLAUDIO: *Aquí la equis estaba multiplicando.*

RAFA: *¿Cómo multiplicando?*

CLAUDIO: *Multiplicando al tres.*

Més endavant:

RAFA: *Raíz cuadrada de menos uno. Por más que lo pienso, no le veo el sentido.*

CLAUDIO: *No es un número real. Por eso se les llaman números imaginarios: raíz de menos cinco, raíz de menos siete... Sólo existen en la cabeza. Pero se pueden sumar, multiplicar... ¡dibujar! Se pueden hacer cosas con ellos, aunque no existan.*

Aquesta fascinació pels nombres imaginaris surt més tard quan en Germán, el professor, li demana que posi títol al recull dels seus relats.

GERMÁN: *¿Qué te parece el título de El chico de la última fila?*

CLAUDIO: *Yo he pensado en Los números imaginarios.*

GERMÁN: *El título no es lugar para hacer literatura, la literatura que no se ha sabido hacer en la obra. Crimen y castigo, Tío Vania...*

CLAUDIO: *A mi me gusta Los números imaginarios.*

GERMAN: *Vamos a dejarlo, por hoy...*

En un altre moment, en Rafa comenta que el professor Germán l'ha deixat en ridícul davant de tota la classe:

RAFA: *Fue como dejarme en pelotas. Nunca me había sentido tan humillado.*

CLAUDIO: *Concéntrate en esto y olvídate de este gilipollas. Siete equis al cuadrado más dieciséis i griega al cuadrado igual ciento doce. Sin dibujarla, tienes que ver que es una elipse. ¿Lo ves que es una elipse?*

RAFA: *Sí. Creo que sí.*

CLAUDIO: *¿Cómo que crees que sí? Es una elipse por este signo. Si le cambiamos el signo, ¿qué es? (Silencio) Sería una hipérbola. Pero esto es una elipse, por este signo. Vamos a calcular sus focos. ¿Qué es lo primero que tenemos que hacer?*

RAFA: *Fue como dejarme en pelotas delante toda la clase.*

I cap al final, el nivell va pujant:

CLAUDIO: *Una hoja transpira cada hora a razón de dos miligramos de agua por centímetro cuadrado. Los bordes de la hoja están limitados por curvas de ecuaciones, i griega igual a cinco equis elevado a un medio e i griega igual a un quinto de equis al cuadrado. Calcula la cantidad de agua transpirada por la hoja en un día.*

Si no heu tingut l'oportunitat de veure l'obra, la trobareu en una antologia d'obres de l'autor titulada Juan Mayorga. Teatro 1989–2014, que va publicar l'editorial La Uña Rota. A més, el director francès François Ozon la va portar al cinema amb el títol de Dans la maison (A la casa, en la versió catalana).

## L'autor

Juan Mayorga va néixer a Madrid l'any 1965. Va estudiar Filosofia a la UNED i Matemàtiques a la UAM. Es va llicenciar de totes dues carreres l'any 1988. Va ampliar els estudis de filosofia a Münster (1990), Berlín (1991) i París (1992). Es va doctorar en Filosofia el 1997. Va estudiar Dramatúrgia a Madrid i a la Royal Court Theatre International Summer School de Londres.

Mayorga va ser professor de matemàtiques a partir del 1994 en instituts de Madrid i

Alcalá de Henares. També ha estat professor de dramatúrgia i de filosofia a la Reial Escola Superior d'Art Dramàtic de Madrid i director del seminari Memòria i Pensament en el Teatre Contemporani a l'Institut de Filosofia del CSIC. A part, és director de la càtedra d'Arts Escèniques de la Universitat Carlos III de Madrid. A més, des del 12 d'abril del 2018 ocupa la cadira M de la Reial Acadèmia Espanyola.



### El seu pensament

A partir de les múltiples entrevistes que li han fet, us presento una selecció de respostes que em semblen interessants, sobretot, per la relació entre la matemàtica, l'ensenyament i el teatre.

En una entrevista d'Antonio Cuevas i José Pedro Moreno (UAM) publicada a *La Gaceta de la RSME*, vol. 17 (2014), diu:

*Mi fascinación por las matemáticas no llegó antes de la adolescencia, quizá porque en el colegio no tuve mucha suerte con algunos profesores de esa asignatura. Pero en el instituto descubrí la belleza de las matemáticas. Se trataba además de una asignatura que nunca podía superarse con la mera repetición de lo aprendido, sino que siempre exigía cierta creatividad, y esa exigencia era una gran oferta.*

[...]

*Creo que una sociedad no puede ser mejor que su escuela —de la que la universidad es parte—. En la educación, la sociedad se juega su porvenir. Y es una sociedad suicida aquella que no trata bien su escuela, ofreciéndole medios y respetando a sus docentes.*

[...]

*La enseñanza en España —y la enseñanza de las matemáticas en particular— se orienta cada día más al adiestramiento de sujetos empleables en el mercado de trabajo. Por supuesto, la empleabilidad es muy importante, pero lo es más la formación de ciudadanos críticos, a la que han de contribuir no sólo las asignaturas llamadas «de Humanidades», sino todas, incluida desde luego la de matemáticas.*

[...]

*En matemáticas, y en cualquier otra materia, hay que alentar la imaginación. La imaginación es el nervio de la vida y de la sociedad. La imaginación nos permite ver que el mundo podría ser de otra manera, que la sociedad podría ser de otra manera, que la escuela podría ser de otra manera, que nosotros podríamos ser de otra manera. Lo contrario a imaginación es fatalismo.*

[...]

*Ninguna persona que se quiera presentar como no inculta —por ejemplo, un político ante la opinión pública— confesará que no ha leído el Quijote, pero no tendrá el menor problema para decir, entre risas, que no sabe resolver una ecuación elemental. Lo que se revela ahí es la antigua, costosísima enemistad entre buena parte de la sociedad española y la ciencia. Si tuviese que tratar el asunto en un escenario, me inclinaría por el esperpento.*

[...]

**El chico de la última fila** es una obra sobre la imaginación, sobre la importancia que la imaginación tiene en nuestras vidas. Por eso, el peso que tienen las matemáticas en la obra es mayor de lo que a simple vista pudiera parecer. Claudio entra en la casa de Rafa con la excusa de ayudarlo precisamente con las matemáticas —y no con otra asignatura—, y su explicación sobre lo que son los números imaginarios —que no existen en el mismo modo que los otros, pero sí tienen una forma de existencia— es de algún modo una síntesis de la obra. Por eso, cuando Claudio discute con su maestro sobre el título de lo que está escribiendo, defiende el de *Los números imaginarios* —que es, de hecho, un título que me planteé dar a la pieza—.





Adolfo Quirós, José Pedro Moreno, Juan Mayorga, Antonio Cuevas i Coté Moscoso.

[...]

Más allá de su influencia en **El chico de la última fila**, considero mis estudios de matemáticas una parte fundamental de mi formación como dramaturgo. Creo que el trabajo del matemático ¿y el de la razón en general? es hallar la forma común que subyace a realidades aparentemente disímiles. La noción de triángulo, la fórmula de la hipérbola o cualquier teorema son ejemplos de ese tipo de hallazgos. En este sentido, el trabajo del matemático es una búsqueda de síntesis. Estoy seguro de que mi formación en esa búsqueda me ha ayudado en mi trabajo para el teatro, porque también el del teatro ha de ser un lenguaje de síntesis. Un buen actor expresa con un solo gesto la transición de un personaje de la desesperación a la esperanza; un buen dramaturgo construye con unas pocas palabras una situación compleja; un buen escenógrafo hace ver, con unos pocos elementos materiales, la ciudad de Tebas.

En una altra entrevista de Leticia Fernández Abejón, publicada per *Matemática* el 2010, podem llegir:

*El matemático y el dramaturgo, el científico y el escritor son trabajadores de la imaginación: gente que se obliga a mirar las cosas como no suelen ser vistas. Se hacen más preguntas, establecen conexiones inesperadas.*

[...]

*Es cierto que el teatro es más exigente que otros medios: exige una capacidad de escuchar, no consiente el zapeo, te exige atención. Su gran fuerza reside en convertir al espectador en cómplice, por eso es exigente. Pero*

*el espectador puede experimentar un goce al participar. Y eso pasa con las matemáticas. Los mejores profesores son, precisamente, aquellos que consiguen transmitir las matemáticas no como un camino de espinas; son aquellos que abren a sus alumnos los ojos hacia el goce que ofrece esta ciencia. Por así decirlo, un problema matemático en el que a uno le ofrecen que resuelva una situación hasta llegar a un resultado debería ser una ocasión para disfrutar, y no una amenaza. En este sentido, yo creo que hay una similitud entre el estudiante de matemáticas y el espectador de teatro.*

En una entrevista publicada el 2014 per Raquel Blanco i Ángel Talián, insisteix:

*Estoy seguro de que la matemática, que amo porque me parece una extraordinaria construcción de la imaginación humana, me ha formado como dramaturgo. La razón en general, y desde luego la razón matemática en particular, se orienta al descubrimiento de qué es aquello afín en objetos aparentemente disímiles; la razón matemática nos permite vincular la boca de este vaso, el iris de tu ojo y los anillos de Saturno; el matemático es capaz de encontrar una definición de la hipérbola que da cuenta de todas las hipérbolas posibles. Yo creo que eso es algo que tiene mucho que ver con el lenguaje del teatro, que ha de ser un lenguaje de síntesis.*

[...]

*Por otro lado, siento que a menudo, cuando estoy en una búsqueda teatral, me encuentro en una situación no muy distinta que aquella que tenía cuando era estudiante de matemáticas y me ponían delante unos cuantos elementos en principio distantes que había de vincular para producir un texto matemático. Parto, por ejemplo, de un tema, dos personajes, una imagen y tres frases, y mi desafío es construir una composición a partir de esos elementos, lo que puede exigirme el sacrificio de alguno de ellos.*

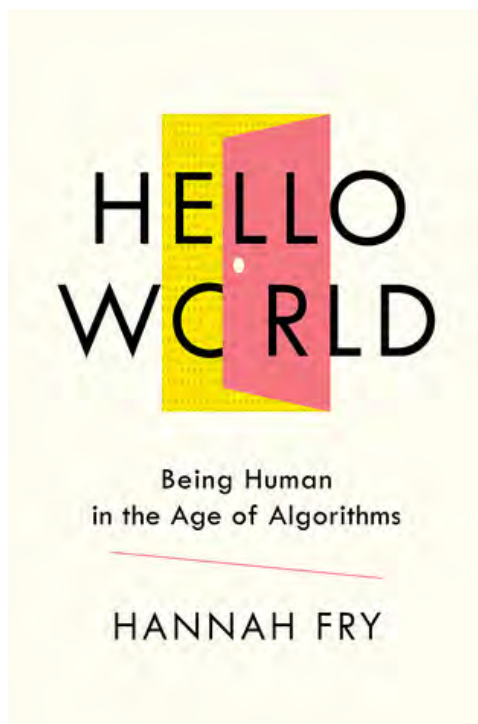
Crec que amb aquests textos ens podem fer una idea del que pensa sobre determinades qüestions un autor de teatre, matemàtic i professor com Juan Mayorga.

## Hello World: Being human in the age of algorithms, de Hannah Fry

Jaume Soler

Universitat Politècnica de Catalunya

La majoria de lectors reconeixeran aquesta frase de només dues paraules: «Hello, world». És la frase que Kernighan i Ritchie proposaven fer sortir al monitor en el primer exemple de codi a *The C programming language*, durant molts anys llibre de capçalera de qualsevol informàtic respectable. Atenció a la coma: «Hello world» és una frase anodina, però a «Hello, world» la pausa després de la salutació pot estar carregada d'intencions. Ha plogut una mica de llavors ençà (això era el 1978), dels codis hem deixat de dir-ne *programes* per dir-ne *aplicacions*, i hi ha indicis que la coma estava molt ben posada.



Hannah Fry és professora de matemàtiques al University College de Londres i explora en el llibre *Hello world: Being human in the age of algorithms* l'estat de l'art dels programes o aplicacions que fan servir algorismes sofisticats amb algun propòsit o, potser hauríem de dir, de l'estat de l'art dels propòsits que fan servir algorismes.

El llibre ens porta en un viatge de dues-centes pàgines, més vint-i-cinc de referències, per les llums i les ombres del paisatge digital actual. És inevitable la comparació amb

*Weapons of math destruction*, de Cathy O'Neil sobre la que vam parlar fa un temps en aquestes mateixes pàgines.

Cal aclarir, per al lector amb formació matemàtica o científica en general, que es tracta d'un llibre per al gran públic. Per a un gran públic amb certa formació, però potser no particularment expert en matemàtiques, computació o informàtica. És lògic doncs que els primers capítols estiguin destinats a familiaritzar aquest lector no expert amb els conceptes d'algorisme, anàlisi de dades i fins i tot amb una mica d'estadística bayesiana elemental, juntament amb els termes de moda: big data, machine learning, intel·ligència artificial. Aquest primer tram pot semblar molt elemental però a mesura que s'hi avança, el llibre creix en interès de forma exponencial.

Els primers capítols ens fan recordar les grans errades dels sistemes computaritzats, en particular en el context de la guerra freda. L'any 1960 un radar de la USAF va confondre la sortida de la lluna per damunt l'horitzó de Groenlàndia amb un atac de míssils soviètics i va pujar el nivell d'alerta nuclear (el famós DEFCON) al màxim. Els operadors humans van considerar que era un error i després d'uns moments de tranquil·la anàlisi professional o de pànic desfermat (depenent de les versions) tot va acabar en res. Però ens hi hem acostumat: eren els anys seixanta, dels ordinadors se'n deien «cervells electrònics» i tot plegat ja ho hem vist al *Dr. Strangelove* de Kubrick. A més, que un radar confongui la lluna amb una salva de míssils nuclears soviètics sobre Thule no deixa de ser un error de hardware i no pas de software, i el nostre gremi només toca aquest darrer gènere.

Tot sembla indicar que l'ús d'algorismes més o menys sofisticats per treure informació de quantitats molt grans de dades comença una mica més tard, quan una cadena de supermercats del Regne Unit decideix fer servir literalment la llista de la compra dels clients per fer-los ofertes específiques. En principi, això no és il·legal i a l'època el tema de la privacitat de les dades personals no era gaire problema, ni tan sols al Regne Unit. Aquesta

pràctica es va anar sofisticant fins que va començar a haver-hi queixes perquè, en un cas de «reverse engineering» *avant-la-lettre*, a partir de les ofertes personalitzades el cercle domèstic d'una persona va deduir hàbits de compra que l'interessat hauria volgut mantenir secrets.

Parlant de més alts i severs organismes, resulta que als països anglosaxons es fan servir des de fa temps paquets de soft per ajudar els jutges a avaluar la possibilitat/probabilitat de reincidència de certs delinqüents i atorgar o no llibertat condicional, o fins i tot decidir el grau d'una pena. Aquests algorismes estan essent qüestionats des de molts punts de vista, en el llibre que ens ocupa i també al de Cathy O'Neal, perquè els codis són «proprietary», per tant no són accessibles, i hi ha sospites fundades que augmenten desigualtats socials. Com que no és precisament aquesta la qüestió que ens preocupa a casa nostra, ho deixem aquí.

A continuació ve un capítol dedicat a les aplicacions a la medicina. Grans èxits i també grans fracassos dels «sistemes experts» aplicats al diagnòstic de malalties. Al costat de grans errors que en algun cas (documentat) han costat la vida a algú, també hi ha èxits que han salvat moltes vides, per exemple si pensem en els avenços en la detecció automàtica de cèl·lules malignes en biòpsies. Tanmateix, aquí el debat és de baixa intensitat: tothom té molt clar que la hipotètica substitució total dels metges per màquines està molt, molt, molt lluny, si és que està en algun horitzó possible.

La intensitat dels arguments fa un salt espectacular en el capítol següent, destinat a temes de transport. En aquests moments, grans companyies ens anuncien com imminent l'arribada dels cotxes sense conductor, guiats per algorismes que escanejaran la carretera, l'entorn i els vianants i prendran les decisions oportunes. Oportunes? Preguntat sobre quina seria la decisió del sistema si hagués d'escollir entre salvar els ocupants o salvar un grup de vianants en cas d'accident imprevist, imminent i avaluat com a mortal, el representant d'una gran companyia alemanya va respondre que la prioritat eren els ocupants del vehicle. La

resposta va generar un gran debat perquè no és difícil imaginar situacions en les quals aquesta decisió és discutible. Però l'hauria generat igual si la resposta hagués estat la contrària.

Aquest problema té una solució aparentment trivial: en cas d'emergència el control passa automàticament a la part humana. És el que sortosament fins ara ha anat passant amb les identificacions errònies d'atacs nuclears, excepte a la pel·lícula d'en Kubrick, perquè allà l'última paraula la tenia un ordinador.

Però els problemes es multipliquen: si vas tranquil·lament llegint el diari en el teu cotxe sense conductor i tot d'una el vehicle et traspasa el volant, necessites un temps per avaluar la situació des de zero, que pot ser llarg. També pot ser que tinguis poca experiència en la conducció, potser precisament per utilitzar habitualment aquests vehicles, i que no sàpigues avaluar correctament la situació. Tot sembla indicar que això és el que va provocar l'accident del vol AF447 de Rio de Janeiro a Paris, el maig de 2009, explicada en el llibre amb detall colpidor.

El darrer capítol és més relaxat perquè està dedicat a la relació entre algorismes i art i ja no hi tenim vides en joc. Voldria remarcar-ne un cas explicat: l'any 1997, a la University of Oregon, una audiència selecta va escoltar tres peces interpretades al piano: una peça de Bach poc coneguda, una composició feta per un professor de música de la pròpia universitat, que volgudament imitava Bach (diguem una «falsificació» feta per a l'esdeveniment) i una peça creada per un algorisme sofisticat que havia analitzat els patrons en les partitures de Bach i de manera aleatòria n'havia generat una amb els mateixos patrons. L'audiència era conscient de l'experiment i després de la soirée se'ls va demanar que diguessin el seu parer sobre quina peça era quina. No volem fer de spoilers, només direm que l'ombra d'Alan Turing sembla ser molt llarga.

En resum: un llibre molt recomanable, escrit amb molt de sentit de l'humor i que planteja qüestions de molta profunditat sobre la relació entre humans i, com deia Turing, «the machines».

## L'habitació màgica

Xavi Roca

Professor de matemàtiques i autor dels relats del web Materatura

És sòrdida, aquesta escena, hi ha alguna cosa que fa olor de farsa, de tragèdia. Avui es lliura el premi honorífic de l'Acadèmia de les Arts al jove Sergio del Monte, l'artista conceptual més famós i prolífic dels últims anys, l'home de moda, pel que sembla. L'obra amb què ha guanyat el premi ha causat furor, i, per la seva connexió amb les matemàtiques, a algú se li ha acudit convidar a l'acte un representant de la comunitat acadèmica. Haurien pogut convidar-ne molts altres, tots més joves i mediàtics que jo, però qui millor que el senyor afable i de bon discurs, el jubilat inofensiu i apaivagador, el vell entranyable en qui m'he convertit.

La veritat és que en tindria prou amb un parell de frases per a aniquilar tot aquest teatre. Podria esperar que arribés el meu torn, esperar amb paciència tal com estic fent ara, mentre els convidats van arribant, mentre comencen a col·locar-se els representants de les institucions, mentre arriba el premiat amb la seva cohort i es van asseient a les seves butaques degudament jerarquitzades. En tindria prou d'esperar que arribés el meu torn, el meu petit discurs on s'espera que agraeixi, que enalteixi o que connecti o que inspire, i aniquilar tota l'escena mitjançant dues úniques frases, inesperades i letals.

«L'obra de Sergio del Monte és un plagi». Només amb aquesta desencadenaria l'escàndol. És una còpia íntegra, una rèplica total i absoluta, una reproducció que no canvia un sol detall d'un treball que té, segons els meus càlculs, més de quaranta anys.

Per descomptat que he pensat en la possibilitat d'equivocar-me. Podria ben succeir, com en el cas del conte de Borges, que Del Monte sigui el nou Pierre Menard, i que de dues ments diferents n'hagin nascut dues obres exactament iguals, només que amb quatre dècades de diferència. La meva memòria també podria estar-me jugant una mala passada, i els meus records, ser més vagues del que crec, però hi ha massa coincidències perquè m'estigui equivocant.

En primer lloc, no només el resultat és exactament el mateix, sinó que també ho és el

títol de l'obra. *Habitació fantàstica impossible, o deliciós carreró sense sortida*, una composició de paraules massa elaborada perquè la coincidència sigui producte de l'atzar. En el fons l'obra no és més que una il·lusió òptica, una instal·lació que altera la percepció visual (o més ben dit, que la posa en dubte), però amb una teoria matemàtica subjacent molt més complexa que les que s'usen en les habituals paradoxes visuals, basades en miralls, calidoscopis i altres efectes. Dubto moltíssim que l'artista Del Monte tingui els coneixements matemàtics per a construir pel seu compte una obra tan digna, però, encara que fos així, si la probabilitat que tots dos hagin construït la mateixa habitació ja és extremament baixa, coincidir a més en un títol així és una casualitat del tot impossible.

Però hi ha una altra prova que considero definitiva. Sergio del Monte és l'únic fill de Lucille Manteneur, la creadora de l'habitació màgica original. Aquesta seria la meva segona i última frase lapidària: «T'has limitat a copiar l'obra de la teva difunta mare», encara que fantasio amb variants més contundents, més feridores amb ell o reivindicatives amb el talent d'ella. «Egocèntric usurpador», per exemple, «què et costava reconèixer la teva mare, concedir-li un just homenatge, en lloc d'apropiar-te del seu mèrit?».

No em sorprenen, no obstant, la seva vanitat i el seu narcisisme, la falsa dosi d'amor que imagino que espera, després d'obtenir el seu anhelat premi, el cim més alt on pot arribar, en aquest cas, un artista. Jo era com ell, quan era jove. El desig de reconeixement és un motor enganyós, difícil de mantenir a ratlla, un verí que mai desapareix, per molt que el temps l'atenuï. Jo també somiava amb l'èxit, a pujar al púlpit i rebre aplaudiments i sortir a la premsa. Recordo que un dels meus desitjos era sortir entrevistat a la contraportada del diari de més tirada nacional. Amb això em donaria per satisfet, em deia amb ironia, aquest seria el cim de la meua carrera. Vaig trigar molt de temps a comprendre la vacuïtat, la fantasia insaciada que sustenta l'ego, o, com ho plantejava la



Lucille: «I després d'aconseguir-ho, què? Què serà el següent que desitgis?».

La Lucille era una dona extraordinària. Em vaig enamorar d'ella i del seu discurs, del seu accent francès i de la seva mirada celeste, de la seva veu lenta i delicada, del gest de dubte que se li posava a la boca quan pensava, de la seva timidesa; per descomptat, també de les seves matemàtiques. La consumació de la nostra confessada atracció mútua en aquells anys era impossible, i el fet que ho fos crec que alimentava encara més el desig, ja que el mantenia en un pla ideal, tan sols teòric. El títol de *Habitació fantàstica impossible*, o deliciós carreró sense sortida va ser la meua única aportació al seu treball, i el vaig triar perquè em va semblar una bona descripció de la nostra impossibilitat romàntica. El nostre idil·li platònic era bonic i al mateix temps il·lusori, de la mateixa manera en què ho era la seva habitació màgica.

Per descomptat que no va ser màgia —sinó les matemàtiques— el que va utilitzar la Lucille per a la seva creació. Recentment s'han posat de moda, però en aquella època molt pocs parlaven d'anamorfismes. La Lucille va generalitzar la construcció d'un anamorfisme clàssic, en el qual una figura dibuixada en dues dimensions, observada des d'un punt de vista privilegiat, es percep com si estigués en tres dimensions. La idea de la Lucille era senzilla, i, per això mateix, brillant: si es podien construir anamorfismes que convertien les dues dimensions en tres, podien existir els que convertissin tres dimensions en quatre? És a dir, era possible construir un anamorfisme que, donat un objecte en tres dimensions, pogués ser percebut, des d'un punt de vista privilegiat, com si fossin quatre, les dimensions?

D'entrada el problema semblava un absurd, una extravagància producte d'un joc de possibilitats. No només no sabem si de debò existeix aquesta quarta dimensió geomètrica, sinó que no tenim possibilitat de percebre-la, així que, fins i tot després de construir l'hipotètic anamorfisme, com se sabia si el resultat era correcte? La Lucille responia: «No ho sabem, però aquesta és la gràcia: el que busquem és una finestra que ens ensenyi com és el món que desconexem».

El procediment de la Lucille va consistir a generalitzar tot element geomètric que in-

tervenia en l'anamorfisme clàssic, i estendre'l a una dimensió més. Així descrit, el procés sembla senzill, però els diagrames de Schlegel que feia servir la Lucille eren d'una complexitat prodigiosa, i li van caldre més de dos anys per a acabar el projecte. Convertir punts en rectes, rectes en plans i plans en hiperplans no sempre donava un resultat coherent, i la Lucille va haver d'usar el marc teòric de la geometria projectiva. Jo vaig seguir el procés des de lluny, i em vaig limitar a validar els seus resultats. Encara que la vaig veure en molts moments a punt de tirar la tovallola, sempre vaig creure que seria capaç d'acabar la seva obra, fins que un dia em va convidar a casa seva per a apreciar el resultat.

El que vaig veure aleshores va ser exactament el mateix que Del Monte ha presentat al concurs de l'Acadèmia de les Arts. Després d'obrir una porta negra, si un es col·locava al centre d'una minúscula habitació, una mica més gran que un ascensor, a tot arreu on es mirés, es tenia la sensació d'haver entrat en un món oníric de geometries fantàstiques. El que els ulls percebien era un espai que només podia definir-se com a magnífic, un llenç espacial meravellós i inquietant, com si un eixam de fractals s'obris i es multipliqués, i produís, calia reconèixer-ho, un cert mareig al cap d'un temps.

La Lucille va entrar amb mi a l'habitació, i allà ens vam besar per primera i última vegada. No va caldre que cap dels dos digués res: tots dos sabíem que, una vegada sortíssim de l'habitació, aquell petó abstracte i deliciós s'evairia, de la mateixa manera en què les quatre dimensions de l'anamorfisme tornarien a ser només tres. D'aquell viatge, d'aquella experiència sensual en quatre dimensions, va ser d'on vaig obtenir la inspiració per a titular la seva obra *Habitació fantàstica impossible*, o deliciós carreró sense sortida, una ocurrència que la Lucille em va agrair amb una mirada tendra, terriblement nostàlgica, i que guardo com un dels moments més poètics de la meua vida.

No sé què en va ser, de l'habitació original, ni tampoc on van acabar totes les pàgines on la Lucille va plasmar el seu projecte. Vaig assistir al seu enterrament fa quasi un any, i vaig dipositar un ram de flors sobre la seva tomba, acompanyat d'un vers que prefereixo no revelar aquí. Allà va ser on vaig saber que el

seu fill Sergio, el petit Sergio del Monte, s'havia convertit en artista, l'artista de moda, el premi honorífic de l'Acadèmia de les Arts.

Mentre encaixem li murmuro a cau d'orella: «La teva mare estaria orgullosa de tu». Potser no soc, al final, un vell tan entranyable. Si ho fos, m'hauria contingut de llançar-li aquest dard enverinat, aquesta subtil i secreta pulla. A part de somriure, Del Monte no reacciona de cap manera especial. No deu ser conscient que *jo sé* que l'obra no és seva, o potser és que els focus li ennuvolen la lucidesa. El públic aplaudeix i se succeeixen els parlaments, i quan arriba el meu torn, es fa un silenci que m'atordeix.

«Què dimonis li passa, al vell matemàtic?», deuen pensar tots (o potser només ho penso jo), mentre mantinc en suspens l'auditori, prolongant el silenci una mica més del compte. «Egocèntric usurpador», penso, «què et costava reconèixer la teva mare, concedir-li un just homenatge, en lloc d'apropriar-te del seu mèrit?», però finalment pronuncio un discurs

neutre, a penes tres frases d'agraïment i d'elogi. Ho faig amb correcció i amabilitat però com un autòmat, com si recités un vers sense cap emoció.

Quan m'aplaudeixen, sento que no soc allí. Sento que soc a l'habitació fantàstica impossible, al deliciós carreró sense sortida de la Lucille, a la fantasia insaciable que sustenta el desig. Torno al meu seient i escolto la resta de discursos. Es parla i s'aplaudeix i finalment se li lliura el premi, moment que aprofito per marxar. Amb només dues frases hauria pogut aniquilar Del Monte, la seva vanitat i tot el que representa. Hauria pogut fer justícia i reivindicar la figura de la seva mare, però finalment no ho he fet, no he estat ni tan sols a prop de fer-ho. Camino sol en direcció a casa meva, i penso en la Lucille. Em miraria amb els seus ulls de color celeste, em parlaria amb el seu accent francès. «Ara, què?», em preguntaria. «Què és el següent que desitges?». I aquest cop tampoc no sabia què respondre-li.

## **El valor de 0: Primer premi del concurs de relats curts Cangur 2019**

Andrea Gil Guimerà

3r d'ESO, Institut Torre Roja, Viladecans

Aquesta història té l'origen en el «Tema 1: Nombres racionals» del llibre de matemàtiques de 3r d'ESO.

Tots els habitants d'aquest tema eren feliços, amb una vida tranquil·la i pacífica. Bé, almenys quasi tots, i és que en la subdivisió dels nombres enters hi vivia un 0 que estava molt trist, ja que creia que la seva existència no tenia «cap valor». Al voltant seu, els nombres se sumaven, es restaven, es multiplicaven i es dividien entre ells, i donaven lloc a altres nombres diferents. «Tant de bo jo pogués fer això...» pensava, cada cop que els veia.

Els dies passaven i el 0 estava cada vegada més afligit. «No serveixo per a res. Per què he de ser tan diferent de la resta de nombres? Fins i tot han inventat una manera de no haver-me d'escriure tantes vegades, la “notació científica”...».

Finalment, una tarda va prendre la decisió de marxar d'aquell lloc. No sabia cap a on es dirigia, però el que sí que tenia clar era que no volia continuar estant entre aquelles pàgines.

Abans de tocar el dos (no literalment), però, va deixar una nota als altres nombres:

«Després d'haver-hi reflexionat molt, he determinat anar-me'n del tema. La meua vida no té sentit, i en les vostres no apporto res: ni hi sumo ni hi resto.»



Així doncs, el 0 va fer les maletes i va emprendre un llarg viatge, anant de pàgina en pàgina, i passant per diversos temes, fins que es va aturar en un que li va cridar

l'atenció. Es titulava «Tema 5: Equacions». Va arribar fins a l'apartat de les equacions de segon grau incompletes, concretament les del tipus  $ax^2 + bx = 0$ . Després d'haver deixat l'equipatge en un hostel amb forma cilíndrica, es va disposar a donar una volta per la rodalia d'aquella petita zona, per tal d'explorar-la una mica. El 0 estava caminant entre les equacions incompletes del subtema quan una que passava pel costat, acompanyada d'un grup d'amigues, se'l va quedar mirant i va exclamar:

- Ei, mireu! És la meva imaginació o aquell que hi ha allí és ni més ni menys que el 0?
- Eh? On dius que... Ah, ja el veig! Sí, és ell!
- No m'ho puc creure! El famosíssim 0!

Quan van sentir allò, la resta d'equacions es van girar i, en veure el 0, van anar corrents fins on era, de manera que el nombre va acabar envoltat d'aquell conjunt d'igualtats algebraiques.

- No ho entenc, què és el que passa? Només soc un nombre sense valor...!
- Com que sense valor? Però si ets una de les nostres solucions! Un dels valors de  $x$ ! Em podries firmar un autògraf, si us plau?
- Jo també en vull un, i una foto amb una dedicatòria!
- I jo!

El 0 estava confós: no s'hauria pensat mai que seria tan conegut en un apartat. S'hi va quedar uns quants dies i, un cop va haver satisfet totes les peticions d'aquelles fans incompletes, va tornar a partir; no sense abans haver reflexionat sobre tot el que li havia passat en aquell tema, però.

Aquesta vegada va fer un recorregut en forma de paràbola que el va acabar portant a unes noves terres, el «Tema 7: Funcions». El que va veure allí el va sorprendre molt. Ell, que estava acostumat a les pàgines del seu tema, veia aquest com si fos un món diferent, on totes les funcions que hi vivien eren representades en una gràfica dividida en quatre parts per dues rectes perpendiculars (més tard es va assabentar que aquestes parts rebien el nom de

*quadrants*). Un cop va haver descansat d'aquell trajecte, el 0 va decidir fer turisme a aquell tema que li semblava tan estrany. Durant un llarg període de temps, el nombre va visitar cadascun dels quadrants (començant pel primer i anant en sentit antihorari) i va conèixer funcions de tota mena, entre les quals n'hi va haver una que es va acabar convertint en la seva amiga, una funció lineal:  $y = 2x$ . Cada dia quedaven per donar una volta, malgrat que els únics quadrants pels quals passaven eren el primer i el tercer. En aquestes trobades tots dos aprofitaven per dialogar sobre un munt de coses, i fins i tot va haver-hi un dia en què es van posar a parlar dels seus problemes, quan tots dos es trobaven a  $P(-9, -18)$ . El 0 admirava molt la seva amiga, ja que, tot i que la funció no era gaire popular, no era com altres veïnes seves, amb expressions algebraiques més complexes (com les funcions afins o les quadràtiques); ella deia que estava conforme i era feliç amb el que li havia tocat ser.

- I tu també ho hauries de ser —li va recomanar la funció.
- Jo no tinc motius per ser-ho. Represento el no-res. Tu almenys t'assembles a les altres funcions i teniu diverses coses en comú; jo soc totalment diferent dels altres nombres.
- I precisament això és el que et fa únic. Vine amb mi, que et vull ensenyar un punt molt especial.

Això últim el va agafar desprevingut. Abans que el nombre pogués dir res, la funció va sortir corrents, amb la qual cosa el 0 no va tenir més remei que seguir-la. Feia una bona estona que caminaven (al nombre se li va fer tan llarga com una recta) quan, finalment, la funció es va aturar.

- Ja hem arribat! —va anunciar, entusiasmada.
- Què se suposa que he de veure? Si hem passat desenes de vegades per aquí, per passar del primer quadrant al tercer...!
- Xxt! Calla i, aquesta vegada, fixa-t'hi bé.
- El va tallar, i va assenyalar un espai en concret.

Va ser quan el 0 va dirigir la mirada allà on la funció deia que ho veia. Aquell lloc era el punt en el qual els dos eixos, l'eix  $X$  i l'eix  $Y$ , es tallaven. Aquell lloc era l'origen de coordenades. El nombre no es podia creure el que veia: el tema en el qual es trobava i que tant l'havia fascinat tenia els inicis en el punt  $(0,0)$ !

— Ho veus? Sempre has estat trist perquè creies que, com que eres un 0, ningú et necessitava, però totes nosaltres, les funcions, no podríem ser representades si no fos per tu. És cert que representes el no-res, però, de la mateixa manera, també representes una altra cosa: l'origen. Nombre 0, tu ets l'origen d'aquest món.

El 0 va reflexionar sobre les paraules de la seva amiga i sobre tots els esdeveniments que

havien succeït des que havia pres la resolució de fer aquell viatge, i va arribar a la conclusió que ella tenia raó: s'havia passat la vida queixant-se d'ell mateix i de la seva existència, però no s'havia aturat mai a pensar en les coses bones que tenia. Ara, ja no li feia res no ser com els altres; la funció li havia ensenyat que ser diferent era el que el feia ser tan únic, tan especial.

Després d'això, el 0 va agrair a la seva amiga tot el que havia fet per ell, i es va quedar a viure en aquell tema, en l'origen de coordenades, per poder estar sempre amb la funció que li havia canviat la manera de veure la vida.

Va ser així com el 0 va trobar la solució al seu problema o, dit d'una altra manera, va «trobar el valor de  $x$  en la seva equació».

I és que aquesta història acaba a l'inici, al punt  $(0,0)$ .

## Racó biogràfic

### Guillaume F. A. de l'Hôpital (1661–1704): L'home rere la regla

Mònica Blanco

Universitat Politècnica de Catalunya

En càlcul diferencial s'associa el nom de L'Hôpital principalment amb la coneguda regla que permet avaluar el límit de funcions que presenten indeterminacions del tipus 0 entre 0, o bé infinit entre infinit, mitjançant el càlcul del límit del quocient de les derivades del numerador i del denominador. Aquest resultat apareix a la secció IX de l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, el primer manual sobre càlcul diferencial, publicat el 1696 per Guillaume François Antoine de l'Hôpital, el Marquès de l'Hôpital.

Guillaume F. A. de l'Hôpital, Marquès de Sainte-Mesme i de Montellier, comte d'Entremont, senyor d'Oucques, La Chaise, Le Bréau i altres llocs, neix a París el 1661. El Marquès signava les seves cartes com a Lhospital, però els seus contemporanis també escrivien el nom com L'Hospital, L'Hospital o L'Hôpital. De fet a l'*Éloge* que Bernard le Bovier de Fontenelle (1657–1757), secretari de l'Académie de Sciences de París, li dedica el 1708, trobem el nom

escrit com L'Hôpital, forma molt propera a la que es fa servir en l'actualitat.



Figura 1. Retrat del Marquès de L'Hôpital, reproduït a Spiess (1955, p.128).



Segons sembla, la família paterna provenia d'una família napolitana, els Galluccio. Segons Spiess (1955), això podria explicar la presència d'un gall petit a l'escut de la família, com s'observa al retrat del Marquès (Figura 1).

Al seu *Éloge*, Fontenelle escriu que el jove L'Hôpital sentia poca inclinació pel llatí, però que, en canvi, mostrava passió i talent per les matemàtiques, i per la geometria en particular. Ja amb 15 anys va resoldre un problema que havia estat proposat per Pascal sobre la cicloide. El seu pare, Anne de l'Hôpital, era tinent general de l'exèrcit francès, i la seva mare, Elizabeth Gobelin, era filla d'un intendent de l'exèrcit francès i conseller d'estat. Amb aquests antecedents, no és estrany que L'Hôpital entrés al servei militar, on va arribar a ser capità de cavalleria del Regiment Coronel General. Tanmateix, a causa de la seva extrema miopia, va haver d'abandonar la carrera militar, amb la qual cosa va poder dedicar-se obertament a l'estudi de la geometria.

El 10 de juliol del 1688 es casà amb Marie-Charlotte de Romilley de la Chesnelaye, amb qui tingué tres filles i un fill, i que compartia el seu interès per les matemàtiques. La família passava l'estiu i la tardor a la seva propietat a Oucques (a la regió Centre-Vall del Loira), i la resta de l'any, a París. Gràcies a una herència de la part de la seva dona, el Marquès de l'Hôpital va afegir el títol de comte d'Entremont el 1694.

La lectura de la *Recherche de la vérité* (1674–1675) l'empeny a conèixer el seu autor, el filòsof, teòleg i pare oratorià Nicolas Malebranche (1638–1715). L'Hôpital el pren com a guia en les ciències i, com veurem més endavant, esdevindrà membre del cercle de Malebranche, al qual també pertanyia Pierre Varignon (1654–1722), entre d'altres.

A partir del 1693 és considerat com un dels geomètres de primer rang d'Europa. Publica diversos articles a revistes d'Alemanya i de França, com *Acta Eruditorum*, *Mémoires de l'Académie des Sciences* i *Journal des Savants* (Coolidge, 1990; Spiess, 1955). Justament fou en la dècada del 1690 quan començà la seva correspondència amb Christiaan Huygens (1629-1695), Gottfried W. Leibniz (1646–1716) i Johann Bernoulli (1667–1748). El 1696 el Marquès va publicar l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (1696), el primer manual sobre càlcul diferencial, que

esdevingué un best-seller a l'època. Com a reconeixement per ser l'únic francès implicat en el desenvolupament del càlcul infinitesimal, el 1699 fou nomenat membre honorari i vicepresident de l'Académie des Sciences de París, de la qual ja era membre des del 1693. El 1707, tres anys més tard de la seva mort a causa d'una apoplexia, es publica el seu *Traité analytique des sections coniques*.

Com he comentat abans, el resultat que coneixem com a regla de *L'Hôpital* apareix a la secció IX de l'*Analyse des infiniment petits* del Marquès de l'Hôpital. Aquest manual presentava de manera sistemàtica i estructurada els fonaments del càlcul diferencial de Leibniz.

### **Analyse des infiniment petits**

El 1684 Leibniz havia publicat a la revista *Acta Eruditorum* el primer article sobre el seu càlcul: «Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus» («Un mètode nou per a màxims i mínims, així com per a tangents, que no s'atura davant les quantitats fraccionàries o irracionals, i és un gènere singular de càlcul per a aquests problemes»). En aquest article Leibniz presentava, sense justificar, les regles bàsiques del càlcul diferencial, i la seva aplicació a alguns problemes, com el problema de la llei de la refracció i el problema de De Beaune. El de la llei de refracció consisteix a trobar un punt sobre una recta que separa dos medis de diferents densitats, de manera que el camí d'un a l'altre a través del punt sigui el més fàcil de tots els possibles, és a dir, el de recorregut mínim. D'aquesta qüestió ja se n'havien ocupat els matemàtics àrabs, com Al-Haytham (965–1039), i en els segles xv–xvi, Willebrord Snell (1581–1626), Christiaan Huygens, René Descartes (1596–1650) i Pierre de Fermat (1601–1665) (Pla et al., 2008). En el segon cas, es tracta del problema que Florimond de Beaune (1601–1652) plantejà en una carta a Descartes el 1638: trobar una corba la subtangent de la qual sigui una constant donada. Aquest problema és considerat el primer exemple del mètode invers de les tangents, o d'equacions diferencials (Fauvel i Gray, 1987).

Dos anys més tard, Leibniz publicava un altre article a la mateixa revista, aquest cop

centrat en el càlcul integral: «De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum» («Sobre una geometria altament oculta i l'anàlisi dels indivisibles i infinits»), on apareix el símbol  $\int$  per representar la integral.



Figura 2. Portada de l'*Analyse* (1696).

En tots dos casos es tractava d'assajos curts i difícils d'entendre, sense explicacions complementàries. La lectura i comprensió d'aquests dos articles sembla haver motivat l'interès del Marquès de l'Hôpital per explicar i difondre el càlcul de Leibniz, interès que comparteix amb Nicolas Malebranche. Tot i no ser nomenat membre honorífic de l'Académie des Sciences de París fins al 1699, la implicació de Malebranche en els assumptes de l'acadèmia tingué un paper fonamental en el desenvolupament i la difusió del càlcul a França, a través del seu cercle d'amics, contactes i corresponents. A més del Marquès de l'Hôpital, a aquest cercle pertanyien també Pierre Varignon, Charles R. Reyneau (1656–1728), Louis Carré (1663–1711) i Pierre R. de Montmort (1678–1719), entre d'altres (Robinet, 1960). Malgrat haver-se format en el pensament cartesià, en els anys 1670 Malebranche es convertí en seguidor de les teories filosòfiques i matemàtiques de Leibniz, a qui conegué personalment durant la seva visita a París (1672-1676). Tanmateix, a Malebranche li resultava molt difícil entendre els articles de Leibniz, en particular els relacionats amb el nou càlcul, tal com ho expressa en una carta que li va enviar el 1692: «No podríeu, senyor, donar al públic amb més detall del que ho heu fet les

regles d'aquest càlcul i els usos que se'n poden extreure?» (Robinet, 1970, p. 58).

Així, es pot considerar que la lectura dels articles de Leibniz, junt amb la influència de Malebranche, van motivar la publicació de l'*Analyse des infinitement petits* el 1696, de manera anònima (Figura 2), tot i que a l'edició del 1716 ja se n'identifica l'autor.

Al prefaci, L'Hôpital defineix el càlcul diferencial com aquell que va de les «magnituds enteres a les seves diferències infinitament petites per comparar aquestes quantitats infinitament petites» (L'Hôpital, 1696, prefaci, XI). En canvi, el càlcul integral consisteix a «tornar d'aquestes quantitats infinitament petites a les magnituds o als totals dels quals en són les diferències, és a dir, trobar-ne les sumes» (L'Hôpital, 1696, prefaci, XI). Havent-se assabentat que Leibniz estava treballant en un tractat titulat *De scientia infiniti* (que suposadament havia d'incloure el mètode invers de les tangents, rectificació de corbes, quadratures), L'Hôpital havia decidit dedicar el seu manual únicament al càlcul diferencial.

L'*Analyse* consta de deu seccions. A la primera secció s'enuncien les definicions, les suposicions i les regles bàsiques de la diferenciació. L'Hôpital comença definint *quantitat variable i diferència*:

Definició I: *S'anomenen quantitats variables aquelles que augmenten o disminueixen contínuament; i al contrari, quantitats constants aquelles que romanen sempre iguals mentre les altres canvien. Així, en una paràbola les abscisses i les ordenades són quantitats variables, mentre que el paràmetre és una quantitat constant.* (L'Hôpital, 1696, p. 1)

Definició II: *La porció infinitament petita en què una quantitat variable augmenta o disminueix contínuament s'anomena la diferència.* (L'Hôpital, 1696, p. 2)

Com indica Schubring (2005), precisament la definició I representa una de les primeres reflexions sobre el concepte de variable. A continuació, L'Hôpital enuncia les dues suposicions següents, les quals afirma que no necessiten demostració. La primera suposició estableix què significa que dues quantitats difereixin d'una *quantitat infinitament petita*:

Suposició I. *Es poden considerar iguals dues quantitats que difereixen en una quantitat infinitament petita. Dit d'una altra manera, si una quantitat l'augmentem o la disminuïm en una quantitat infinitament menor, roman igual. Així, podrem prendre AP igual a Ap, PM igual a pm, l'espai Apm igual a l'espai APM, l'espai MPpm igual al rectangle MPpR, el sector AMm igual al triangle  $\triangle AMS$ , etc. (L'Hôpital, 1696, § 2).*

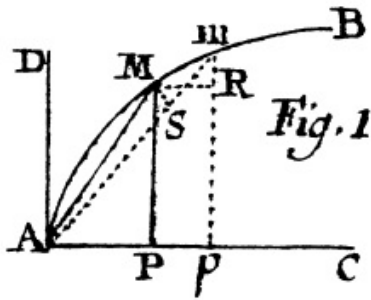


Figura 3. Figura 1 de l'Analyse, reproduïda a Bradley et al. (2015).

La segona suposició introdueix la idea de corba com a polígon infinitangular (Figura 4):

Suposició II. *Una corba pot ser considerada com un polígon d'infinits costats. Els angles entre aquests costats donen la curvatura de la corba. Per tant, la porció de corba Mm infinitament petita es pot considerar per aquesta raó com un segment rectilini i, així, el triangle  $\triangle mSM$  passa a ser rectilini. (L'Hôpital, 1696, § 3).*

Aquesta idea apareix a l'article de Leibniz del 1684, a diferència del càlcul newtonià, on la corba es genera cinemàticament.

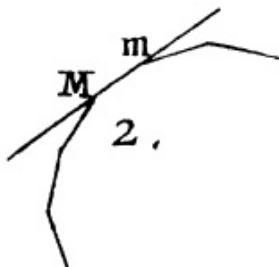


Figura 4. Figura 2 de l'Analyse, reproduïda a Bradley et al. (2015).

Després de les definicions i suposicions, L'Hôpital exposa, de manera justificada, les

regles bàsiques de diferenciació (suma, resta, multiplicació, fraccions, potències, arrels).

La resta de seccions exposen totes les aplicacions del càlcul conegudes per resoldre problemes relacionats amb corbes: no només la determinació de tangents (secció II), de màxims i mínims (secció III) i punts d'inflexió (secció IV), sinó també problemes més nous, tòpics de recerca de finals del XVIII, com les evolutes (secció V), les càustiques per reflexió i refracció (seccions VI i VII), i les envoltants a una família de corbes (secció VIII). Per a aquests últims, el nou càlcul és gairebé l'únic capaç de resoldre'ls de manera general. La secció IX està dedicada a la resolució de diversos problemes, fent servir els mètodes precedents. En particular, la secció s'obre amb el que actualment es coneix com a *regla de L'Hôpital*.

Proposició I: *Sigui una línia corba AMD (AP = x, PM = y, AB = a) tal que el valor de l'aplicada y estigui expressat per una fracció, de la qual el numerador i el denominador esdevenen cadascun zero quan x = a, és a dir quan el punt P cau sobre el punt donat B. Es demana quin ha de ser llavors el valor de l'aplicada BD. (L'Hôpital, 1696, § 163).*

L'Hôpital expressa l'aplicada (és a dir, l'ordenada) PM amb la fracció general:

$$PM = \frac{AB \times PN}{PO}$$

on PN és l'ordenada de la corba ANB corresponent al numerador, i PO l'ordenada de la corba COB corresponent al denominador, que s'anul·len alhora quan el punt Pcau sobre el punt donat B (Figura 5). Aleshores prenent bd infinitament proper a BD, es té que:

$$bd = \frac{AB \times bf}{bg}$$

que no difereix de BD (aquí remet a la suposició I). Per tant, només és qüestió de buscar la raó de les ordenades bg a bf.

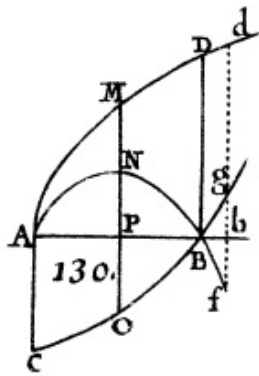


Figura 5. Figura 130 de l'*Analyse*, reproduïda a Bradley et al. (2015).

Finalment, a la secció X es compara l'elegància del nou càlcul amb els mètodes no tan àgils de Descartes i Hudde per trobar extrems.

### La recepció de l'*Analyse*

La publicació de l'*Analyse des infiniment petits* generà un debat en el si de l'Académie des Sciences (1700–1706) sobre l'admissibilitat del nou càlcul. Els seus detractors, liderats per Michel Rolle (1652–1719), criticaven la manca de rigor del nou càlcul, davant dels seus defensors, liderats inicialment per Varignon (Blay, 1986; Mancosu, 1989).

Tanmateix, l'*Analyse* donà una gran embranzida al nou càlcul i, en particular, a la seva difusió i ensenyament. Així, per exemple, al seu *Éloge*, Fontenelle (1708, p. 57) destacava que L'Hôpital hagués comunicat «els tresors amagats de la nova Geometria», que hagués revelat els secrets dels infiniment petits. A la seva *Histoire des mathématiques* (1758), Montucla afirmava que els únics capaços d'entendre el càlcul de Leibniz abans del 1696 eren el mateix Leibniz, Jakob i Johann Bernoulli, Varignon i L'Hôpital. La ressenya de l'*Analyse* publicada al *Journal des Savants* (juny del 1696) lloava la manera estructurada i coherent de presentar el nou càlcul, tal com faria anys més tard Fontenelle a l'*Éloge* (1695?–1768) el va traduir a l'anglès (1730), però per respecte a Isaac Newton (1643–1727), el va reescriure en termes fluxionaris. L'*Analyse* també fou traduït al llatí a Viena (1764, 1790).

Per aclarir aquelles parts de l'*Analyse* que podien resultar més difícils d'entendre, a França es van publicar diversos comentaris com a suplement de l'obra de L'Hôpital:

- *Éclaircissemens sur l'Analyse des infiniment petits* (París, 1725), de Varignon, probablement escrit en part poc després de la publicació de l'*Analyse*.
- *Commentaire sur l'Analyse des infiniment petits* (París, 1721), de Jean-Pierre de Crouzaz (1663–1750).
- *Analyse des infiniment petits, suivie d'un nouveau commentaire pour l'intelligence des endroits les plus difficiles de cet ouvrage* (Avinyó, 1768), d'Aimé-Henri Paulian (1722–1802).

Aquests comentaris explicaven l'obra de L'Hôpital, segons enfocaments pedagògics diversos, en un intent de fer-la més entenedora (Bella i Blanco, 2018).

### La gènesi de l'*Analyse*

En el prefaci de l'*Analyse*, L'Hôpital deixa oberta la porta a les reivindicacions que en vulguin fer Leibniz i els germans Bernoulli, especialment el més jove, Johann Bernoulli (1667–1748), per haver fet servir els seus coneixements. Poc després de la mort del Marquès, Johann Bernoulli publicà a *Acta Eruditorum* una observació necessària per completar el resultat conegut ara com a *regla de L'Hôpital*, que apareixia a la secció IX de l'*Analyse*, i aprofità per reclamar-ne l'autoria. Més encara: ja en una carta a Leibniz del 1698, Bernoulli havia reivindicat l'autoria de la major part de l'*Analyse* (Spiess, 1955). De fet, durant molt de temps es tingueren dubtes sobre qui n'era realment l'autor.

La relació entre Johann Bernoulli i L'Hôpital començà el 1691, quan Bernoulli visità Paris. Fou justament Malebranche qui presentà Johann Bernoulli a L'Hôpital. Arran d'aquesta trobada, L'Hôpital demanà a Bernoulli que l'instruís en el nou càlcul leibnizià. Les lliçons de Bernoulli comencen primer a Paris, entre finals del 1691 i el juliol del 1692, i continuen després a la propietat del Marquès a Oucques, entre l'agost i l'octubre del 1692.

Quan el 1922 Paul Schafheitlin publicà les *Lectiones de calculo differentialium* de Johann Bernoulli, es va fer palès que les quatre primeres seccions de l'*Analyse des infiniment petits* es basaven en les lliçons de Bernoulli —tot i que entre tots dos textos es detecten certes



diferències (Blanco, 2001). Les *Lectiones* recullen les lliçons de Bernoulli que un amic seu copiava, abans de lliurar els originals a L'Hôpital (Blanco, 2008).

No quedà cap dubte sobre les fonts en què es basava l'*Analyse* quan es publicà la correspondència de Johann Bernoulli i L'Hôpital, que s'establí quan Bernoulli se'n tornà a Basilea (Spiess, 1955). D'una banda, alguns problemes i resultats de les sis seccions restants de l'*Analyse* es poden trobar a les seves cartes (Blanco, 2018). En particular, la *regla de L'Hôpital* es troba a la carta que Bernoulli escrigué al Marquès el 22 de juliol del 1694 (Spiess, 1955, carta número 28). D'altra banda, en una carta amb data 17 de març del 1694, L'Hôpital ofereix a Johann una renda anual de 300 lliures, quantitat que tenia intenció d'augmentar. A canvi, Bernoulli havia de comunicar-li a ell, i només a ell, les seves descobertes. En particular, li pregava que no les comunicés a Varignon (Spiess, 1955, carta número 20). Tot i que no s'ha trobat la resposta de Johann a aquesta carta, justament de la carta abans esmentada, del 22 de juliol del 1694, es pot inferir que Bernoulli havia acceptat el tracte proposat per L'Hôpital.

### Altres contribucions de L'Hôpital

L'Hôpital va publicar un altre tractat excel·lent, el *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la resolution des equations dans les problèmes tant déterminez qu'indéterminez*. Ja a principis dels 1690, L'Hôpital l'havia començat a preparar, i pensava annexar-lo al final de les seves notes sobre càlcul diferencial. Però, aparentment per motius de salut de l'autor, la publicació es retardà i aparegué pòstumament el 1707 a càrrec de Varignon, el mateix any que es publicà l'*Arithmetica Universalis* de Newton. Tot i no ser tan trencador com l'*Analyse*, el tractat de còniques de L'Hôpital il·lustra l'estat de la geometria analítica a Europa, i en fou text de referència durant gairebé un segle. Amb un enfocament essencialment cartesiana, el *Traité analytique des sections coniques* presenta primer un tractament algebraic quasianalític de les seccions còniques; després, un estudi analític dels llocs geomètrics, i, finalment, la construcció mitjançant còniques de les arrels d'equacions

cúbiques i quàrtiques, la qual cosa era, de fet, l'objectiu principal de la geometria analítica en aquella època (Boyer, 1956).

No és tan conegut el fet que L'Hôpital exposà una de les primeres rectificacions de la corba logarítmica. El 14 de desembre del 1692 L'Hôpital envià la primera carta a Leibniz, que acompanyava una carta de Malebranche. En aquesta primera carta, L'Hôpital exposava com rectificar la corba logarítmica, és a dir, com determinar geomètricament una línia recta igual a una porció qualsevol d'aquesta corba, amb ajut del càlcul de Leibniz. Abans d'enviar la proposta a Leibniz, L'Hôpital havia discutit prèviament aquest problema en la seva correspondència amb Huygens (Blanco, 2016).

En general, en les seves cartes L'Hôpital plantejava i tractava diversos problemes matemàtics, en particular, relacionats amb el nou càlcul. Així, per exemple, el 1690 L'Hôpital envià a Huygens un nou resultat sobre la determinació del centre d'oscil·lació del pèndol, problema en el qual també havia estat treballant Jakob Bernoulli (1654–1705). Huygens, satisfet amb el resultat de L'Hôpital, el va fer publicar en una revista holandesa. Aquesta primera publicació va atreure l'atenció sobre aquest autor fins aleshores desconegut.

A partir d'aquí, L'Hôpital contribuí sovint a les revistes més importants de França i Alemanya. Així, la seva solució del problema de De Beaune aparegué al *Journal des Savants* el 1692 (que va signar com a Mr. G\*\*\*). A *Acta Eruditorum* va publicar el 1695 la seva solució al problema sobre el pont llevadís, o problema d'equilibri, i, dos anys més tard, la seva solució al problema de la corba de descens més ràpid, o problema de la braquistocrona. I la seva solució al problema de la corba centrífuga es troba a les *Mémoires de l'Académie des Sciences* del 1701. Molts d'aquests problemes els va discutir en la seva correspondència amb Johann Bernoulli. Es podria dir que, sense el suport i els consells de Bernoulli, L'Hôpital potser no hauria arribat a la solució d'aquests problemes.

Tanmateix, no es pot menystenir el fet que L'Hôpital participà activament en els reptes matemàtics de la seva època. Gràcies a la seva iniciativa i a la seva interacció amb Johann Bernoulli, l'*Analyse des infiniment petits* esdevingué una fita en el desenvolupament i la circulació del càlcul diferencial.

## Referències

- [1] S. Bella i M. Blanco. «Comentaris sobre *Analyse des infiniment petits* de l'Hospital (1696–1768): interpretació i ensenyament de conceptes fonamentals del càlcul diferencial». A: M. R. Massa-Esteve i P. Grapí (eds.). *Actes de la XV Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament «Antoni Quintana Marí»*. Barcelona: Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica (2018), 49–56.
- [2] M. Blanco. «Anàlisi de la discussió L'Hôpital - Bernoulli», *Cronos*, 4 (2001), 81-113.
- [3] M. Blanco. «On how Johann Bernoulli's lessons on differential calculus were communicated in eighteenth-century France and Italy». A: J. Simon.; N. Herran.; T. Lanuza-Navarro; P. Ruiz-Castell; X. Guillem-Llobat (eds.). *Beyond Borders: Fresh Perspectives in History of Science*: Cambridge: Cambridge Scholars Press (2008), 113–140.
- [4] M. Blanco. «El Marqués de L'Hospital y la rectificación de la curva logarítmica», *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 82 (2016), 43–50.
- [5] M. Blanco. «La correspondencia entre Leibniz y el Marqués de L'Hospital: sobre la envolvente de una familia de curvas». *Quaderns d'Història de l'Enginyeria*, XVI (2018), 143–165.
- [6] M. Blay (1986). «Deux moments de la critiques du calcul infinitésimal: Michel Rolle et George Berkeley». *Revue d'histoire des sciences* 39 (1986), 223–253.
- [7] C. Bossut. *Essai sur l'Histoire Générale des Mathématiques*, 2 vols. Paris: chez Louis (1802). II, 27–29; 53–56.
- [8] C. B. Boyer. *History of Analytic Geometry*. New York: Dover Publications (2004), reedició de l'obra original publicada el 1956.
- [9] R. E. Bradley; S. J. Petrilli; C. E. Sandifer. *L'Hôpital's Analyse des infiniments petits: an annotated translation with source material by Johann Bernoulli*. Cham: Birkhäuser (2015).
- [10] J. L. Coolidge. *The Mathematics of Great Amateurs*, Oxford: Clarendon Press (1990), 147-170.
- [11] J. Fauvel i J. Gray. *The History of Mathematics. A reader*, The Open University (1987).
- [12] B. le B. de Fontenelle, Bernard de (1708). *Histoire du renouvellement de l'Académie royale des sciences*, Paris: chez Boudot (1708).
- [13] G. F. A. de L'Hôpital. *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*. Paris: Imprimerie Royale (1696).
- [14] G. F. A. de L'Hôpital. *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la resolution des equations dans les problèmes tant déterminez qu'indéterminez*. Paris: chez Boudot (1707).
- [15] P. Mancosu. «The Metaphysics of the Calculus: A Foundational Debate in the Paris Academy of Sciences, 1700–1706». *Historia Mathematica*, 16 (1989), 224–248.
- [16] J. E. Montucla. *Histoire des mathématiques*, en 4 vols. Paris: chez Agasse (1758), II, 358–359.
- [17] J. Pla; P. Viader; J. Paradís. *Pierre de Fermat. Obra Matemàtica Vària*, Barcelona: Institut d'Estudis Catalans (2008).
- [18] A. Robinet. «Le groupe malebranchiste introducteur du Calcul infinitésimal en France». *Revue d'Histoire des Sciences*, XIII (1960), 287–308.
- [19] A. Robinet. *Malebranche de l'Académie des sciences: l'oeuvre scientifique, 1674–1715*. Paris: J. Vrin (1970).
- [20] G. Schubring. *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition*. New York: Springer (2005).
- [21] O. Spiess (ed.). *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli*, vol. I. Basilea: Birkhäuser (1955).

Juanjo Rué

Universitat Politècnica de Catalunya

Com cada any i amb el bon temps, que permet tant les sortides a peu (o en bicicleta) pel Pirineu com els matins estivals d'esbarjo a la costa del nostre Mare Nostrum, arriba la *SCM/Notícies* amb la seva secció de problemes. Aquesta vegada tindrem dos problemes de geometria, proposats pels nostres col·laboradors habituals Miquel Amengual i Joaquim Nadal i Vidal, des de Cala Figuera, a Mallorca i Llagostera, respectivament. Un altre dels nostres col·laboradors infatigables, en José Luis Díaz Barrero des de Barcelona ens proposa una de les seves enginyoses desigualtats. Finalment, des de la redacció proposem un problema de teoria de conjunts amb un cert regust combinatori... on no cal més que saber comptar amb els dits (però adequadament i amb molta gràcia!). Agraïm a tots els col·laboradors efusivament la seva generositat en la proposta de problemes.

Finalment, anem a les solucions dels problemes proposats en el número anterior. No hem rebut cap solució del problema A155, amb el qual incloem la solució del proponent. Així mateix, incloem també l'elegant solució d'en Xavier Ros-Otón del problema A154 que ell mateix va proposar (junt amb una solució alternativa més analítica). Quant al problema A156, cal remarcar l'elegant solució d'en Miquel Amengual que no només demostra el que es demana, sino que a més a més ens ha demostrat que molts dels passos intermedis són de fet euclidians (fent la prova encara més maca!) Per acabar, hem rebut solucions correctes dels diversos problemes per part d'en Miquel Amengual, en Joaquim Nadal, l'Ernest Garriga (des de Mataró) i l'Esteve Casas (des de Sant Celoni). Gràcies a tots ells per les propostes de solucions.

Cal remarcar que les indicacions tècniques habituals (que no inclouen ni desigualtats, ni relacions trigonomètriques): l'adreça d'entrega de qualsevol proposta és la següent:

juan.jose.rue@upc.edu.

Aquest humil recol·lector de problemes i de solucions agrairà especialment els textos escrits en T<sub>E</sub>Xo L<sub>A</sub>T<sub>E</sub>X (i, en especial, les figures de les construccions geomètriques proposades.)

## Problemes proposats

**A157.** (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Sobre els costats  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$  d'un triangle rectangle  $\triangle ABC$ , amb l'angle recte en  $A$ , es construeixen triangles equilàters  $\triangle ABF$ ,  $\triangle BCD$  i  $\triangle CAE$ . Els triangles  $\triangle ABF$  i  $\triangle CAE$  a l'exterior de  $\triangle ABC$  i, interiorment, el triangle  $\triangle BCD$ .

Proveu que el quadrilàter  $\square AEDF$  i el triangle  $\triangle ABC$  tenen la mateixa àrea.

**A158.** (Proposat per la redacció.)

Un conjunt finit de nombres enters no negatius  $A$  es diu que és *avariciós* si  $|A| \in A$ . Un conjunt avariciós  $A$  és minimal si cap subconjunt de  $A$  és avariciós.

Trobeu el nombre de subconjunts avariciosos minimal de  $\{1, \dots, n\}$ .

**A159.** (Proposat per José-Luis Díaz Barrero, BarcelonaTech UPC, Barcelona.)

Siguin  $x_1, x_2, x_3, x_4$  nombres reals positius amb producte igual a 1, trobeu el valor mínim de

$$\sum_{\text{cic}} \frac{1}{x_1^3(x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_2)},$$

on  $\sum_{\text{cic}}$  indica la suma cíclica sobre els índexs.

**A160.** (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal, Llagostera.)

En el triangle  $\triangle ABC$ , siguin  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  tres punts situats sobre  $BC$ ,  $AC$  i  $AB$  respectivament. Suposeu que  $AC' = p \cdot AB$ ,  $BA' = q \cdot BC$  i  $CB' = r \cdot AC$ . Sigui  $S$  l'àrea del triangle  $\triangle ABC$  i  $S'$  l'àrea del triangle  $\triangle A'B'C'$ .

Demostreu que si  $p+q+r = 1$ , aleshores  $\frac{S}{S'} \geq 3$ .

## Solucions

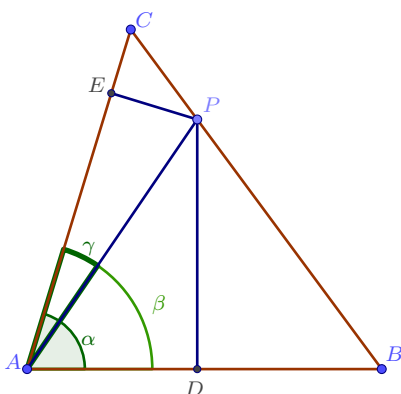
**A153.** (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Sigui  $\triangle ABC$  un triangle amb  $\widehat{CAB} < 90^\circ$  i  $AB = AC$ . Sigui  $P$  un punt del costat  $BC$  tal que  $BP > PC$ . Denotem per  $D$  i  $E$  els respectius peus de les perpendiculars tirades des de  $P$  a  $AB$  i  $CA$ .

Proveu que  $[\triangle APD] > [\triangle APE]$ , on  $[\triangle XYZ]$  denota l'area del triangle  $\triangle XYZ$ .

**Solució:** (Solució d'Esteve Casas, Sant Celoni.)

Un dibuix de la configuració és el següent, on s'indiquen els diversos angles amb lletres gregues.



Podem observar que

$$\begin{aligned} [\triangle APE] &= \frac{1}{2} AP^2 \cos(\gamma) \sin(\gamma) \\ &= \frac{1}{4} AP^2 \sin(2\gamma), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\triangle APD] &= \frac{1}{2} AP^2 \cos(\beta) \sin(\beta) \\ &= \frac{1}{4} AP^2 \sin(2\beta). \end{aligned}$$

Ens cal demostrar doncs que  $\sin(2\gamma) < \sin(2\beta)$ . Sabem que  $CP < BP$  i per tant que  $\gamma < \beta$ . Tenim doncs dues opcions a estudiar:

- (1)  $\beta \leq 45^\circ$  ó  $2\beta \leq 90^\circ$ , aleshores en ser  $\sin(x)$  una funció creixent per a tota tria de  $0 \leq x \leq 90^\circ$  i  $2\gamma < 2\beta$  és clar que  $\sin 2\gamma < \sin 2\beta$ .
- (2)  $\beta > 45^\circ$ . En aquest cas tindrem que  $90^\circ - \beta < 45^\circ$ . D'altra banda, la hipòtesi que  $\beta + \gamma = \alpha < 90^\circ$ , fa que  $\gamma < 90^\circ - \beta$ . A partir d'aquí tot es redueix al cas anterior, ja que

$$\begin{aligned} \sin(2\beta) &= \sin(180^\circ - 2\beta) \\ &= \sin[2(90^\circ - \beta)] > \sin(2\gamma). \end{aligned}$$

És clar que si l'angle  $\widehat{CAB} = 90^\circ$ , aleshores, independentment de la posició de  $P$ , les àrees dels dos triangles serien sempre iguals.

**A154.** (Proposat per Xavier Ros-Otón, Universitat de Zuric, Zuric.)

Sigui  $\{a_n\}_{n \geq 0}$  una successió de nombres reals positius, demostreu que si la sèrie

$$\frac{a_1}{a_0} + \frac{a_2}{a_0 + a_1} + \frac{a_n}{a_0 + \dots + a_{n-1}} + \dots$$

és convergent, aleshores la sèrie  $\sum_{n \geq 0} a_n$  també ho és.

**Solució 1:** (Solució d'Ernest Garriga, Centre Sant Pau, Mataró)

Per a  $n \geq 0$  indiquem  $b_n = \frac{a_{n+1}}{S_n}$ , on  $S_n = a_0 + \dots + a_n$ . Per provar l'enunciat veurem que si  $\sum_{n \geq 0} a_n$  és divergent, aleshores  $\sum_{n \geq 0} b_n$  també ho ha de ser. Fixem  $N \geq 0$ . Per a  $0 \leq n \leq N$  sigui  $f_n : [0, N+1] \rightarrow \mathbb{R}$  la funció definida per

$$f_n(x) = \begin{cases} (S_{n+1} - S_n)x + (n+1)S_n - nS_{n+1}, & \text{si } x \in [n, n+1], \\ 0, & \text{si } x \notin [n, n+1]. \end{cases}$$

Notem que en ser  $S_{n+1} > S_n$  la funció  $f_n$  és estrictament creixent en l'interval  $[n, n+1]$ . Com que  $f_n(n) = S_n$ ,  $f_n(n+1) = S_{n+1}$ , pel teorema del valor mitjà existeix  $\xi_n \in (n, n+1)$  tal que  $\frac{f_n(n+1) - f_n(n)}{n+1 - n} = f_n(n+1) - f_n(n) = f_n'(\xi_n)$ . Per tant,

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{f_n(n+1) - f_n(n)}{f_n(n)} \\ &= \frac{f_n'(\xi_n)}{f_n(n)} \sup_{x \in (n, n+1)} \left\{ \frac{f_n'(x)}{f_n(x)} \right\} \\ &> \int_n^{n+1} \frac{f_n'(x)}{f_n(x)} dx = \log \left( \frac{S_{n+1}}{S_n} \right). \end{aligned}$$

on la desigualtat (\*) surt del fet que  $f_n'(x)$  és constant i  $f_n(x)$  creixent en  $(n, n+1)$ . Les sumes parcials de la sèrie  $\sum_{n \geq 0} b_n$  compleixen aleshores que

$$\begin{aligned} T_N &= \sum_{n=0}^N b_n > \sum_{n=0}^N \log \left( \frac{S_{n+1}}{S_n} \right) \\ &= \log \left( \prod_{n=0}^N \frac{S_{n+1}}{S_n} \right) \\ &= \log \frac{S_{N+1}}{a_0} \end{aligned}$$



Finalment, de suposar que  $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N = +\infty$  en resulta que  $\lim_{N \rightarrow \infty} T_N = +\infty$ , tal com volíem demostrar.

**Solució 2:** (Solució de Xavier Ros-Otón, Universitat de Zúric, Zúric.)

Demostrem que, de fet, per a tot  $n \geq 1$ , tenim

$$\log(a_0 + \dots + a_n) < \log a_0 + \frac{a_1}{a_0} + \frac{a_2}{a_0 + a_1} + \frac{a_n}{a_0 + \dots + a_{n-1}},$$

i aquesta desigualtat implica clarament el resultat que volem demostrar. Per a demostrar la desigualtat, notem que com que  $x > \log(1+x)$  per a tot  $x > 0$ , aleshores

$$\begin{aligned} \frac{a_{k+1}}{a_0 + \dots + a_k} &> \log\left(\frac{a_0 + \dots + a_{k+1}}{a_0 + \dots + a_k}\right) \\ &= \log(a_0 + \dots + a_{k+1}) - \log(a_0 + \dots + a_k), \end{aligned} \quad (1)$$

i sumant per  $k = 0, \dots, n-1$  obtenim que

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{a_0} + \frac{a_2}{a_0 + a_1} + \frac{a_n}{a_0 + \dots + a_{n-1}} \\ > \log(a_0 + \dots + a_n) - \log a_0, \end{aligned}$$

tal com volíem veure.

**A155.** (Proposat per José-Luis Díaz Barrero, BarcelonaTech UPC, Barcelona.)

Siguin  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ,  $n$  nombres positius tals que  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1$ , demostreu que

$$\frac{1}{4} \sum_{k=1}^n \frac{(a_k - a_{k+1})^2}{a_k + a_{k+1}} + \sum_{k=1}^n (a_k a_{k+1})^{1/2} \leq 1.$$

(En aquesta fórmula els subíndexs es consideren mòdul  $n$ , i per tant  $a_{n+1} = a_1$ .)

**Solució:** (Solució de José-Luis Díaz Barrero, BarcelonaTech UPC, Barcelona.)

Comencem expressant l'inequació usant la següent forma, més convenient per als nostres propòsits:

$$\frac{1}{4} \sum_{k=1}^n \frac{(a_k - a_{k+1})^2}{a_k + a_{k+1}} + \sum_{k=1}^n (a_k a_{k+1})^{1/2} \leq \sum_{k=1}^n a_k.$$

Aquesta desigualtat és equivalent (després de reordenar termes) a demostrar que

$$\sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n (a_k a_{k+1})^{1/2} \geq \frac{1}{4} \sum_{k=1}^n \frac{(a_k - a_{k+1})^2}{a_k + a_{k+1}}.$$

Si mirem ara el terme de l'esquerra, es compleix que:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n (a_k a_{k+1})^{1/2} &= \\ \sum_{k=1}^n \left( \frac{a_k + a_{k+1}}{2} - \sqrt{a_k a_{k+1}} \right), \end{aligned}$$

i per tant la inequació serà resolta si demostrem que, per a tot valor de  $k$ , la desigualtat següent també és certa:

$$\frac{a_k + a_{k+1}}{2} - \sqrt{a_k a_{k+1}} \geq \frac{(a_k - a_{k+1})^2}{4(a_k + a_{k+1})}.$$

De fet, la desigualtat anterior és equivalent a la següent

$$2(a_k + a_{k+1})(\sqrt{a_k} - \sqrt{a_{k+1}})^2 \geq (a_k - a_{k+1})^2. \quad (2)$$

$$2(a_k + a_{k+1}) \geq (\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}})^2$$

Substituint aquesta desigualtat en el terme de l'esquerra de (2) obtenim el que volíem demostrar. Observeu a més, que la desigualtat es dona amb igualtat per  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1/n$ .

**A156.** (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal, Llagostera.)

En el triangle  $\triangle ABC$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , sigui  $M$  el punt mig del segment  $AB$  i sigui  $Z(X) = AX + XM$  on  $X$  és un punt del segment  $BC$ , trobeu l'àrea i el perímetre del triangle  $\triangle ABC$  sabent que el mínim valor de  $Z(X)$  és 21 i que aquest mínim s'assoleix quan  $X$  és el peu de la bisectriu de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

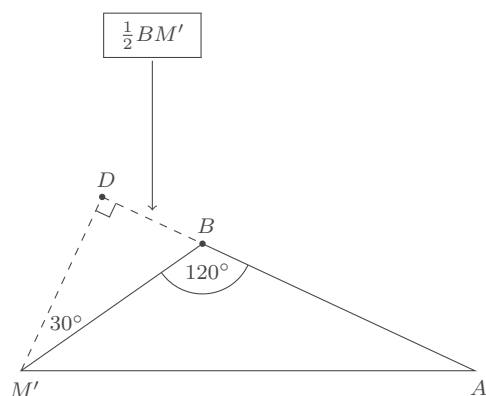
**Solució:** (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Sigui  $M'$  el punt simètric de  $M$  respecte del costat  $BC$  de  $\triangle ABC$ . Aleshores,  $XM = XM'$  i minimitzar  $AX + XM$  equival a minimitzar  $AX + XM'$ . Com que  $AX + XM'$  ateny el seu mínim valor quan  $A$ ,  $X$  i  $M'$  estan alineats, el mínim valor de  $Z(X)$  donat a l'enunciat del problema s'obté quan la bisectriu de  $\widehat{BAC}$  passa per  $M'$ .



Substituint aquí (vegeu la figura següent)  $AD$  per  $AB + BD$ , s'obté:

$$AM'^2 = AB^2 + BM'^2 + 2 \cdot AB \cdot BD. \quad (6)$$



Pel teorema de l'angle exterior, aplicat al triangle rectangle  $BDM'$  en  $B$ ,

$$\widehat{DM'B} = 30^\circ$$

i, per la proposició

$$BD = \frac{1}{2}BM'.$$

Substituint aquest valor a (4) s'obté (†). Anàlogament, sense usar el teorema del cosinus, s'obté (‡).

## Matemots

Xavier Gràcia

Universitat Politècnica de Catalunya

Recordeu que es tracta d'un joc de llengua (vegeu l'article introductori al número 33 de la *SCM/Notícies*). Cal resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses.

Exemple: «Els nombres preferits pels fotògrafs» (8 lletres). La resposta és «negatius», que fa referència tant als nombres com a les pel·lícules negatives de la fotografia analògica.

Aquest cop hem preparat un monogràfic dedicat als nombres, apte per a totes les edats. De fet, no especificarem el nombre de lletres de la solució. Certament, hi ha *molts* nombres naturals, però si ens limitem als que raonablement podem relacionar amb paraules o sintagmes breus, ja no en són tants.

En cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.<sup>12</sup>

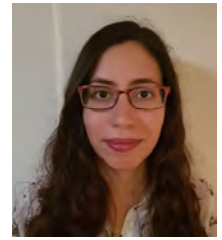
Trobeu els **nombres naturals** amagats dins les definicions següents:

- (a) Ganes de beure
- (b) El millor amic del Tintín
- (c) No paga
- (d) Estàs sord!
- (e) Sense res
- (f) Percep
- (g) Acabat de fer
- (h) Professors de matemàtiques

<sup>12</sup>

Respostes als Matemots: (b) non-centus; (a) set; (g) non; (e) vint; (f) dos-centus; (d) mil i; (i) cent; (c) deu.

- MARÍA TERESA GARCÍA GÁLVEZ va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Porti Piqué i titulada *Compactifications of actions on products of CAT(-1) spaces*, el dia 18 de setembre del 2018. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



L'acció d'un grup discret d'isometries  $\Gamma$  a la frontera visual d'un espai CAT(-1) i propi  $X$  té una descomposició dinàmica  $\partial_\infty X = \Omega_\Gamma \cup \Lambda_\Gamma$ , on  $\Omega_\Gamma$  és l'obert més gran de la frontera on  $\Gamma$  actua de manera pròpiament discontinua i  $\Lambda_\Gamma$  és el conjunt límit de l'acció. A més, si  $\Gamma$  és quasi-convex, aleshores l'acció a  $X \cup \Omega_\Gamma$  també és pròpiament discontinua i cocompacta, i, per tant,  $\Omega_\Gamma$  compactifica l'acció de  $\Gamma$  a  $X$  [1, 4].

Per espais CAT(0) la frontera visual no té una descomposició dinàmica en general. Aquest és el cas, per exemple, del producte de dos espais CAT(-1), que no és un espai CAT(-1) sinó un espai CAT(0). En aquest cas, la frontera visual del producte és la compactificació per horofuncions respecte a la mètrica producte. No obstant això, en un producte hi ha altres mètriques topològicament comparables, per exemple, les mètriques  $\ell^p$ . En aquesta tesi estudiem accions a la compactificació per horofuncions del producte de dos espais CAT(-1) respecte a la mètrica del màxim o  $\ell^\infty$ .

En el cas d'accions diagonals, la compactificació del màxim és molt útil. El teorema principal d'aquesta tesi és que per a  $X$  un espai propi CAT(-1) existeix un obert  $\Omega_\Gamma^{\max}$  de la frontera ideal de la compactificació del màxim tal que l'acció diagonal de  $\Gamma$ , un grup infinit quasi-convex d'isometries d' $X$ , a  $X \times X \cup \Omega_\Gamma^{\max}$  és pròpiament discontinua i cocompacta. A més,  $\Omega_\Gamma^{\max}$  és l'obert més gran de la frontera on l'acció és pròpiament discontinua. Quan  $\Gamma$  és un grup cocompacte de les isometries de  $X$ ,  $\Omega_\Gamma^{\max}$  és el conjunt de les geodèsiques parametritzades de  $X$  [2].

En aquesta tesi estudiem també en quins altres casos la compactificació del màxim pot ser útil. Per a  $\Gamma$  un grup hiperbòlic infinit, considerem  $\rho_1$  i  $\rho_2$ , dues representacions quasi-convexes en els grups d'isometries de dos espais

CAT(-1) propis  $X_1$  i  $X_2$ , i l'acció producte a  $X_1 \times X_2$ . Mostrem que el conjunt límit gran d'aquesta acció és regular si i només si les dues representacions són *coarseequivalent*. Si les dues representacions a més són cocompactes, aleshores  $X_1$  i  $X_2$  són espais *almostisometrics*. L'existència d'una *almostisometria* entre els espais ens permet mostrar que en aquest cas també hi ha un subconjunt  $\Omega_\Gamma^{\max}$  de la frontera ideal que compactifica l'acció [3].

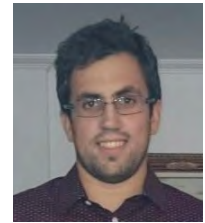
Encara que en aquest treball hem estudiat principalment la compactificació respecte a la mètrica del màxim, també explorem què passa amb la mètrica  $\ell^1$ . Per a aquesta mètrica també és possible trobar dominis de discontinuïtat i cocompactat per a l'acció producte. Compararem les compactificacions obtingudes amb la mètrica del màxim i la  $\ell^1$  per a alguns exemples, i mostrem que les compactificacions obtingudes respecte a les diferents mètriques en aquests casos concrets no són equivalents entre elles.

## Referències

- [1] M. Coornaert. «Sur le domaine de discontinuité pour les groupes d'isométries d'un espace métrique hyperbolique». *Rend. Sem. Fac. Sci. Univ. Cagliari*. 59 (1989), núm. 2, 185–195.
- [2] T. García. «Compactification of a diagonal action on the product of CAT(-1) spaces». *Rep. SCM* 3 (2017), núm. 1, 27–38.
- [3] T. García and J. Porti. «Actions on products of CAT(-1) spaces». (Preprint, [arXiv:1809.08189](https://arxiv.org/abs/1809.08189)).
- [4] E. L. Swenson. «Quasi-convex groups of isometries of negatively curved spaces». *Topology Appl.* 110 (2001), núm. 1, 119–129.



- RICARD RIBA va llegir la seva tesi, dirigida per Wolfgang Pitsch i titulada *Trivial 2-cocycles for invariants of mod  $p$  homology spheres and Perron's conjecture*, el dia 27 de setembre del 2018. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



En la topologia de baixa dimensió, quan un vol representar una 3-varietat utilitzant les tècniques de tallar i enganxar, un pot considerar peces complicades i aplicacions d'enganxament simples o peces simples i aplicacions d'enganxament complicades. En aquesta última opció, un troba els anomenats *Heegaard splittings*, on les peces són dos cossos amb  $g$  nanses i les aplicacions d'enganxament són elements del *mapping class group* d'una superfície orientable de gènere  $g$ . De fet, per un teorema clàssic de J. Singer, és ben sabut que tota 3-varietat es pot representar d'aquesta manera.

Aquesta caracterització crea un pont entre la topologia i l'àlgebra que ens permet traduir els problemes topològics de 3-varietats en problemes algebraics sobre el *mapping class group*.

A través d'aquesta caracterització, en primer lloc s'ha estudiat la relació que hi ha entre les esferes d'homologia racional, mòdul  $p$  i el grup de Torelli mod  $p$ , el qual està format pels elements del *mapping class group* que actuen trivialment el primer grup d'homologia de la superfície de gènere  $g$ . Més precisament, en primera instància s'ha obtingut un criteri per determinar quan una esfera d'homologia racional es pot representar com un *Heegaard splitting* amb aplicació d'enganxament un element del grup de Torelli mod  $p$  per a un  $p$  fixat. Aquest

criteri ens ha permès demostrar que tota esfera d'homologia racional pot ser representada com un *Heegaard splitting* amb aplicació d'enganxament un element del grup de Torelli mod  $p$  per a cert  $p$ . Però que pel contrari, fixat un primer  $p$ , no tota esfera d'homologia mòdul  $p$  pot ser representada com un *Heegaard splitting* amb aplicació d'enganxament un element del grup de Torelli mod  $p$ .

Un cop estudiada la relació entre les esferes d'homologia racional i el grup de Torelli mod  $p$ , en aquesta tesi s'ha generalitzat l'eina donada en [1] per construir invariants d'esferes d'homologia entera a partir de 2-cocicles trivials sobre el grup de Torelli, a invariants d'esferes d'homologia racional i el grup de Torelli mod  $p$ .

Finalment, s'ha utilitzat aquesta construcció per donar una obstrucció a la conjectura de Perron, la qual afirma que certa funció sobre el grup de Torelli mod  $p$  amb valors en  $Z/p$  és un invariant d'esferes d'homologia mòdul  $p$ , i d'aquí s'obté que tal obstrucció ve donada pel fet que la primera classe característica dels fibrats de superfícies reduïda mòdul  $p$  no és nul·la.

## Referències

- [1] W. Pitsch, «Trivial cocycles and invariants of homology 3-spheres». *Adv. Math.* 220 (2009), núm. 1, 278–302.

- NÚRIA FOLGUERA BLASCO va llegir la seva tesi, dirigida per Tomás Alarcón Cor i Javier A. Menéndez Menéndez i titulada *Stochastic modelling of epigenetic regulation: analysis of its heterogeneity and its implications in cell plasticity*, el dia 2 de novembre del 2018. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



En aquesta tesi doctoral, el nostre objectiu principal és entendre la importància de la regulació epigenètica en la determinació del destí cel·lular i de les seves possibles transicions cap a altres estats (altres fenotips). Per tal d'estudiar-ho, en primer lloc, fem un mo-

del estocàstic de regulació epigenètica. Aquest model, gràcies a la presència de mecanismes d'autoregulació positius, com d'inhibició mútua, presenta biestabilitat, fet que implica que els sistemes de regulació epigenètica poden estar oberts o tancats, i permetre així l'expres-

sió o noexpressió, respectivament, del gen que regulen. Aquest model, doncs, permet centrar-nos en l'anàlisi de la reprogramació cel·lular, és a dir, la situació on el sistema es mou de l'epifenotip diferenciat, caracteritzat per tenir el sistema de regulació epigenètica pel gen de diferenciació (pluripotència) obert( tancat), cap a l'epifenotip pluripotent, definit en aquest cas per tenir el sistema de regulació epigenètica pel gen de diferenciació (pluripotència) tancat (obert).

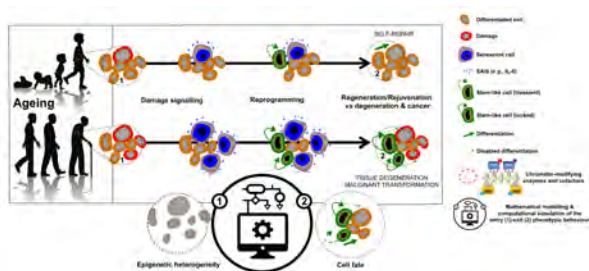


Figura 1: Efectes de l'envelliment en la plasticitat cel·lular. (Part superior) Situació d'envelliment saludable, on les cèl·lules es poden tornar a diferenciar i rejuvenir/reparar el teixit malmès. (Part inferior) Situació d'envelliment acompanyada de desregulació de l'activitat epigenètica, fet que implica que les cèl·lules no es puguin tornar a diferenciar i quedin atrapades en un epifenotip amb més risc de promoure comportament cancerigen.

En particular, dins de l'heterogeneïtat intrínseca dels sistemes de regulació epigenètica, nosaltres identifiquem l'existència de dos possibles escenaris: l'escenari resistent, on la reprogramació no pot tenir lloc, i l'escenari plàstic, que és el que permet el canvi de l'epifenotip diferenciat a l'epifenotip pluripotent. Aquest darrer escenari, relacionat amb l'existència de plasticitat epigenètica, ha estat associat amb situacions d'envelliment. De fet, quan al model de regulació epigenètica només s'hi consideren efectes d'envelliment, el sistema representa un estat plàstic saludable, on les propietats de cèl·lula mare són adquirides de manera temporal, ja que el sistema de regulació epigenètica pot retornar a l'epifenotip diferenciat (vegeu Figura 1, part superior). Aquesta situació és la que probablement és responsable de regenerar i rejuvenir els teixits i, per tant, és la situació desitjada, ja que permetria un envelliment *saludable*. No obstant això, quan als efectes de l'envelliment se li sumen alteracions de l'activitat epigenètica, que són freqüents a

mesura que s'envelleix, l'estat plàstic esdevé un estat plàstic patològic, on, en aquest cas, les propietats de cèl·lula mare són adquirides de manera irreversible, és a dir, són permanents (vegeu Figura 1, part inferior). Aquest escenari és el que probablement predisposa el sistema al càncer, ja que implica l'acumulació d'epifenotips indecisos que tenen el sistema de regulació epigenètica pel gen de pluripotència obert, és a dir, que aquest gen es pot expressar.

Per tal d'estudiar aquesta situació més en detall, formulem un context general per a l'estudi d'un model estocàstic d'escapes múltiples, que acobla el model de regulació epigenètica amb una xarxa de regulació genètica (vegeu Figura 2). En particular, nosaltres ens centrem en una xarxa de regulació genètica formada per dos gens, un gen que promou la diferenciació i un gen que promou la pluripotència; cada un d'aquests gens està sota els efectes de la regulació epigenètica. Quan analitzem aquest model conjunt, veiem que el paper que hi té la regulació epigenètica és cabdal, ja que el canvi d'epi-fenotip obert a tancat (o viceversa), permet a la xarxa de regulació genètica canviar d'estat, en altres paraules, permet un canvi del destí cel·lular del fenotip diferenciat al fenotip pluripotent (reprogramació) o del fenotip pluripotent al diferenciat (diferenciació).

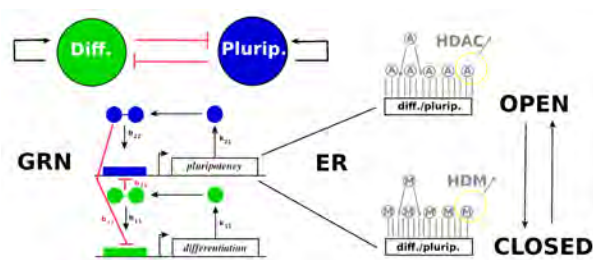


Figura 2: Representació del model d'escapes múltiples, on la xarxa de regulació genètica (GRN), formada per dos gens (diferenciat i pluripotent), està sota els efectes de la regulació epigenètica (ER). La regulació epigenètica determina si la regió promotora d'aquell gen està oberta o tancada i, per tant, si el gen es pot expressar o no.

Aquest model conjunt ens permet identificar els sistemes de regulació epigenètica responsables d'atrapar la cèl·lula en un estat pluripotent (similar a una cèl·lula mare), i impedir-ne així la diferenciació. La nostra formulació ens

permet dissenyar estratègies epigenètiques amb les quals podem aconseguir cèl·lules amb alta probabilitat de diferenciació, partint de cèl·lules que inicialment eren resistents a diferenciar-se (la seva probabilitat de diferenciació era molt baixa). Com hom pot imaginar, aquestes estratègies són molt rellevants per a l'estudi i el tractament del càncer i altres malalties associades amb l'envelliment, ja que, per una banda, ens permeten obtenir cèl·lules diferenciades que poden servir per regenerar certs teixits, i per l'altra, evitar que s'acumulin cèl·lules amb característiques relacionades amb el càncer.

- JOAN CLARAMUNT CARÓS va llegir la seva tesi, dirigida per Pere Ara i titulada *Sylvester matrix rank functions on crossed products and the Atiyah problem*, el dia 5 de desembre del 2018. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

La motivació principal de la tesi ha estat l'estudi del problema d'Atiyah, que es pregunta sobre la irracionalitat dels possibles valors que poden assolir els nombres de Betti  $l^2$ . Aquests nombres van ser definits per M. Atiyah [3] el 1976, i generalitzen els nombres de Betti clàssics. Recentment diversos autors [4, 6] han trobat exemples de grups amb nombres de Betti  $l^2$  irracionals. El grup *lamplighter* n'és un.

Tot i que la definició original d'Atiyah dels nombres de Betti  $l^2$  és en termes de varietats Riemannianes on actua un grup  $G$  de manera cocompacta i lliure, els nombres de Betti  $l^2$  també es poden definir purament en termes de  $G$  [8].

Donat un grup  $G$  numerable i discret, podem identificar l'àlgebra de grup  $\mathbb{C}[G]$  com una subàlgebra de l'àlgebra d'operadors acotats  $\mathcal{B}(l^2(G))$  mitjançant la representació regular per l'esquerra de  $G$ . L'àlgebra de Von Neumann associada a  $G$ , denotada per  $\mathcal{N}(G)$ , es defineix com l'àlgebra de Von Neumann generada per  $\mathbb{C}[G]$  dins de  $\mathcal{B}(l^2(G))$ . Una propietat important d'aquesta àlgebra és que s'hi pot definir una *traça*, és a dir, un funcional lineal  $\text{tr}: \mathcal{N}(G) \rightarrow \mathbb{C}$  amb la propietat  $\text{tr}(ab) = \text{tr}(ba)$ , de la manera següent:

$$\text{tr}(a) = \langle a(\xi_e), \xi_e \rangle, \quad a \in \mathcal{N}(G)$$

Aquí  $\xi_e$  denota l'element de la base ortonormal de  $l^2(G)$  associat al neutre  $e \in G$ , i  $\langle \cdot, \cdot \rangle$

## Referències

- [1] N. Folguera-Blasco, E. Cuyàs, J.A. Menéndez, T. Alarcón, «Epigenetic regulation of cell fate reprogramming in aging and disease: A predictive computational model». *PLoS Comp. Biol.* **14**(3) (2018), e1006052.
- [2] N. Folguera-Blasco, R. Pérez-Carrasco, E. Cuyàs, J.A. Menéndez, T. Alarcón, «A multiscale model of epigenetic heterogeneity-driven cell fate decision-making». *PLoS Comp. Biol.* **15**(4) (2019), e1006592.



el producte escalar de  $l^2(G)$ . A través de la traça es defineixen els nombres de Betti  $l^2$ : un nombre real  $r$  és un *nombre de Betti  $l^2$*  si existeix un element  $T \in \mathbb{C}[G]$  tal que  $\text{tr}(p_T) = r$ , on  $p_T: l^2(G) \rightarrow l^2(G)$  denota la projecció ortogonal a  $\ker(T)$ .

Aquesta tesi s'estructura en quatre projectes.

- **Àlgebres de grup sorgint d'àlgebres de producte creuat.** Una de les observacions importants del treball és poder realitzar l'àlgebra del grup *lamplighter* (i àlgebres de grup més generals) en termes d'una àlgebra producte creuat de la forma  $\mathcal{A} = C_{\mathbb{C}}(X) \rtimes_T \mathbb{Z}$ , és a dir, a través de funcions localment constants sobre el conjunt de Cantor  $X$ , on actua un homeomorfisme  $T: X \rightarrow X$ . Aquest nou enfocament permet traslladar la funció traça anterior a una *funció de rang* en  $\mathcal{A}$  [1].
- **Funcions de rang sobre àlgebres de producte creuat.** A partir de la identificació anterior, s'estudien les possibles funcions de rang que l'àlgebra  $\mathcal{A}$  pot admetre. Per a fer-ho es demostra, usant idees de [9], que es pot identificar  $\mathcal{A}$  com a una subàlgebra de  $\mathcal{M}$ , el conegut *factor continu de Von Neumann* i definit com la completació (en rang) de l'àlgebra ultramatricial  $\varinjlim_n M_{2^n}(\mathbb{C})$ . Això permet construir, donada una mesura  $T$ -invariant i ergòdica sobre el Cantor, una

funció de rang en  $\mathcal{A}$  que és a més única complint una certa propietat de compatibilitat. A partir de tota aquesta construcció, i seguint idees de [6], s'ha trobat tota una família de nombres de Betti  $l^2$  irracionals provinents de l'àlgebra del grup *lamplighter*.

- **Complecions d'àlgebres ultramatricials.** Donat que la completió en rang de l'àlgebra ultramatricial  $\varinjlim M_{2^n}(\mathbb{C})$  ha tingut un paper fonamental en la construcció anterior, s'han estudiat també completions en rang d'àlgebres ultramatricials generals. S'ha donat una caracterització [2] de quan la completió en rang d'una àlgebra ultramatricial dona lloc al factor continu de Von Neumann  $\mathcal{M}$ . Això estableix una analogia interessant amb l'estructura del factor  $II_1$  hiperfinit en la teoria de les àlgebres de Von Neumann. S'han obtingut també resultats anàlegs en el cas de  $D$ -anells, i anells amb involució.
- **Un punt de vista analític.** També es presenta un possible enfocament analític per atacar el problema d'Atiyah, a través de l'estudi dels que s'anomenen estats KMS sobre l'àlgebra de Toeplitz  $\mathcal{T}(\mathcal{G}, E)$  d'un grup(oide)  $\mathcal{G}$  actuant sobre un graf  $E$  [5]. Seguint [7], es trasllada el problema d'existència (i unicitat) d'estats KMS sobre l'àlgebra  $\mathcal{T}(\mathcal{G}, E)$  en un problema de punt fix sobre l'espai de traces de la  $C^*$ -àlgebra de grup(oide). Es mostra que, en el cas de l'àlgebra del grup *lamplighter*, aquest punt fix és exactament la traça anterior tr.

## Referències

[1] P. Ara, J. Claramunt, «Sylvester matrix rank functions on crossed products». *ar-*

- MARC JORBA CUSCÓ va llegir la seva tesi, dirigida per Ariadna Farrés i Àngel Jorba i titulada *Periodic time dependent Hamiltonian systems and applications*, el dia 1 de març del 2019. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de Barcelona.

Les equacions diferencials hamiltonianes indueixen sistemes dinàmics governats per una llei de conservació. Aquesta tesi versa sobre sistemes hamiltonians no autònoms que depenen periòdicament del temps. Hom pot, en

*Xiv:1902.06476 [math.RA]*, accepted for publication in *Ergod. Theory Dyn. Syst.*

- [2] P. Ara, J. Claramunt, «Uniqueness of the von Neumann continuous factor». *Canad. J. Math.* 70 (2018), 961–982.
- [3] M.F. Atiyah, «Elliptic operators, discrete groups and von Neumann algebras», in *Colloque «Analyse et Topologie» en l'Honneur de Henri Cartan (Orsay, 1974)*. *Soc. Math. France* 32–33 (1976), 43–72.
- [4] T. Austin, «Rational group ring elements with kernels having irrational dimension». *Proc. London Math. Soc.* 107 (2013), 1424–1448.
- [5] J. Claramunt, A. Sims, «Preferred traces on  $C^*$ -algebras of self-similar groupoids arising as fixed points». *J. Math. Anal. Appl.* 466 (2018), 806–818.
- [6] L. Grabowski, «Irrational  $l^2$ -invariants arising from the lamplighter group». *Groups Geom. Dyn.* 10 (2016), 795–817.
- [7] M. Laca, I. Raeburn, J. Ramagge, M.F. Whittaker, «Equilibrium states on operator algebras associated to self-similar actions of groupoids on graphs». *Adv. Math.* 331 (2018), 268–325.
- [8] W. Lück, « $L^2$ -Invariants: Theory and Applications to Geometry and  $K$ -Theory». *A Series of Modern Surveys in Mathematics*, Volume 44. Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- [9] I.F. Putnam, «The  $C^*$ -algebras associated with minimal homeomorphisms of the Cantor set». *Pacific J. Math.* 136 (1989), 329–353.



tal cas, pensar la variable temporal com un angle.

En el món de les aplicacions, és comú que els sistemes hamiltonians que depenen periòdicament del temps siguin, de fet, per-



torbacions periòdiques de sistemes autònoms. En tal cas, l'espai de fase del sistema pertorbat hereta l'estructura del no pertorbat: genèricament, les estructures quasi-periòdiques del sistema autònom adquireixen la freqüència de la pertorbació.

Les estructures invariants d'un sistema dinàmic organitzen el comportament límit de les solucions del sistema, és a dir, aquestes estructures són l'esquelet de la dinàmica. Els objectes invariants, així com el seu comportament normal, s'han d'analitzar amb cura si es vol tenir una comprensió profunda de la dinàmica.

La dissertació està estructurada en dues parts. En la primera s'estudien, en abstracte, diferents varietats invariants que apareixen en sistemes hamiltonians que depenen periòdicament del temps. Aquesta primera part està centrada, majoritàriament, en els algorismes i implementacions de mètodes numèrics per calcular tals objectes. Tanmateix, hi ha un capítol dedicat a l'estudi teòric de sistemes forçats quasi-periòdicament. Més específicament, aquesta primera part consta dels continguts següents:

- El mètode no autònom de les transformades de Lie.
- El mètode de la parametrització en aplicacions estroboscòpiques.
- Càlcul de corbes invariants en aplicacions estroboscòpiques.
- Sistemes quasi-periòdics al pla complex.

En la segona part de la dissertació, s'estudien diversos problemes físics que es poden modelar emprant sistemes hamiltonians que depenen periòdicament del temps. Aquests són:

- ALBERTO PÉREZ CERVERA va llegir la seva tesi, dirigida per Tere M. Seara i Gemma Huguet i titulada *On the role of oscillatory dynamics in neural communication*, el dia 4 d'abril del 2019. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Aquesta tesi estudia problemes relacionats amb les oscil·lacions de l'activitat cerebral. Explorem com dues poblacions neuronals en activitat oscil·latòria es comuniquen més efectivament quan estan lligades en fase, tal com suggereix la teoria de *comunicació a través de la coherència* (CTC) [1].

Al primer capítol, introduïm les equacions de Wilson-Cowan (WC) [2], un model de camp

- Models periòdics del sistema Terra-Lluna: s'exposen les propietats més importants de dos models alternatius al problema restringit dels tres cossos que tenen en compte la gravetat del Sol, el problema bicircular (PBC) i el problema quasi-bicircular (PQBC). El primer, el PBC, assumeix un moviment de Terra, Lluna i Sol que no verifica les lleis de Newton, és a dir, no és coherent. El segon, el PQBC, és una versió coherent del primer.
- Veles solars al sistema Terra-Lluna: s'estudia com l'espai de fase del sistema Terra-Lluna canvia quan una nau s'equipa amb una vela solar. En particular, la geometria de les famílies de punts fixos que reemplacen els punts d'equilibri Lagrangians en el sistema Terra-Lluna, el comportament lineal i les bifurcacions.
- Pressió de radiació solar i els núvols librationals del sistema Terra-Lluna: s'investiga l'efecte de petites dosis de pressió de radiació solar (PRS) en unes certes regions d'estabilitat conegudes. L'estudi es restringeix a valors petits de la PRS, ja que, fins i tot en magnituds petites, té un fort impacte en la dinàmica del sistema Terra-Lluna.
- La dinàmica de les recol·lisions de partícules: s'estudia com un electró pertorbat per un làser és recapturat pel nucli (recol·lisió) en dues dimensions. S'identifica un mecanisme de recol·lisió relacionat amb una varietat invariant de dimensió tres, que explica totes les trajectòries que recol·lisionen. Aquest nou escenari és consistent amb el cas unidimensional estudiat anteriorment.

mitjà que descriu l'activitat d'una xarxa de neurones excitatòries (E) i inhibidores (I) i calculem les bifurcacions que generen cicles límit.

Al capítol 2 estudiem com un cicle límit generat a través d'aquesta interacció E-I respon a un forçament periòdic. Considerem el model de WC en règim oscil·latori amb una pertorbació externa periòdica en el temps. Considerem el

mapa estroboscòpic d'aquest sistema i calculem el diagrama de bifurcació dels seus punts fixos i òrbites periòdiques en funció de l'amplitud i la freqüència de la pertorbació. El diagrama de bifurcació ens permet identificar les àrees amb lligadura de fase, així com diferents àrees on tenim coexistència de dos objectes invariants estables.

Al capítol 3 utilitzem tècniques recents basades en les variables fase-amplitud [3] per descriure la dinàmica de fase d'un oscil·lador sota diferents pertorbacions. En particular, utilitzem el mètode de la parametrització [4] per calcular un canvi de variables que descriu correctament la dinàmica prop del cicle límit en termes de la fase (variable periòdica) i l'amplitud. Aquests càlculs estan basats en la forma normal de Floquet, que en redueix el cost computacional. Aquest canvi de variables ens permet calcular dues varietats importants en neurociència: els conjunts de fase/amplitud constant (les isòcrones/isostables). A més a més, calculem les funcions que descriuen els canvis de fase i amplitud causats per una pertorbació que arriba a diferents fases del cicle, les Corbes de Resposta de Fase i Amplitud, (PRCs i ARCs), respectivament. El canvi de variables calculat proporciona també l'extensió d'aquestes corbes fora del cicle límit, definides com les funcions de resposta de fase i amplitud, (PRFs i ARFs). Calculem tots aquests objectes per a cicles límit en dues i tres dimensions.

Al capítol 4 ens centrem en les aplicacions del mètode de la parametrització per calcular PRCs per a estímuls de duració i amplitud arbitrària. La idea bàsica del mètode és construir una pertorbació periòdica particular que consisteix en la repetició d'un estímul transitori seguit d'un període de relaxació en el qual no actua cap pertorbació. Per a aquest sistema periòdic considerem el seu corresponent mapa estroboscòpic i demostrem que sota certes condicions, té una corba invariant i donem la relació entre la PRC i la dinàmica interna d'aquesta corba. A més a més, relacionem les propietats d'existència d'aquesta corba quan l'amplitud de la pertorbació augmenta, amb els canvis a la PRC i a la geometria de les isòcrones. Finalment, presentem algorismes per obtenir numèricament la PRC i l'ARC.

Al capítol 5 estudiem la dinàmica emergent quan s'acoblen dos oscil·ladors idèntics prop d'una bifurcació de Hopf, pels quals suposem l'existència d'un paràmetre que desacobla el sistema quan s'anul·la. Utilitzant una forma normal derivada recentment per a dos sistemes idèntics prop d'una bifurcació de Hopf [5], fem una anàlisi teòrica i n'estudiem les bifurcacions. Identificant els coeficients de la forma normal per a un model de dos oscil·ladors de tipus WC acoblats, il·lustrem els resultats obtinguts en l'anàlisi teòrica en un model amb moltes aplicacions al camp de la percepció biestable. Un resultat important és la biestabilitat entre solucions en fase i en antifase. Utilitzant mètodes de continuació numèrica confirmem els resultats teòrics obtinguts per a valors petits de l'acoblament i explorem els límits de l'aproximació quan l'acoblament és gran. Finalment, discutim les implicacions de l'estudi dut a terme en models de percepció multiestable.

## Referències

- [1] P. Fries, «A mechanism for cognitive dynamics: neuronal communication through neuronal coherence». *Trends in cognitive sciences* 9 (2005), núm. 10, 474–480.
- [2] H.R. Wilson, J.D. Cowan, «Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons». *Biophysical journal*, 12 (1972), núm. 1, 1–24
- [3] A. Guillamon, G. Huguet, «A computational and geometric approach to phase resetting curves and surfaces». *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 8 (2009), núm. 3, 1005–1042.
- [4] X. Cabré, E. Fontich, R. De La Llave, (2005). «The parameterization method for invariant manifolds III: overview and applications». *Journal of Differential Equations*, 218 (2005), núm. 2, 444–515.
- [5] P. Ashwin, A. Rodrigues, «Hopf normal form with SN symmetry and reduction to systems of nonlinearly coupled phase oscillators». *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 325 (2016), 14–24.



# Experiències: ma+emà+iques

## PROHIBIT NO TOCAR

Des de febrer de 2014, l'Ajuntament de Cornellà ha cedit al **mmaca** la segona planta del Palau Mercader per instal·lar-hi una exposició permanent.

Disposem de 400 m<sup>2</sup> amb sales dedicades a geometria, combinatòria, càlcul, estadística, miralls, l'esfera de la Terra i un espai dedicat especialment als primers cursos de Primària.

Aprofitant el magnífic entorn del Parc, organitzem jornades singulars a l'exterior: Aniversari (febrer), Dia Pi (març), Dia escolar de les matemàtiques (maig), Dia de Martin Gardner (octubre).

La majoria dels materials del **mmaca** estan dissenyats i fets a mà per nosaltres. Utilitzem materials senzills: fusta, cordes, teles, vidre, plàstic.

Regularment programem conferències i altres activitats divulgatives.

**Us convidem a visitar-nos!**  
**Us quedareu més temps del que havíeu previst!**

**Museu de Matemàtiques de Catalunya**  
Palau Mercader - Parc Can Mercader  
Carretera de L'Hospitalet, s/n.  
08940 Cornellà de Llobregat

Gavarrà

**mmaca**  
PARC CAN MERCADER

CARRETERA DE L'HOSPITALET  
L12, L52, L82

Almeda

R5	R6	R50
R60	S8	S33

**Entrada gratuïta**  
Dimecres de 17 a 20h  
Diumenge de 10 a 14h

**Grups amb reserva prèvia**  
Matins de dilluns a divendres  
Dilluns i dimecres a la tarda

**Tallers per a famílies**  
Diumenge de 10 a 11h

reserves.cornella@mmaca.cat  
tel. 665233448 (de 10 a 13h)

**www.mmaca.cat**  
 @mmaca\_cat mmaca.cat

El **mmaca** es troba en un punt molt important de la seva història. Durant els 10 anys de recorregut, hem treballat molt i el projecte ha crescut amb força. L'objectiu d'apropar les matemàtiques a la societat s'està complint i tenim el reconeixement generalitzat de tots els que ens coneixen.

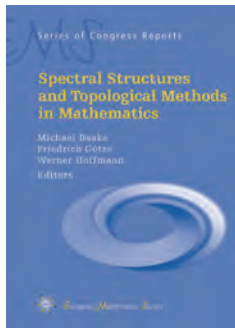
Ara necessitem saber amb qui podem comptar per a poder afrontar els reptes futurs i continuar oferint activitats arreu del territori: **necessitem persones.**

Però no ens n'amagarem: també **necessitem diners.** Afortunadament, les donacions fetes en favor del **mmaca** gaudeixen d'avantatges fiscals interessants de fins al 75% de desgravació en l'IRPF.

Ara més que mai **necessitem els nostres amics a la vora!**

Si vols fer-nos costat, ens ho pots fer saber escrivint a [mecenes@mmaca.cat](mailto:mecenes@mmaca.cat)





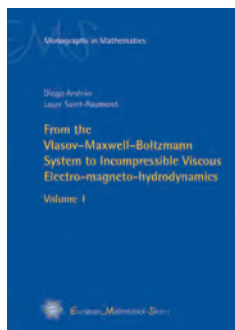
**Spectral Structures and Topological Methods in Mathematics** (EMS Series of Congress Reports)

Michael Baake, Friedrich Götze and Werner Hoffmann (all University of Bielefeld, Germany), Editors

ISBN 978-3-03719-197-2. 2019. Approx. 433 pages. Hardcover. 17 x 24 cm. 88.00 Euro

This book is a collection of survey articles about spectral structures and the application of topological methods bridging different mathematical disciplines, from pure to applied. The topics are based on work done in the Collaborative Research Centre (SFB) 701. Notable examples are non-crossing partitions, which connect representation theory, braid groups, non-commutative probability as well as spectral distributions of random matrices. The local distributions of such spectra are universal, also representing the local distribution of zeros of  $L$ -functions in number theory.

An overarching method is the use of zeta functions in the asymptotic counting of sublattices, group representations etc. Further examples connecting probability, analysis, dynamical systems and geometry are generating operators of deterministic or stochastic processes, stochastic differential equations, and fractals, relating them to the local geometry of such spaces and the convergence to stable and semi-stable states.



Diogo Arsénio (Université Paris Diderot, France) and Laure Saint-Raymond (École Normale Supérieure, Lyon, France)

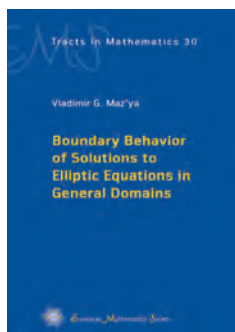
**From the Vlasov–Maxwell–Boltzmann System to Incompressible Viscous Electro-magneto-hydrodynamics.**

**Volume 1** (EMS Monographs in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-193-4. 2019. 418 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 78.00 Euro

The Vlasov–Maxwell–Boltzmann system is a microscopic model to describe the dynamics of charged particles subject to self-induced electromagnetic forces. At the macroscopic scale, in the incompressible viscous fluid limit, the evolution of the plasma is governed by equations of Navier–Stokes–Fourier type, with some electromagnetic forcing that may take on various forms depending on the number of species and on the strength of the interactions. From the mathematical point of view, these models have very different behaviors. Their analysis therefore requires various mathematical methods which this book aims at presenting in a systematic, painstaking and exhaustive way.

The first part of this work is devoted to the systematic formal analysis of viscous hydrodynamic limits of the Vlasov–Maxwell–Boltzmann system leading to a precise classification of physically relevant models for viscous incompressible plasmas, some of which have not been previously described in the literature. In the second part, the convergence results are made precise and rigorous, assuming the existence of renormalized solutions for the Vlasov–Maxwell–Boltzmann system. The analysis is based essentially on the scaled entropy inequality. The third and fourth parts will be published in a second volume.

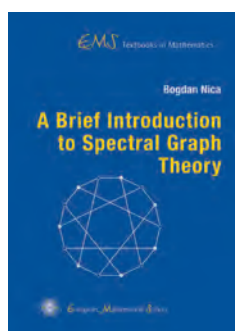


Vladimir Maz'ya (Linköping University, Sweden and University of Liverpool, UK)

**Boundary Behavior of Solutions to Elliptic Equations in General Domains** (EMS Tracts in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-190-3. 2018. 441 pages. Hardcover. 17 x 24 cm. 78.00 Euro

The present book is a detailed exposition of the author and his collaborators' work on boundedness, continuity, and differentiability properties of solutions to elliptic equations in general domains, that is, in domains that are not a priori restricted by assumptions such as "piecewise smoothness" or being a "Lipschitz graph". The description of the boundary behavior of such solutions is one of the most difficult problems in the theory of partial differential equations. After the famous Wiener test, the main contributions to this area were made by the author. In particular, necessary and sufficient conditions for the validity of imbedding theorems are given, which provide criteria for the unique solvability of boundary value problems of second and higher order elliptic equations. Another striking result is a test for the regularity of a boundary point for polyharmonic equations. The book will be interesting and useful for a wide audience. It is intended for specialists and graduate students working in the theory of partial differential equations.



Bogdan Nica (McGill University, Montreal, Canada)

**A Brief Introduction to Spectral Graph Theory** (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-188-0. 2018. 168 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 38.00 Euro

Spectral graph theory starts by associating matrices to graphs – notably, the adjacency matrix and the Laplacian matrix. The general theme is then, firstly, to compute or estimate the eigenvalues of such matrices, and secondly, to relate the eigenvalues to structural properties of graphs. As it turns out, the spectral perspective is a powerful tool. Some of its loveliest applications concern facts that are, in principle, purely graph theoretic or combinatorial.

This text is an introduction to spectral graph theory, but it could also be seen as an invitation to algebraic graph theory. The first half is devoted to graphs, finite fields, and how they come together. This part provides an appealing motivation and context of the second, spectral, half. The text is enriched by many exercises and their solutions.

The target audience are students from the upper undergraduate level onwards. We assume only a familiarity with linear algebra and basic group theory. Graph theory, finite fields, and character theory for abelian groups receive a concise overview and render the text essentially self-contained.





# SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

## Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

Carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona

c/e: scm@iecat.net Adreça web: <http://www.iecat.net/scm>

### Sol·licitud d'inscripció com a soci de la SCM o actualització de dades

(cal imprimir-a, omplir-la, signar-la i enviar-la a la SCM per correu electrònic, fax o correu ordinari)

Tipus de soci:  Ordinari  Estudiant\*  Institució

En reciprocitat. Sóc soci de \_\_\_\_\_  
(Al web trobareu la llista de societats amb les quals la SCM té acords de reciprocitat.)

Nom i cognoms: \_\_\_\_\_  
o institució

Adreça: \_\_\_\_\_ Codi postal: \_\_\_\_\_

Població: \_\_\_\_\_ NIF: \_\_\_\_\_

Correu electrònic: \_\_\_\_\_ Telèfon: \_\_\_\_\_ Fax: \_\_\_\_\_

Lloc d'estudi o de treball: \_\_\_\_\_

### Dades per a la domiciliació bancària

Qui signa aquest document autoritza que anualment es faci efectiu el rebut de soci de la Societat Catalana de Matemàtiques a nom de \_\_\_\_\_

a la llibreta d'estalvi / el compte / la targeta de crèdit que s'indica seguidament:

Titular del compte o targeta : \_\_\_\_\_

Entitat bancària: \_\_\_\_\_

Adreça de l'oficina: \_\_\_\_\_

Codi de l'entitat, oficina i dígits de control: \_\_\_\_\_

Número del compte o llibreta: \_\_\_\_\_

Targeta de crèdit: \_\_\_\_\_ Caducitat: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ NIF: \_\_\_\_\_

Signat: \_\_\_\_\_

### Signatura

Envieu la butlleta d'inscripció i l'ordre de domiciliació, que trobareu al web de la SCM, <http://blogs.iec.cat/scm/la-societat/fes-ten-soci/>, per correu postal o correu electrònic, emplenada i signada.

Les quotes per a l'any 2018 són les següents: 40 euros socis ordinaris, 20 euros socis estudiants i membres de societats amb conveni de reciprocitat i 80 euros institucions.

Us informem que les vostres dades seran incorporades a un fitxer que és responsabilitat de l'Institut d'Estudis Catalans (IEC) amb la finalitat de gestionar l'activitat a la qual us inscriviu. Les vostres dades no seran cedides a tercers, i un cop finalitzada l'activitat es conservaran als efectes de registre històric. Podeu exercir els drets d'accés, rectificació, supressió, oposició, limitació en el tractament i portabilitat, adreçant-vos per escrit a l'Institut d'Estudis Catalans (carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona), o bé enviant un correu electrònic a l'adreça [ldades.personals@iec.cat](mailto:ldades.personals@iec.cat).

Desitjo rebre informació sobre les activitats i les publicacions de l'Institut d'Estudis Catalans i de les seves societats filials.

\*Cal adjuntar fotocòpia del comprovant de la matrícula



SCM / Notícies / 45  
Edita la Societat Catalana de Matemàtiques  
Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

